МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІНФРАСТРУКТУРИ ТА ТЕХНОЛОГІЙ

МОНОГРАФІЯ

ОСОБЛИВОСТІ ДІАГНОСТИЧНОГО КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ОБЛАДНАННЯ ЗАСОБІВ РІЧКОВОГО ТА МОРСЬКОГО ТРАНСПОРТУ

За загальною редакцією
доктора технічних наук, професора

Дакі Олени Анатоліївни

КИЇВ - 2021

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ ТА МЕТОДІВ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Дакі О.А. ДЕЯКІ ПИТАННЯ ФУНКЦІОНУВАННЯ ДВИГУНІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ. https://doi.org/10.33298/mataparat.01

Штрибець В.В. МЕТОДИ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ. https://doi.org/10.33298/mataparat.02

Ліганенко В.В. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ОЦІНОК СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ. https://doi.org/10.33298/mataparat.03

РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ І МЕТОД АНАЛІЗУ ОЦІНОК СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Іваненко В.М. УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ. https://doi.org/10.33298/mataparat.04

Чебан В.І. УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОРІВНЯННЯ ОСНОВНИХ КЛАСИЧНИХ МЕТОДІВ АПАРАТУРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ. https://doi.org/10.33298/mataparat.05 .

Штрибець В.В. ОЦІНКА СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ МЕТОДУ ВИМІРЮВАННЯ НА УСЕРЕДНЕННІ КОЕФІЦІЄНТІВ ФУР'Є ВИПАДКОВОГО СИГНАЛУ ПО ЧАСТОТАХ.
https://doi.org/10.33298/mataparat.06

Федунов В.М. АНАЛІЗ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОЦІНОК СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ. https://doi.org/10.33298/mataparat.07

РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ФУНКЦІЇ СПЕКТРАЛЬНОГО ВІКНА ФІЛЬТРІВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Ліганенко В.В. МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ФОРМИ ФУНКЦІЇ СПЕКТРАЛЬНОГО ВІКНА ВУЗЬКО-СМУГОВИХ ФІЛЬТРІВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ. https://doi.org/10.33298/mataparat.08

Ліганенко В.В. ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ РЕАЛІЗАЦІЇ ОПТИМАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ СПЕКТРАЛЬНОГО ВІКНА ПРИ ЗАСТОСУВАННІ ДИНАМІЧНИХ ФІЛЬТРІВ. https://doi.org/10.33298/mataparat.09

РОЗДІЛ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ ФІЛЬТРІВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ ПРИ КОНТРОЛІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ

Чебан В.І. СИНТЕЗ ФІЛЬТРУ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ ПРИ КОНТРОЛІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ. https://doi.org/10.33298/mataparat.10

Федунов В.М. ДОСЛІДЖЕННЯ СИНТЕЗОВАНОГО ФІЛЬТРУ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ ПРИ КОНТРОЛІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ. https://doi.org/10.33298/mataparat.11

РОЗДІЛ 5. ПОКРАЩЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

Чебан В.І. ОБҐРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЇВ ОПТИМАЛЬНОСТІ СИНТЕЗУ ТЕСТОВИХ СИГНАЛІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ. https://doi.org/10.33298/mataparat.12

Іваненко В.М. РОЗРАХУНОК ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ ПАРАМЕТРІВ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ. https://doi.org/10.33298/mataparat.13

Федунов В.М. ОБГРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЮ ТОЧНОСТІ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ. https://doi.org/10.33298/mataparat.14

Іваненко В.М. ОБГРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЇВ ЕФЕКТИВНОСТІ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ . https://doi.org/10.33298/mataparat.15

Міністерство освіти і науки України
Державний університет інфраструктури та технологій

МОНОГРАФІЯ

ОСОБЛИВОСТІ ДІАГНОСТИЧНОГО КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ОБЛАДНАННЯ ЗАСОБІВ РІЧКОВОГО ТА МОРСЬКОГО ТРАНСПОРТУ

За загальною редакцією
доктора технічних наук, професора
Дакі Олени Анатоліївни

Київ
2021

УДК 656.61/.62:681.5](02)
О-75

Рекомендовано до друку Вченою радою Дунайського інституту водного транспорту Державного університету інфраструктури та технологій (протокол № 17 від 04 листопада 2021 р.)

Рецензенти:

Онищенко О.А., доктор технічних наук, професор, професор кафедри технічної експлуатації флоту Національного університету «Одеська морська академія»
Кравченко Ю.В., доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри мережевих та інтернет технологій Київського Національного університету ім. Т.Г. Шевченка
Богом'я В.І., доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інфраструктури та інноваційних технологій водного транспорту Київського інституту водного транспорту Державного університету інфраструктури та технологій

О-75 **Особливості діагностичного контролю технічного стану обладнання засобів річкового та морського транспорту**: монографія/ за загальною редакцією О.А. Дакі. – К.: Державний університет інфраструктури та технологій, 2021. – 228 с. **https://doi.org/10.33298/mataparat**
ISBN 978-617-7021-87-1

Монографія присвячена актуальним науковим дослідженням, які пов'язані з необхідністю розроблення методів синтезу тестових сигналів і оброблення відгуків на них для підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану енергетичних установок та радіонавігаційного обладнання засобів водного транспорту.

Для науковців, викладачів, аспірантів, докторантів тощо.

УДК 656.61/.62:681.5](02)
О-75

© За загальною редакцією О.А. Дакі
© Державний університет інфраструктури та технологій, 2021

ISBN 978-617-7021-87-1

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1 6
АНАЛІЗ МЕТОДІВ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ ТА МЕТОДІВ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ. 6

ДЕЯКІ ПИТАННЯ ФУНКЦІОНУВАННЯ ДВИГУНІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ 7

МЕТОДИ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ 21

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ОЦІНОК СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ..... 42

РОЗДІЛ 2 57
МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ І МЕТОД АНАЛІЗУ ОЦІНОК СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ 57

УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ……...58

УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОРІВНЯННЯ ОСНОВНИХ КЛАСИЧНИХ МЕТОДІВ АПАРАТУРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ..... 66

ОЦІНКА СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ МЕТОДУ ВИМІРЮВАННЯ НА УСЕРЕДНЕННІ КОЕФІЦІЄНТІВ ФУР'Є ВИПАДКОВОГО СИГНАЛУ ПО ЧАСТОТАХ..... 72

АНАЛІЗ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОЦІНОК СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ 86

РОЗДІЛ 3 104
МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ФУНКЦІЇ СПЕКТРАЛЬНОГО ВІКНА ФІЛЬТРІВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ 104
МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ФОРМИ ФУНКЦІЇ СПЕКТРАЛЬНОГО ВІКНА ВУЗЬКО-СМУГОВИХ ФІЛЬТРІВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ..... 105
ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ РЕАЛІЗАЦІЇ ОПТИМАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ СПЕКТРАЛЬНОГО ВІКНА ПРИ ЗАСТОСУВАННІ ДИНАМІЧНИХ ФІЛЬТРІВ 126

РОЗДІЛ 4 142
ДОСЛІДЖЕННЯ ФІЛЬТРІВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ ПРИ КОНТРОЛІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ..... 142
СИНТЕЗ ФІЛЬТРУ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ ПРИ КОНТРОЛІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ..... 143
ДОСЛІДЖЕННЯ СИНТЕЗОВАНОГО ФІЛЬТРУ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ ПРИ КОНТРОЛІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ 165

РОЗДІЛ 5 174
ПОКРАЩЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ 174
ОБҐРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЇВ ОПТИМАЛЬНОСТІ СИНТЕЗУ ТЕСТОВИХ СИГНАЛІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ..... 175

РОЗРАХУНОК ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ ПАРАМЕТРІВ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ..... 185
ОБГРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЮ ТОЧНОСТІ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ……..……..201
ОБГРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЇВ ЕФЕКТИВНОСТІ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ..... 210
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ..... 223

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ МЕТОДІВ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ ТА МЕТОДІВ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

УДК 681.513:519 https://doi.org/10.33298/mataparat.01

Дакі О.А. Державний університет інфраструктури та технологій, доктор технічних наук, доцент, директор Дунайського інституту водного транспорту Державного університету інфраструктури та технологій, м.Ізмаїл

ДЕЯКІ ПИТАННЯ ФУНКЦІОНУВАННЯ ДВИГУНІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

Постановка проблеми. Доставка вантажів за допомогою засобів водного транспорту характеризується своєю універсальністю, надійністю та невисокою ціною. Перевезення за допомогою засобів водного транспорту дозволяє знизити собівартість транспортування вантажу. Даний вид перевезення найбільш ефективний при перевезенні великих обсягів вантажу [1–5].

Основною проблемою водного транспорту України є значний моральний і фізичний знос транспортних засобів. Переважна більшість суден України експлуатується понад 25 років. Отже, їхній технічний стан іноді не дозволяє перевозити вантажі на велику відстань. Певні порти країн світу навіть забороняють суднам України вхід на внутрішній рейд [4–5].

У відповідності до законодавства України потрібно забезпечувати технічний нагляд та судноплавний нагляд за засобами водного транспорту незалежно від форм власності судна і його власника [5].

Головним елементом практично усіх засобів водного транспорту є двигунна установка – сукупність двигуна та додаткового обладнання для забезпечення руху такого засобу.

Таким чином, для забезпечення безаварійної експлуатації засобів водного транспорту необхідна відповідна система контролю їх технічного стану, яка дозволить своєчасно виявити можливі збої (несправності) у роботі двигунів і запобігти додатковим витратам під час рейсу.

Мета дослідження – розкрити деякі питання функціонування двигунів засобів водного транспорту.

Останнім часом збільшилась частина вантажоперевезень водним транспортом [1–3]. При цьому застосовуються як відносно невеликі засоби (судна) для транспортування вантажів річковим транспортом, так і засоби водного транспорту для трансатлантичних перевезень.

З метою економії витрат на доставку вантажу або для швидкої доставки продуктів харчування необхідно завчасно планувати оптимальний маршрут для зменшення часу рейсу. Але, при цьому слід враховувати й технічний стан засобів водного транспорту, який може значно впливати на вартість перевезення [6, 7].

Враховуючи те, що переважна більшість засобів водного транспорту України (включаючи ті, що знаходяться в оренді інших компаній) має значну витрату ресурсу, актуальним науковим завданням є розробка методу діагностичного контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту для своєчасного усунення можливих несправностей [8]. Це забезпечить оптимальні (планові) витрати на перевезення вантажів за допомогою засобів водного транспорту та дозволить зменшити (а може і, взагалі, уникнути) додаткові (непланові) витрати при цьому.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Двигуни внутрішнього згоряння

Двигуни внутрішнього згоряння (ДВЗ) є найбільш розповсюдженими на засобах водного транспорту. Потужність головних і допоміжних двигунів суднових енергетичних установок (СЕУ) знаходиться в діапазоні від декількох сотень до десятків тисяч кіловат. При середній питомій ефективній витраті палива (180...185) г/(кВт·час) добова витрата палива головним (ходовим) двигуном (ГД) може становити (200...250) т/добу, а допоміжними двигунами (ДД), кількість яких на сучасних суднах до 4-х, а кількість паралельно

працюючих до 3-х, – (10...12) т/добу. Основні технічні характеристики двигунів засобів водного транспорту наведені у табл.1 – табл.5.

Таблиця 1

Дизельні двигуни для засобів водного транспорту внутрішнього та змішаного («ріка – море») типу

Тип засобу водного транспорту	Потужність, кВт	
	Головні двигуни	Гвинто-рульові комплекси
Суховантажні засоби змішаного типу дедвейтом близько 5,0…7,0 тис. т	з 40 до 900…1200	з 40 до 900…1200
	з 10 до 1800…2500	немає
Танкери змішаного типу дедвейтом близько 7,0 тис. т	з 140 до 1000…1200	з 140 до 1000…1200
Суховантажні засоби дедвейтом близько 5,4 тис. т	з 100 до1000…1200	з 100 до1000…1200
Танкери дедвейтом близько 5,4 тис. т	з 80 до 1000…1200	з 80 до 1000…1200
Танкери дедвейтом близько 3,4 тис. т	з 20 до 800…1000	з 20 до 800…1000
Суховантажні засоби дедвейтом близько 3,4 тис. т	з 10 до 800…1000	з 10 до 800…1000
Річні товкачі та буксири	з 60 до 800…1200	з 60 до 800…1200
Бункерувальники паливом дедвейтом близько 6 тис. т	з 10 до 1600	з 10 до 1600
Бункерувальники паливом і мастилом дедвейтом близько 3 тис. т	з 35 до 800…1000	з 35 до 800…1000
Бункерувальники паливом і мастилом дедвейтом близько 2 тис. т	з 35 до 600…800	з 35 до 600…800
Бункерувальники паливом і мастилом дедвейтом близько 800 т	з 50 до 300…400	з 50 до 300…400

Дизельна енергетична установка сучасних СЕУ комплектується мало-оборотним дизелем (МОД) і середньо-оборотним дизелем (СОД). МОД, що працюють по двотактному циклу, використовуються як ГД, що передає потужність на гвинт. Цю ж функцію можуть виконувати середньо-оборотні чотиритактні дизелі, проте найбільшого застосування вони отримали як ДД для приводу суднових електрогенераторів.

Таблиця 2

Основні технічні показники високооборотних дизелів малої потужності засобів водного транспорту

Агрегатна потужність, кВт	Основні розміри, см	Циліндрова потужність, кВт	Середня ефективна потужність, МПа	Питома ефективна витрата палива, г/(кВт·год)	Питома маса, кг/кВт
8,8…44,1	8,5/11 9,5/11	5,15…7,35	0,62	238…272	10,4
40…125	11/12,5	16,75…20,8	1,06	220	6,4…7,3
103…132	15/20,5	33	0,92	218	14,3
100…140	10,5/12,8	25…35	1,2…1,6	193…197	3,4…4,6
72…195	10,8/13	20,25	1,2…1,4	215	4,6…6,5
12…170	8,4/9 10,5/13,5	43,5	0,65…2,04	205…248	4,4…14
9…150	6,7/7,2 8,1/9,35 8,4/100	4,5…50	0,9…1,35	230…207	2,4…4,0

Як паливо для ДВЗ використовуються рідкі нафтопродукти, які традиційно поділяються на важкі та легкі (дизельні). Ця класифікація базується на питомій вазі, а точніше щільності палива, яка для дизельних палив при 20°С лежить в межах (840...860) кг/м^3, а для важких до 980 кг/м^3 [8–10].

Таблиця 3

Основні технічні показники високооборотних дизелів середньої потужності засобів водного транспорту

Агрегатна потужність, кВт	Основні розміри, см	Циліндрова потужність, кВт	Середня ефективна потужність, МПа	Питома ефективна витрата палива, г/(кВт·год)	Питома маса, кг/кВт
603…4800	21/21 18,5/21,5	100…240	1,44…1,65	194…229	6,4…9,1 3,7…4,7
215…1320	21/21 21/26	83,2…112 108…118	1,4…1,82 1,2…1,6	209…226 195…225	7,0…8,06
500…990	18/20	83	0,95…1,28	213…220	2,7…3,36
110…590	13/14 14/14	18,3…49,2	0,79…1,3	195…224	3,8…5,8
154…324	12/12 12/13	19,25…40,5	0,65…0,8	200…265	2,0…3,1
110…220	15/15 15/18	18,3…22	0,63…1,01	218…242	6,3…7,1
335…736	15/16 15/18	31…61	1,16…1,19	201…247	1,5…2,1
186…824	12/14 13,7/16,5 17/19	31…103	1,8…2,26	199…201	5,1…6,8
384…2040	12,8/14,2 16,5/18,5	32…170	1,93…2,36	195…205	5,6…2,4
732…1464	18,5/21	122	2,2	190	4,6…3,5
212…316	10,5/13	52,7	2,17	203	2,75…3,3
320…900	8,6/9,6 10,6/11 16,5/21,9	104…123	1,8…2,1	194…205	1,8…2,1
690…1560	17/20	115…130	2,02	196	3,2…5,5
330…430	11,5/14,4 12,7/14	54…63,7	1,93…2,56	199…201	2,6…3,5
800…900	17/17	148	2,27	197	2,5
348…1536	12,8/14	58…127	1,87…1,92	192…199	2,4…2,5

Таблиця 4

Основні технічні показники високооборотних дизелів великої потужності засобів водного транспорту

Агрегатна потужність, кВт	Основні розміри, см	Циліндрова потуж-ність, кВт	Середня ефективна потужність, МПа	Питома ефективна витрата палива, г/(кВт·год)	Питома маса, кг/кВт
700…4800	18,5/21,5 21/21	116…240	1,44…1,65	204…220	3,7…4,7
1765…7355	16/17	42…70	0,89…1,18	222…243	2,0…2,24
2472…7400	19/21 23/23 23/28	206…345	2,42…3,03	189…200	2,6…5,5
2160…3600	20/24	180…200	2,44	190…196	4,8…6,0
4320	20,5/22	270	2,64	191	3,4
1952…2196	18,5/21	122	2,2	190	4,6…3,5
3708…3924	18,5/19,6 19,7/21,6	206…218	2,27…2,56	191…194	2,8…2,6
168…2240	17/17	140	2,18	201	2,2

2. Середньооборотні дизелі

До СОД засобів водного транспорту відносяться двигуни, частота обертання колінчастого вала яких на номінальному режимі складає (300...1000) об/хв. У разі використання СОД як основного двигуна колінчастий вал дизеля безпосередньо з'єднаний з ротором електрогенератора та їх частоти обертання збігаються. Якщо СОД виконує функції ГД колінчастий вал дизеля та гребний вал з'єднані редукторною передачею, що забезпечує знижену частоту обертання гребного гвинта порівняно з частотою обертання колінчастого вала двигуна. СЕУ з СОД як ГД застосовуються в світовому суднобудуванні вже багато років. Однак через високі витрати палива, малу циліндрову та агрегатну потужність й недостатню надійність та довговічність СОД довгий час не могли конкурувати з МОД [11, 12].

Таблиця 5

Основні технічні показники середньо-оборотних дизелів засобів водного транспорту

Агрегатна потужність, кВт	Основні розміри, см	Циліндрова потужність, кВт	Середня ефективна потужність, МПа	Питома ефективна витрата палива, г/(кВт·год)	Питома маса, кг/кВт
450…4412	30/38 26/26	112,5…231	1,4…1,7 0,88…2,2	178…186 191…200	12,8…15,7 5,2…13,4
500…1500	31,8/33 20/28	125…187	0,61…1,7	220	6,4…7,3
240…3840	23/30 22/28 32/40	40…55 116…138 480	0,52…0,54 1,58…1,77 2,39	219…226 185…195 186	23,4 14…18,4 12,2…13,2
840…25 200	57/66 57/75 42,5/60 40/50 40/46 28/35 28/29 25,5/27	1325…1400 736 750 550 295 272…325 210…220	2,33 2,36 2,31 2,39 2,2 2,19 2,18 2,13	174…180 163…168 160…166 184 183…186 185…186 197 192	7,8…19,8 21…19 19,5…18 11,1…10 8,8…6,8 8,7…6,8 7,2…5,5 8,6…6,3
1140…15 660	58/60 43/61 32/48 25,5/40 20/30	1250 870 440 290…300 190	2,23 2,44 2,49 2,37 2,42	178 176…179 176…179 184…185 185	14,2…14 13,2…12 13…11,4 11…10,4 10…9
680…1755	16/24 32/48 24/29	85 140 150…195	2,0 1,0 2,4	191 198 186	8,0 27…22 13,5…11
1164…2574	30/60 42/82	194 429	1,91 1,97	178 175	23,8 29,0

Протягом 70...80-х років минулого століття провідними дизелебудівними компаніями велася інтенсивна дослідницька та проектно-конструкторська робота, спрямована на перехід СОД на дешеві важкі палива, підвищення їх циліндричної та агрегатної потужності, зниження емісії випускних газів, зниження питомої витрати палива. Паралельно вирішувалися завдання щодо підвищення надійності та довговічності двигунів. Результат цих послідовних кроків – поява принципово нових СОД, здатних, в першу чергу, працювати на високов'язких сортах палива та що характеризуються агрегатною потужністю в межах 30000 кВт і вище [13].

Найбільшого поширення подібні дизелі отримали на пасажирських суднах, контейнеровозах малої та середньої водотоннажності, а також на спеціалізованих суднах (морських і океанських буксирах, рефулерних суднах, суднах забезпечення нафтовидобувних платформ та ін.), де вони використовуються в складі дизель-редукторних агрегатів з відбором потужності для приводів електроагрегатів, гідронасосів та інших суднових механізмів [14].

СОД засобів водного транспорту випускаються усіма дизелебудівними фірмами: Daihatsu Diesel, Hyundai Heavy Industries, MaK-Caterpillar, MAN-Burmeister & Wain, Matsui Iron Works, Mitsubishi Heavy Industries, SEMT Pielstick, The Hanshin Diesel Works, Wartsila-Sulzer, Yanmar з числом циліндрів від 4-х до 20-ти (в V-образному виконанні) і циліндричною потужністю від 15-ти до 1400 кВт [14].

На засобах водного транспорту для морських перевезень як головні двигуни використовуються двотактні МОД, циліндрична потужність яких досягає (5710…5720) кВт, а агрегатна – (68 520…68 640) кВт. Діаметр циліндрів двотактних МОД досягає (800…900) мм, а хід поршня (2300…2900)мм. Сьогодні середній вік засобів водного транспорту для морських перевезень становить понад 30 років. У найближчі (5…10) років близько 90% таких засобів будуть списані за технічним станом [14, 15].

За даними Міжнародного морського інженерного бюро засоби водного транспорту внутрішнього та змішаного («ріка – море») типу, характерні для України, розрізняють за дизельними двигунами у діапазоні потужностей від 300 кВт до 1600 кВт (табл. 1).

СОД використовуються в складі суднових енергетичних установок як головні двигуни. Сучасний стан і тенденції розвитку СОД характеризуються розробками, що забезпечують ефективне використання важких сортів палива, збільшення циліндрових і агрегатних потужностей, підвищення паливної економічності. Зниження витрати палива в сучасних СОД забезпечується за рахунок підвищення максимального тиску циклу (до 19 МПа і більше), вдосконалення системи газотурбінного наддуву, скорочення втрат енергії відпрацьованих газів і збільшення коефіцієнту корисної дії агрегатів наддуву (до 70% і більше), підвищення тиску впорскування палива (до 160 МПа і більше), збільшення механічного коефіцієнту корисної дії дизеля (до (92…93)%) [17, 18].

Реалізація зазначених шляхів підвищення паливної економічності забезпечила прогрес в процесі модернізації випуску та створення нових моделей СОД засобів водного транспорту, технічний рівень яких може бути охарактеризований такими показниками, як питома ефективна витрата палива, середній ефективний тиск, циліндрична та агрегатна потужність [17, 18]. Найважливіші показники технічного рівня СОД наведені в таблиці 5.

Результати аналізу даних таблиці 5 показують, що СОД з кількістю циліндрів від 4 до 20 виконуються як в рядному, так і V-подібному компонуванні. Такі двигуни перекривають широкий діапазон потужності від 200 кВт до 40 000 кВт. Найбільшу потужність (36 000…40 000) кВт має 18…20 циліндровий двигун серії W64 фірми «Wärtsilä». Двигуни цієї серії є також з найбільшим ходом поршня серед СОД: хід поршня складає у різних модифікацій 770 мм і 900 мм.

3. Високооборотні двигуни

Високооборотні двигуни (ВОД) середньої та великої потужності застосовуються в складі суднових енергетичних установок як допоміжні та головні двигуни.

Для порівняння технічного рівня ВОД доцільно провести аналіз технічних характеристик двигунів, близьких за потужністю. Основні показники технічного рівня двигунів засобів водного транспорту малої, середньої та великої потужностей представлені в табл.2 – табл 4. ВОД малої потужності використовуються у складі суднових енергетичних установок, головним чином як допоміжні та аварійні. Вони можуть мати як рідинне, так і повітряне охолодження. Більшість виробників двигунів в даному діапазоні потужностей пропонують модифікації з різною кількістю циліндрів і різними типами систем охолодження [16].

Аналіз даних табл.2 – табл.4 свідчить про те, що у кращих ВОД питома ефективна витрата палива становить (189…190) г / (кВт·год). Висока паливна економічність забезпечується за рахунок високого середнього ефективного тиску. Двигуни ряду зарубіжних фірм мають середній ефективний тиск 2,4 МПа і вище.

Високі теплові та механічні навантаження в сучасних ВОД обумовлюють необхідність забезпечувати шляхом конструктивних і технологічних заходів допустиму теплову напруженість деталей циліндро-поршневої групи (ЦПГ) і надійну роботу паливної апаратури. Подальший прогрес суднових ВОД зарубіжні експерти пов'язують з широким використанням керамічних теплостійких покриттів деталей ЦПГ, пошуком рішень, спрямованих на подальше підвищення середнього ефективного тиску та зниження питомої маси двигунів (нижче 2,0 кг/кВт), розширення використання електронних систем управління паливоподачею, газорозподілом, повітропостачанням [17].

Для забезпечення суднових дизелів (як головних, так і допоміжних) паливом, маслом, водою та повітрям, а також для видалення відпрацьованих

газів СЕУ обладнають системами: паливною, масляною, водяного охолодження, стисненого повітря, газового випуску. Названі системи забезпечують подачу палива до паливних насосів високого тиску дизелів і його подальшого впорскування в циліндр; подачу масла на змащення та охолодження вузлів тертя; подачу охолоджуючих рідин для відводу теплоти від нагрітих деталей, подачу стисненого повітря для пуску та реверсу двигуна; подачу свіжого повітря для здійснення робочого циклу та очищення циліндра від продуктів згоряння [17, 18].

До складу систем входить велика кількість допоміжного обладнання, що виконують транспортування палива, масла й води від прийомних танків до відповідних контурів дизеля із забезпеченням і підтримкою їх якісних характеристик. Тривалий відрив судна від берегового постачання вимагає створення спеціальних сховищ палива, масла, прісної води [17].

Крім того, для забезпечення живучості та непотоплюваності судна, а також життєдіяльності обслуговуючого персоналу та для виконання властивих судну операцій в машинно-котельному відділенні встановлюються механізми і пристрої загально-суднових систем, які в тій чи іншій мірі можуть бути пов'язані з системами, що обслуговують головний і допоміжні дизелі [18].

Порушення функціонування елементів систем СЕУ або вихід їх з ладу може призвести до зниження ефективності її роботи або до аварії двигунів, що, в свою чергу, може спричинити за собою зниження ходових характеристик судна аж до його зупинки [18]. Подібні ситуації особливо небезпечні в місцях активного судноплавства (морських протоках, каналах, акваторіях портів), а також в несприятливих погодних умовах.

Найбільш розгалуженою та насиченою за своїм складом є паливна система, яка складається з систем високого та низького тисків. Паливна система низького тиску призначена для підготовки і подачі палива до паливної системи високого тиску та включає цистерни, фільтри, насоси, змішувачі, сепаратори, підігрівачі, різні спеціальні пристрої та паливо-проводи. Паливна система

високого тиску забезпечує впорскування палива в камеру згоряння двигуна та включає паливний насос високого тиску та форсунку, зазвичай з'єднані паливо-проводом високого тиску. При застосуванні насос-форсунок паливо-провід високого тиску відсутній, а в разі установки на дизелі сучасних систем common-rail нагнітання палива до форсунок відбувається із загальної магістралі.

Масляна система служить для подачі масла до вузлів і деталей дизеля, що працює в умовах тертя. Масляна система забезпечує: прийом і зберігання масла, очищення його від води і механічних домішок в фільтрах і сепараторах, охолодження в масло-охолоджувачі [16–18]. СОД засобів водного транспорту комплектуються циркуляційними системами змащування, що забезпечують подачу мастильного матеріалу як до підшипників колінчастого вала, так і безпосередньо на дзеркало циліндричної втулки.

Системи водяного охолодження призначені для підтримки необхідного теплового режиму роботи дизеля шляхом відведення теплоти від таких його вузлів як кришка циліндра, випускний клапан, циліндрична втулка (при цьому використовується прісна вода), а також для охолодження наддувочного повітря в повітроохолоджувачі (за допомогою забортної води). Системи охолодження прісною водою для сучасних дизелів виконуються тільки в замкнутому вигляді, в яких вода циркулює по замкнутому контуру, а її охолодження відбувається за допомогою забортної води, що циркулює по відкритому контуру.

Висновки. З огляду на те, що переважна більшість СОД засобів водного транспорту виконуються нереверсивними, система стисненого повітря використовується тільки для їх пуску (що, тим не менш також важливо і актуально, оскільки саме ДД забезпечують електроенергією всі допоміжні механізми, обслуговують введення в дію й роботу ГД).

Отже, двигуни засобів водного транспорту залежно від призначення мають у своєму складі різноманітні механічні та електронні складові (механізми), вихід з ладу яких може призвести до катастрофи або

неспроможності засобу закінчити своєчасно рейс (до економічних збитків). Таким чином, своєчасне виявлення відмов двигунів засобів водного транспорту, особливо для морських засобів, дозволить підвищити ефективність експлуатації таких засобів.

Список літератури

1. Барзилович Е. Ю. Модели технического обслуживания сложных систем : уч. пособ. Москва : Высшая шк., 1982. 231 с.
2. Безюков О. К., Жуков В. А., Воробей К. А. Анализ энергоэкологического эффекта применения газопоршневых двигателей в судовых энергетических установках. *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. 2015. № 6(34). С. 143–151.
3. Безюков О.К., Жуков В.А., Ященко О.И. Газомоторное топливо на водном транспорте. *Вестн. Гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С.О. Макарова*. 2014. № 6 (28). С. 31-39. DOI: 10.21821/2309-5180-2014-6-6-31-39.
4. Большаков В.Ф., Фомин Ю.Я., Павленко В.И. Эксплуатация судовых среднеоборотных дизелей. М.: Транспорт, 1983. 160 с.
5. Чиняев И.А. Судовые системы. М.: Транспорт, 1984. 216 с.
6. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1978. 400 с.
7. Варжапетян А.Г., Глущенко Д.В. Системы управления: учебное пособие. М.: Вузовская книга, 2000. 328 с.
8. Василенко В.М., Вечурко О.М., Штрибець В.В. Модель оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів морських навігаційних приладів. *Наукоємні технології*. 2018. №4 (40). С. 487-491.
9. Васькевич Ф.А. Двигатели внутреннего сгорания. Теория, эксплуатация, обслуживание. Новороссийск : МГА, 2009. 266 с.

10. Штрибець В.В. Контроль технічного стану двигунів засобів водного транспорту методом спектрального аналізу випадкових сигналів. *Новітні технології.* 2019. Вип.1(8). С. 59–69.

11. Возницкий И.В. Современные судовые среднеоборотные двигатели. СПб.: Моркнига, 2006. 140 с.

12. Герасимов Б.М., Дивизинюк М.М., Субач І.Ю. Системи підтримки прийняття рішень: проектування, застосування, оцінка ефективності. Севастополь: Изд. Центр СНИЯЭ и П, 2004. 318 с.

13. Пособие судоводителя малотонажаного судна / Тихонов И.В., и др. Одесса: Феникс, 2007. 302 с.

14. Пахомов Ю.А., Коробков Ю.П., Дмитриевский Д.В. Топливо и топливные системы судовых дизелей. М.: РКонсульт, 2004. 496 с.

15. Характеристика систем диагностики судовой дизельной установки в судовых дизелях. *Двигатели*. URL: http://vdvizhke.ru/sudovye-dizelnye-ustanovki/puskoreversivnye-sistemy-dvigatelja/harakteristika-sistem-diagnostiki-sudovoj-dizelnoj-ustanovki-v-sudovyh-dizeljah.html. (дата звернення: 01.11.2021).

16. Шишкин В.А. Анализ неисправностей и предотвращение повреждений судовых дизелей. М.: Транспорт, 1986. 192 с.

17. Чинков В.Н., Тищенко В.А. Основные направления совершенствования фильтровых методов спектрального анализа. *Системи обробки інформації.* 1999. Вип. 2 (6). С. 44-47.

18. Чинков В.Н., Тищенко В.А. Основы теории оптимизации полосовых фильтров для спектрального анализа случайных сигналов. Вестник ХГПУ. 1998. Вып. 21. С. 129-133.

УДК 629.5.016 https://doi.org/10.33298/mataparat.02

Штрибець В.В. Державний університет інфраструктури та технологій, кандидат технічних наук, доцент кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

МЕТОДИ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

Постановка проблеми. Забезпечення надійної та безпечної експлуатації двигунів (ходових і системи енергозабезпечення) засобів водного транспорту досягається за рахунок застосування системи контролю та діагностування технічного стану. До такої системи відносять сукупність методів і засобів контролю та діагностування. Система технічного діагностування при цьому повинна включати періодичний контроль технічного стану двигунів, пошук дефектів і несправностей у роботі, визначення ступеня небезпеки дефектів і оцінку остаточного ресурсу обладнання [1, 2].

Мета дослідження – визначити методи контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

Одним з етапів при виконанні технічного обслуговування та ремонтних робіт є моніторинг і оцінка фактичного стану обладнання для визначення об’ємів і строків необхідних регламентних робіт. Таким чином, від точності та ефективності проведення діагностики залежить якість і вартість робіт, тобто фінансово-економічні результати обслуговування двигунів [1–3].

До основних вимог сучасних методів діагностування технічного стану двигунів засобів водного транспорту пропонується віднести:

− потрібний рівень достовірності та точності виявлення несправностей і пошкоджень двигунів;

− можливість своєчасного виявлення основних електричних і механічних дефектів двигунів;

− проведення необхідних вимірювань дистанційно;

− низька трудомісткість і простота технічного обслуговування (проведення вимірювань необхідних параметрів);

− можливість проведення аналітичної обробки отриманих результатів вимірювань за короткий час (застосування інформаційно-вимірювальних систем і комплексів).

Розглянемо основні методи контролю та діагностування технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Методи контролю технічного стану головних двигунів засобів водного транспорту

Головні (ходові) двигуни засобів водного транспорту є складною технічною системою, що складається з великого числа систем, вузлів і деталей, які взаємодіють між собою [2]. Широкий частотний діапазон коливальних процесів в силовій установці обумовлює швидку реакцію віброакустичного сигналу на зміну технічного стану. Це є визначальним в аварійних ситуаціях [3]. Агрегати, від надійності безаварійної роботи яких залежить життя людей, вимагають особливої уваги. Дуже важливо вчасно виявити і не допустити розвиток дефектів, що призводять до незворотних катастрофічних наслідків.

Сутність проблеми віброакустичної діагностики складних технічних систем полягає в розробці та практичній реалізації алгоритмів оцінки параметрів технічного стану об'єкта без його розбирання в робочих умовах за характеристиками віброакустичних процесів, які супроводжують його функціонування [3]. Для двигуна засобів водного транспорту можна виділити основні джерела виникнення вібрації [3]:

– коливання від незбалансованих обертових мас (роторна вібрація);

– вібрації, порушувані зубчастими передачами редукторів;

– коливання підшипникових вузлів; власні коливання лопаток, дисків, корпусів; аеродинамічні коливання;

– вібрації, порушувані процесами в газо-повітряному тракті;

– вібрації агрегатів і трубопроводів.

Основними коливаннями, що підлягають діагностиці, є низькочастотні (0,1 Гц ... 400 Гц) і середньо-частотні (400 Гц ... 2000 Гц) вібрації. Високочастотними (> 2000 Гц) коливаннями зазвичай нехтують внаслідок малої частки енергії, яка переноситься цими коливаннями.

Коливальні процеси силової установки представляються у вигляді вимушених і власних коливань [3, 4]. Обидва ці види можуть служити носіями інформації про технічний стан, але характер і обсяг цієї інформації різні. Вимушені коливання містять інформацію про якість виготовлення, ремонту, складання та про грубі зміни технічного стану, що межують з аварійною ситуацією. Власні коливання містять інформацію про наявність дефектів на ранній стадії.

Вібраційний метод оцінки технічного стану головних двигунів засобів водного транспорту передбачає вимірювання та аналіз сигналів від вібрації двигуна. За отриманими даними аналізуються параметри сигналу вібрації (наприклад, форма та амплітуда, спектральний склад). Отримані значення сигналів порівнюються із відповідними значеннями попередніх вимірювань. За результатами порівняння оцінюють можливість подальшої експлуатації двигунів або визначають можливі несправності.

До недоліків вібраційного методу відносять [4, 5]:

– обмежені можливості щодо дистанційного контролю;

– складність проведення необхідних вимірювань параметрів вібрації.

Метод моделювання технічного стану ходових двигунів засобів водного транспорту включає розробки моделі двигуна (імітаційна модель), двигун з підключеними датчиками [4, 5]. При цьому вимірюється набір сигналів двигуна, який застосовується для розв’язання рівняння стану за деякій час. Потім отримані значення порівнюються з розв’язанням, яке отримане за допомогою імітаційного моделювання та визначається наявність несправності

двигуна. При виявленні несправності видається повідомлення для запобігання пошкодження двигуна.

До недоліків методу моделювання слід віднести [6]:

– відсутність дистанційного контролю та діагностування;

– низька точність;

– складність розробки імітаційної моделі, яка адекватна реальній роботі двигуна.

Метод на основі аналізу спектру передбачає контроль параметрів роботи ходового двигуна протягом деякого інтервалу часу, визначення характерних частот роботи. Отриманий сигнал в аналоговій або цифровій формі за допомогою методів спектрального аналізу досліджується у визначених точках (характерних частотах). Цей метод дозволяє проведення дистанційного контролю та діагностування технічного стану двигунів засобів водного транспорту. До недоліків такого методу слід віднести [6,7]:

– складність оцінки результатів, оскільки будь-яка амплітудно-модульована частота f враховується у спектрі двояко, по обидві сторони потрібної частоти f_1, тобто у вигляді $|f_1 – \Delta f|$ і $|f_1 + \Delta f|$. Таке подвійне врахування частот моделювання обумовлює недостатню точність діагностування (імовірність накладання частот від різних несправностей (дефектів) збільшується у два рази);

– відсутність можливості збільшення кількості гармонік частоти f для аналізу.

Однак, метод на основі аналізу спектру, порівняно з іншими методами, має переваги у точності, ефективності та простоті реалізації засобів діагностування технічного стану двигунів.

Але, такий метод потребує удосконалення процедур спектрального аналізу для усунення недоліків (наприклад, при діагностуванні двигунів, у яких змінюється режим роботи, що характерно для засобів водного транспорту).

Найбільш перспективним є метод спектрального аналізу моторного мастила. Зміна в експлуатаційних характеристиках моторного мастила свідчить про появу несправності та дозволяє своєчасно виконати потрібний ремонт або регулювання. Визначити наявність домішок допомагає спектральний аналіз моторного мастила.

Дослідження моторного мастила дозволяє:

– своєчасно визначити несправності частин двигуна або двигуна у цілому;

– скоротити час простою на обслуговування;

– підвищити надійність роботи двигуна;

– підвищити ефективність роботи двигуна.

За допомогою спектрального аналізу стану моторного мастила можна визначити:

– фізико-хімічні показники, тобто склад палива та додаткових домішок (наприклад, води, сажі, кислот);

– наявність металів, які можуть вплинути на роботу двигуна (залізо, мідь, кальцій, алюміній тощо);

– в’язкість (при проведенні перевірки при температурі у 40 градусів і 100 градусів).

Такий метод є найбільш простим способом діагностики і профілактики можливих несправностей. При технічному контролі стану двигунів засобів водного транспорту спектральний аналіз стану моторного мастила може надати інформацію про справність системи подачі повітря за даними рівня змісту кременя (бруду) у мастилі. Рівні змісту заліза та алюмінію попереджають про знос поршня та циліндру та дозволяють попередити виникнення значної відмови, що може привести до несправності двигуна під час здійснення маршруту засобом водного транспорту. Також за даними спектрального аналізу моторного мастила можна визначити швидкість зносу підшипників і прийняти заходи до заклинювання колінчатого валу. Своєчасне виявлення палива,

антифризу, води у моторному мастилі дозволить попередити вихід появи значних несправностей двигуна, особливо під час рейсу засобів водного транспорту. Рівні забруднення та згорання сажі у мастилі можуть вказувати на обмеження у системі подавання повітря, забруднення масляних фільтрів, погане згорання та високе відношення повітря/паливо [7, 8].

У гідравлічних системах, трансмісіях, коробках передач, диференціалах і інших системах, де є мастильні матеріали, але горіння не відбувається, спектральний аналіз проб мастила також дозволяє виявити несправності. Високі рівні вмісту алюмінію можуть вказувати на можливу відмову насоса або перетворювача. Погане увімкнення передач характеризується високим рівнем міді, а значний вміст хрому може вказувати на зношення шестерень і підшипників, забруднення гідравлічних циліндрів.

Але, відсутність простих для технічної реалізації методів спектрального аналізу високої точності дослідження характеристик змін спектру моторного мастила робить цей метод достатньо коштовним, а, тому, знайшов низького розповсюдження.

2. Методи контролю технічного стану двигунів системи енергозабезпечення засобів водного транспорту

Для виявлення несправностей двигунів системи енергозабезпечення засобів водного транспорту виділяють характерні частоти напруги або струму. Характер і ступінь несправності виділяють шляхом порівняння значень амплітуд A_i на характерних частотах і із значення амплітуд A_0 на частоті 0 Гц .

Діагностування основних несправностей електродвигунів засобів водного транспорту здійснюється на характерних частотах:

– наявність міжвиткових замикань в обмотках статора та несправності ротора – на частоті мережі живлення (50 Гц; 400 Гц);

– відсутність співвісності валів електродвигунів і зв’язаних з електродвигуном механічних пристроїв – на частотах, кратних частоті обертання електродвигуна;

– дефекти ремінцевої передачі навантаження – на частотах, які кратні частоті биття ременя;

– пошкодження підшипника – на частотах, кратних частоті обертання ротора;

– пошкодження механічного обладнання із групи двигуна: насос, вентилятор, компресор – на лопатковій частоті.

Висновок про наявність несправності електродвигуна робиться на основі порівняння значень амплітуд A_i на частотах, характерних для несправностей (дефектів), з рівнем сигналу на частоті, яка дорівнює нулю. Якщо амплітуди A_i на характерних частотах нижче амплітуди модуля A_0 на частоті 0 Гц на задану величину, робиться висновок про справний технічний стан двигуна та пов'язаних з ним механічних пристроїв. Якщо така різниця між амплітудами більше заданої величини, то робиться висновок про наявність несправності, яка характерна для даної частоти.

Спектральний аналіз отриманого сигналу та порівняння амплітуд A_i проводяться переважно у частотній області від мінус 100 дБ до 0 дБ шляхом виділення характерних рис (значень) появи несправності, наприклад, у вигляді стрибків амплітуди A_i на характерних частотах.

Для зниження ефекту розтікання спектра при виконанні спектрального аналізу за допомогою алгоритму швидкісного перетворення Фур'є використовуються функції вікна [8, 9].

На рисунках 1 – 7 наведені частотні характеристики A_i для справного двигуна та двигуна з різного роду несправностями. На рисунках амплітуди сигналів на вертикальній вісі, частоти – на горизонтальній вісі. На рисунках позначені характерні частоти, які характеризують несправності.

На рисунку 8 наведений приклад реальної напруги живлення електродвигуна засобу водного транспорту (вісь часу горизонтальна).

3. Засоби контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту

Велика кількість суден річкового флоту України, Росії та інших країн СНД оснащені ДВЗ типу 6NVD26-2. Ресурс даних двигунів у більшості випадків практично вироблений, а працездатність суднових енергетичних установок підтримується на необхідному рівні за рахунок здійснення частих позапланових заходів з технічного обслуговування.

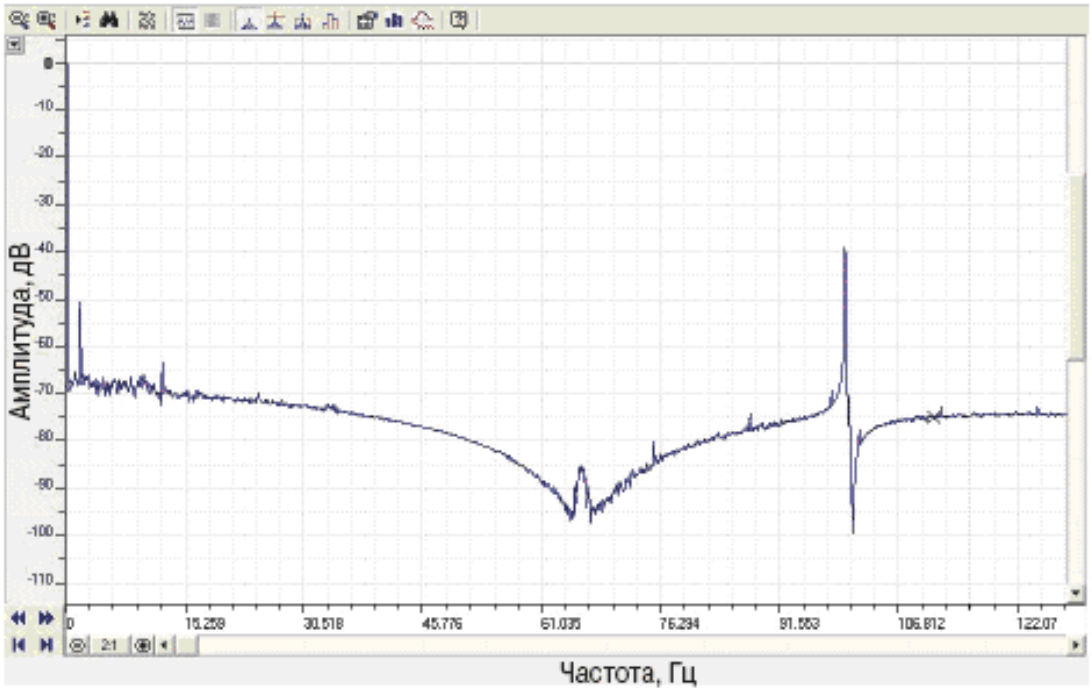


Рисунок 1 – Частотна характеристика модулю вектору струму справного електродвигуна (навантаження – насос)

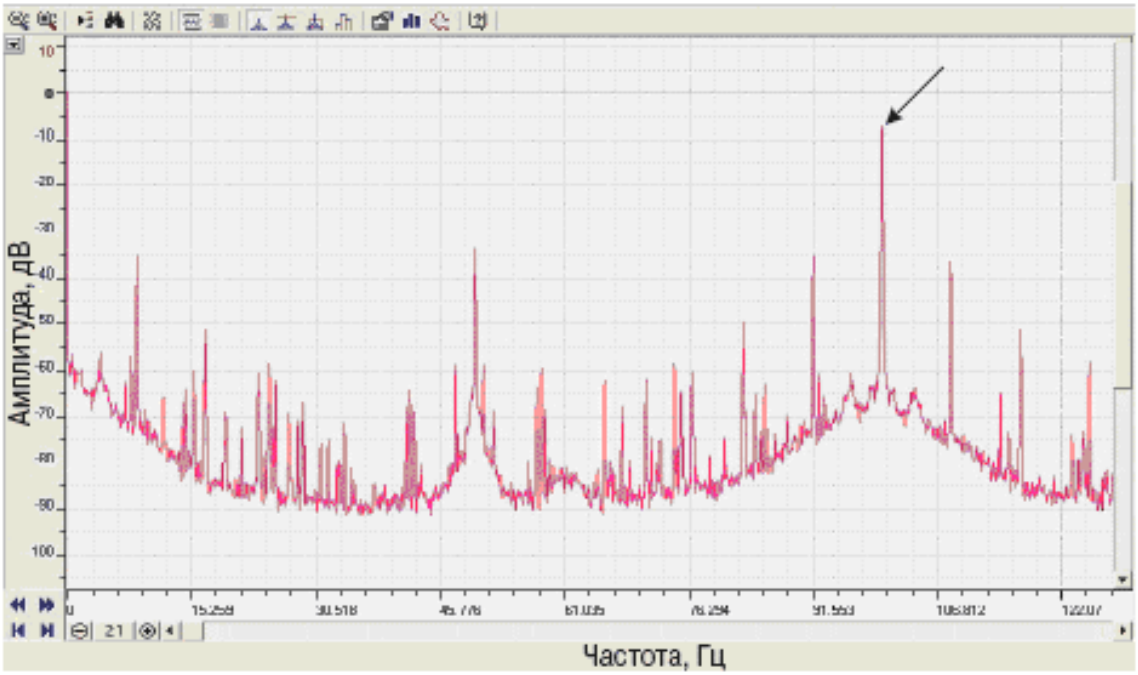


Рисунок 2 – Частотна характеристика модулю вектору струму електродвигуна при короткому замкненні обмотки статора

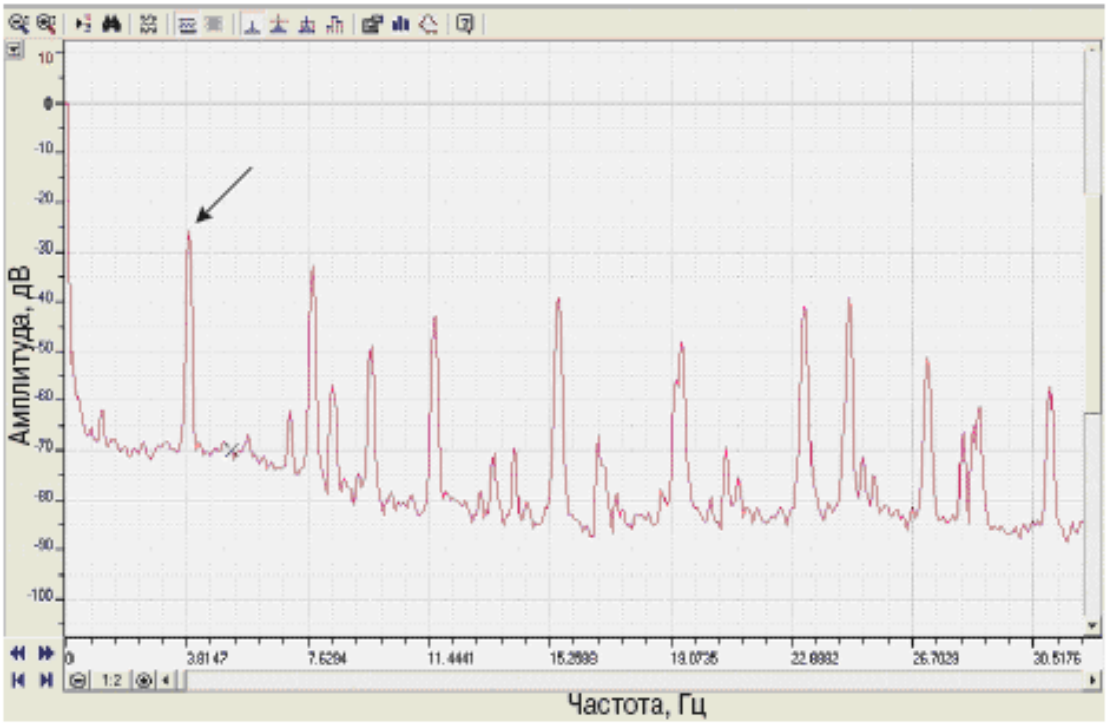


Рисунок 3 – Частотна характеристика модулю вектору струму електродвигуна при несправності ротора

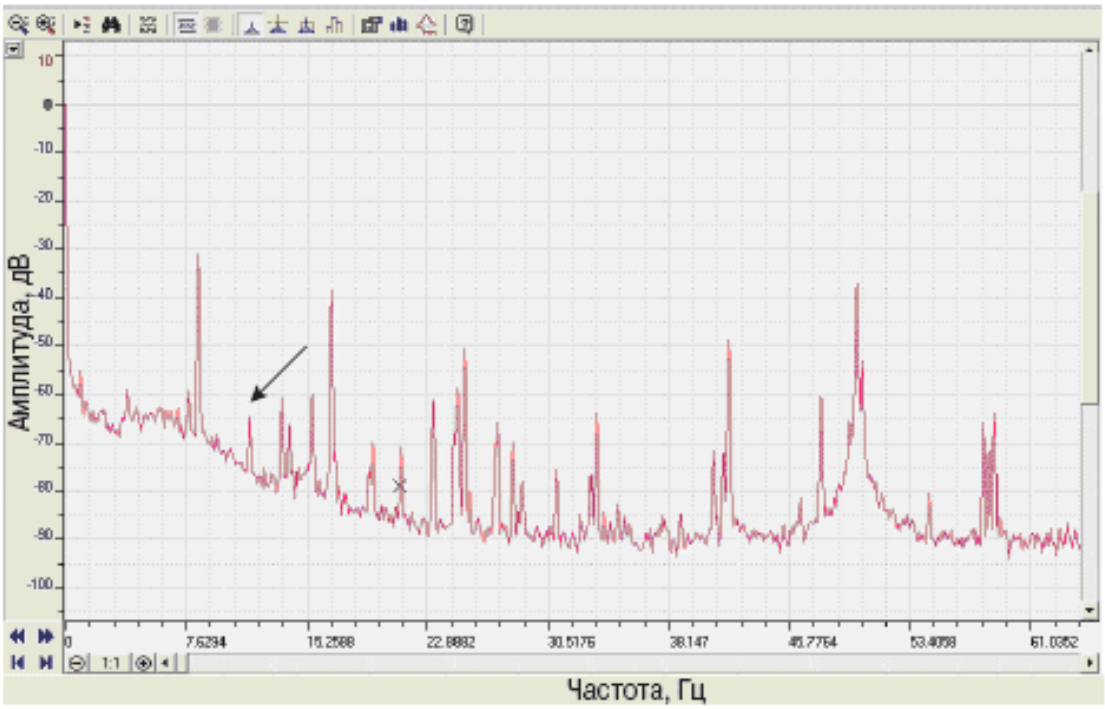


Рисунок 4 – Частотна характеристика модулю вектору струму електродвигуна при терті ротора та статора

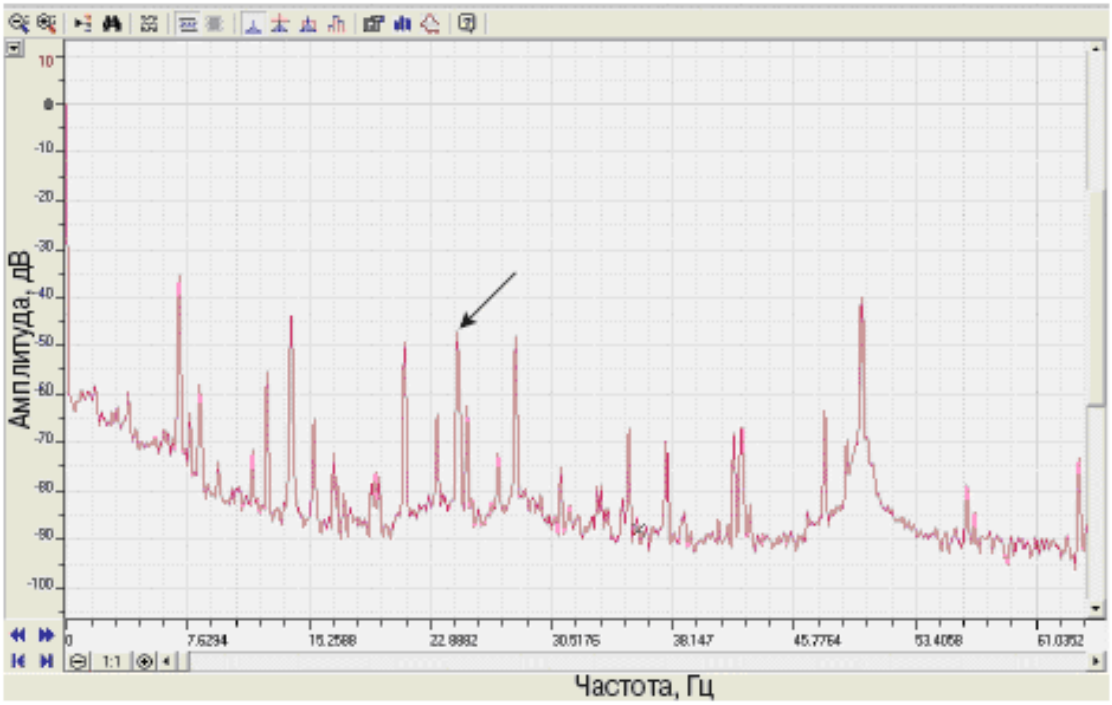


Рисунок 5 – Частотна характеристика модулю вектору струму електродвигуна при неузгоджені із навантаженням

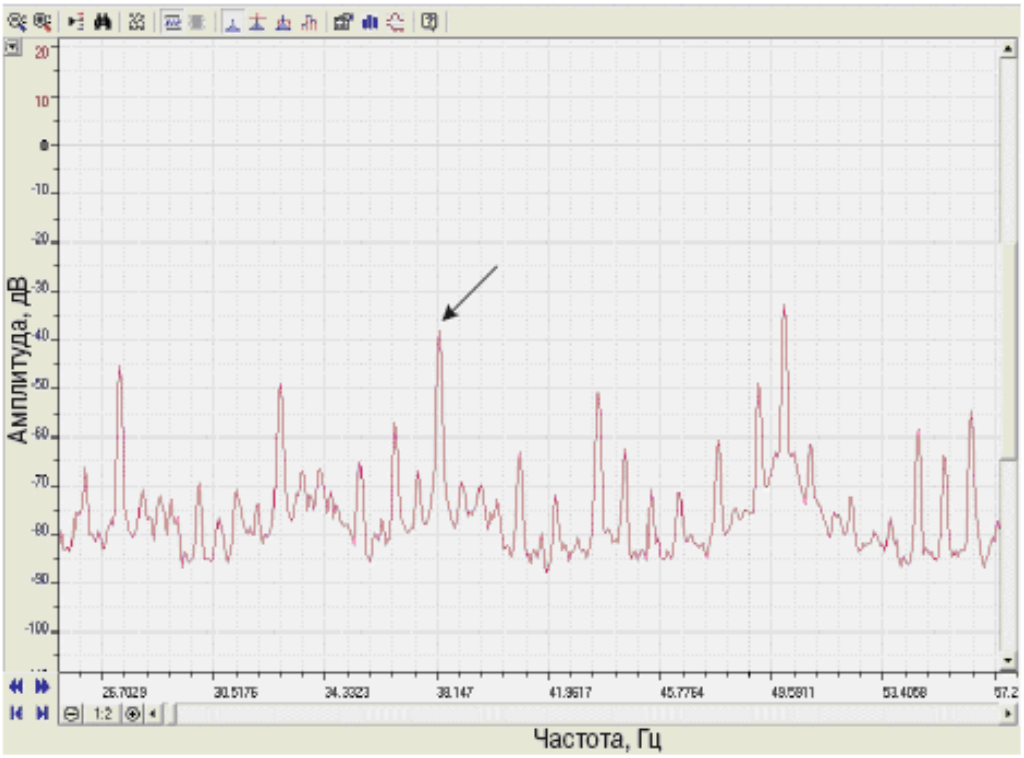


Рисунок 6 – Частотна характеристика модулю вектору струму електродвигуна при несправності підшипника

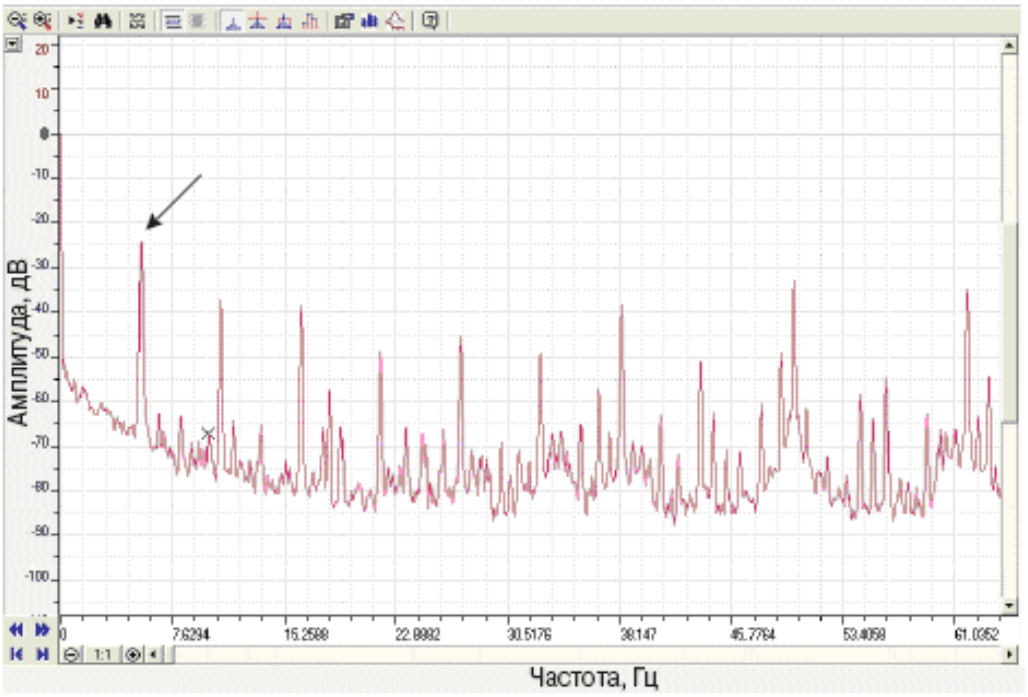


Рисунок 7 – Частотна характеристика модулю вектору струму електродвигуна при несправності передатного механізму

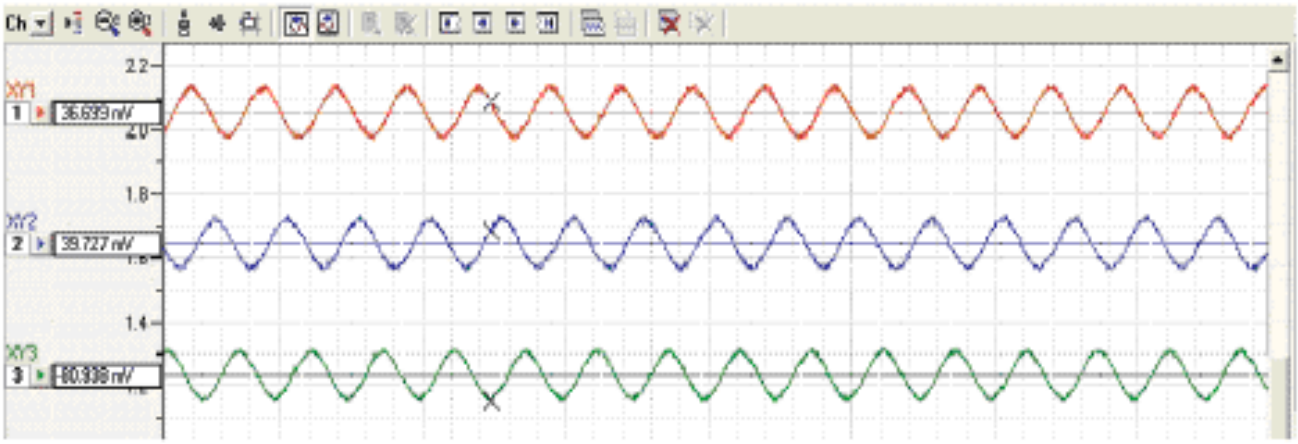


Рисунок 8 – Приклад напруги електродвигуна засобу водного транспорту

Прилади контролю та діагностики, що використовуються на морських і річкових суднах, відповідають вимогам класифікаційних документів і виробників енергетичного обладнання на момент прийняття судна і, як правило, реалізовані з використанням відповідних технологій [9].

Контрольно-вимірювальне обладнання, включаючи комп'ютерні інформаційно-вимірювальні компоненти, швидко застаріває, враховуючи досить довгий термін експлуатації суден. Сучасні інформаційні технології надають можливість суттєво підвищити якість контролю роботи обладнання, забезпечити більш високий рівень надійності, поліпшити умови роботи суднової команди за рахунок модернізації суднових інформаційних систем, що не вимагає великих матеріальних і виробничих витрат порівняно з заміною енергетичного обладнання [10].

Однією з важливих передумов забезпечення технічної безпеки плавання є моніторинг параметрів суднових дизелів (головних і допоміжних) в процесі їх експлуатації. Інформація про поточні значення параметрів робочого процесу суднових дизелів під час експлуатації дозволяє обслуговуючому персоналу підтримувати нормальний технічний стан дизелів і попереджати виникнення аварійних ситуацій. На експлуатованих в даний час річкових суднах моніторинг параметрів двигунів найчастіше зводиться до періодичного контролю тисків і

температур – за допомогою максиметра екіпаж визначає максимальні значення тисків газів по циліндрах (p_{max}) якого тиску в кінці процесу стиснення (p_c) при відключеною подачі палива. Крім p_{max}, p_c, температур води і масла, можна виділити цілий ряд інших параметрів, моніторинг яких під час експлуатації дає можливість здійснювати більш якісний контроль робочого процесу дизеля та виробляти точне регулювання окремих вузлів. Так, контроль середнього індикаторного тиску (p_i) дозволяє визначити перевантаження окремих циліндрів і рівномірно розподілити потужність по всіх циліндрах дизеля. Контроль максимальної швидкості підвищення тиску при згорянні палива (жорсткості $\Delta p/\Delta \varphi$ робочого процесу) дозволяє обмежити ударні навантаження на підшипники окремих циліндрів і виявити недоліки в роботі паливної апаратури (ПА). За допомогою контролю геометричних і дійсних фаз подачі палива виробляється комплексна оцінка технічного стану ПА. Контроль фаз газорозподілу під час роботи дизеля дозволяє оперативно оцінювати технічний стан газорозподільного механізму та підтримувати паспортні значення кутів закриття та відкриття клапанів [11].

Крім перерахованих вище, можна виділити ще цілий ряд параметрів робочого процесу, моніторинг яких під час експлуатації в значній мірі допоможе обслуговуючому персоналу підтримувати нормальний технічний стан дизеля [12].

До теперішнього часу більшість систем моніторингу суднових ДВЗ було спроектовано як єдиний програмно-апаратний комплекс, що виробляє запис параметрів і частковий розрахунок робочого процесу в режимі реального часу. Найбільш характерними системами такого типу є NK-5, NK-100, NK-200 фірми Autronica A/S, а також ряд аналогічних систем, розроблених компаніями Terasaki Electric Co., Ltd, Konsberg, JRCS, Hyundai, Samsung, Honeywell, Sulzer [11, 12].

Системи подібного типу покликані вирішувати два завдання: отримання даних в реальному часі та частковий розрахунок робочого процесу, що

дозволяє виробникам випускати завершені комплекси моніторингу суднових ДВЗ і надавати технічному персоналу судна великий обсяг інформації, необхідної для якісної технічної експлуатації двигунів. Однак такий підхід до вирішення завдання моніторингу ДВЗ має ряд недоліків:

– недостатньо повне (неточне) моделювання робочого процесу;

– за вихідні дані використовується обмежена кількість вимірюваних параметрів;

– не виявляються прогнозовані зміни технічного стану двигуна;

– з'єднання вимірювальної та розрахункової частин систем моніторингу ДВЗ значно збільшує їх складність. Так для передачі сигналів від двигуна до обчислювального комплексу використовуються довгі кабельні лінії; встановлюються додаткові підсилювачі та перетворювачі сигналів, що знижує надійність функціонування системи в цілому;

– вартість систем подібного типу залишається вельми високою, оскільки складається з вартості не тільки датчиків і первинних перетворювачів, а й усього допоміжного обладнання, включаючи вартість обчислювального комплексу та програмного забезпечення. Крім того, комп'ютери в таких системах задіяні тільки для вирішення завдання моніторингу ДВЗ [12].

4. Системи діагностики середньо-оборотних і мало-оборотних двигунів

Розглянемо що застосовуються в даний час системи діагностики середньо-оборотних і мало-оборотних двигунів.

Система CEDC фірми «Зульцер» (Швейцария) призначена для діагностування ЦПГ, ПА, турбокомпресора, охолоджувача наддувочного повітря (ОНП). Ця система встановлена на дизелях типу 6RND-90 теплохода «Вилли де Страсбург» (Франція). Діагностична система на базі міні-ЕОМ аналізує поточні параметри дизеля та його технічний стан. При зміні діагностичних параметрів проводиться аналіз тенденцій їх зміни в часі та встановлюється необхідний термін обслуговування (перебирання) вузла.

Поломка деталі (вузла) попереджається сигналом про досягнення граничного значення параметра. Таким чином, кожен раз проводяться тільки ті роботи, які необхідні для підтримки характеристик дизеля на оптимальному рівні. Діагностичні системи складаються з трьох основних частин [13, 15]:

– датчиків і перетворювачів сигналів, встановлених на дизелі або в безпосередній близькості до нього; центрального обробного та реєструючого пристрою, розміщеного в центральному пульті управління або в спеціальному приміщенні;

– засобів зв'язку «людина – машина», що знаходяться в центральному посту управління.

Сигнали передаються у цифровому вигляді. Термічне навантаження циліндра вимірюється термодатчиками, встановленими в кришці циліндра (2 шт.), верхній частині втулки (4 шт.) і в нижній частині втулки збоку випуску (1 шт.) на глибині близько 6 мм від робочої поверхні. Чотири термодатчика у верхній частині втулки дозволяють визначити похибку організації процесу згоряння, обертання та вібрацію поршневих кілець, а також зафіксувати сухе тертя, яке відзначає в основному датчик в нижній частині втулки. Робота поршневих кілець контролюється двома додатковими датчиками, розташованими в верхній частині втулки. Ці датчики визначають щільність прилягання кілець до втулки в момент проходження кільцем місця установки датчика та фіксують втрату рухливості й поломку кілець; при відсутності кільця в струмку (поломка кільця) інтенсивність сигналу падає не менше ніж на 25%. При аналізі процесу згоряння визначаються характерні точки процесу (p_c, p_{max} тощо) [14].

Система фірми «Зульцер» забезпечує безперервне вимірювання та реєстрацію зносу верхнього поршневого кільця дизеля, а також зазначає обертання кілець або його відсутність. Датчики індуктивні. Верхні поршневі кільця головного двигуна спеціальної конструкції. Датчики встановлюються в наскрізних свердліннях втулки врівень з її робочою поверхнею.

Обчислювальний пристрій за визначеними програмами оцінює загальний технічний стан дизеля та залишковий ресурс деталей ЦПГ, рекомендує час чергового профілактичного обслуговування. Діагностична система може бути з'єднана зі штатними системами управління та регулювання – регулятором «Вудворд», системою регулювання циркуляційної та циліндричної мастила – і брати участь в загальному процесі автоматичного регулювання режиму роботи дизеля, аж до аварійної зупинки його в разі небезпечного виходу за норму будь-яких параметрів контролю, в тому числі в системах підготовки палива й масла, охолодження тощо [15].

Система DETS фірми «Норконтрол» (Норвегія) є вимірювальним комплексом, що дає інформацію про систему впорскування палива та процесу згоряння в дизелі у вигляді роздрукованих значень параметрів і графіків. Система використовує два датчики (тиску уприскування палива та тиску в циліндрі) п'єзоелектричного типу. Два магнітні датчики дають інформацію про кут перекривання клапану (ПКВ) і частоту обертання. Додатково встановлюється датчик тиску продувочного повітря. Реєструються такі характерні параметри: p_i, p_c, p_{max}, тиск розширення в точці 40° верхньої мертвої точки, момент максимального тиску, градуси ПКВ; різниця між найбільшим і найменшим значеннями рі протягом п'яти ходів поршня. Для візуального контролю будується діаграма тиску стиснення в зоні верхньої мертвої точки і крива тиску впорскування [15, 16].

Система PED фірми «Пилстик» (Франція) вперше була встановлена на дизелі 18PC2-5V теплохода «Ренор». За допомогою системи діагностуються середньо-оборотні дизелі фірми «СЕМТ-Пилстик» серій PC-2, PC-3, PC-4. Діагностичною системою контролюється стан корінних підшипників колінчастого вала й верхнього поршневого кільця, агрегатів турбокомпресора. Датчики системи вимірюють такі параметри: температуру та тиск за ОНП, температуру охолоджуючої води на вході в ОНП, тиск повітря за турбокомпресором, положення рейок паливних насосів високого тиску (ПНВТ),

частоту обертання ротора турбокомпресора, вібрацію підшипників турбокомпресора з видачею попереджувальних сигналів при підвищеній вібрації за допомогою датчика стану підшипників (безконтактного датчика переміщення). Датчик дає можливість виявити порушення центрування колінчастого вала. Стан верхнього кільця контролюється індуктивним датчиком «Ніпп» фірми «Віброметр» [16].

Система «Віброметр» фірми «Віброметр» (Швейцарія) діагностує такі вузли: ЦПГ, системи упорскування палива, турбокомпресора, поршневих кілець. Діагностична система випробовувалася на дво- і чотиритактних МОД і СОД. Діагностична система контролює такі вузли дизеля:

– поршень (поява стукотів, задираки);

– клапани, деталі клапанних приводів (розподільний вал, коромисло тощо), ПНВТ;

– підшипники (знос), а також такі параметри, як частота та напрямок обертання колінчастого вала, p_{max} і характеристики впорскування.

У діагностичній системі використовуються п'єзоелектричні датчики, які збирають інформацію про акустичні сигнали, після обробки яких робиться висновок про нормальний або анормальний стан вузлів. П'єзоелектрична система оцінки звукових хвиль «Ніпп» включає п'єзоелектричний акселерометр, який виявляє неузгодженість ротора та знос підшипників турбокомпресора. Стан поршневих кілець контролюється за допомогою датчика «Ніпп». Інформація виводиться на дисплей [17, 18].

Система МЕКОМ фірми «Статронік» (Норвегія) призначена для діагностування дизелів, турбін, котлів, з її допомогою реєструються наступні параметри: рівень вібрації механізмів, температури підшипників турбін, втулок циліндрів, температура випускних газів, тиск в різних точках газоповітряного тракту [13].

Сучасні діагностичні системи дизелів контролюють зміну тиску в циліндрах залежно від часу, кута ПКВ або ходу поршня. Діаграма $p_ц = f$ (φ

ПКВ) наводиться на екрані осцилографа та вводиться у пам’ять електронно-обчислювальної машини (ЕОМ) для наступного аналізу, в процесі якого встановлюються величини p_i, p_c, p_{max}, кут ПКВ, якому відповідав би максимальний тиск у циліндрі. Значення цих параметрів, а також інших, що мають відношення до робочого процесу (тиск і температура наддувочного повітря, частота обертання колінчастого вала тощо), виводяться або можуть бути викликані на дисплей (табло) пристрою. Так працює прилад NK-2, що входить в діагностичну систему фірми «Аутроника» (Норвегія), ACEA (Швеція) та інших [17, 18].

Системи «Комос-D1, -D2, -D3, -D4» фірми MH1 (Японія), використовують електронно-променеву трубку та систему діалогу, призначені для діагностування головного та допоміжних двигунів. Вимірювані значення порівнюються з еталонними, що зберігаються в пам'яті ЕОМ [18].

З представленого аналізу існуючих діагностичних систем двигунів засобів водного транспорту можна зробити наступні висновки:

– в даний час кожен виробник ДВЗ в першу чергу стурбований моніторингом параметрів (діагностикою) тільки свого двигуна, універсальні системи моніторингу для двигунів будь-яких моделей не створюються;

– установка спеціалізованих діагностичних комплексів здійснювалася на ДВЗ досить високої потужності, застосовуваних на морських суднах; на річкових суднах та суднах змішаного (річка-море) плавання такі системи дотепер не застосовувалися.

Технічна діагностика двигунів на суднах з класом річкового регістру зводиться до зняття індикаторних гребінок, теплотехнічного контролю та подальшої «ручної» обробки отриманих результатів судновими механіками або теплотехнічними групами. Однак досягнення технічного прогресу та встановлені вимоги до надійності двигунів засобів водного транспорту вимагають перегляду підходів в області технічної діагностики суднових технічних засобів на внутрішньому водному транспорті, тим більше що прогрес

в галузі управління об'єктами СЕУ і діагностики їх технічного стану неминуче вимагатиме переходу організацій за класифікацією на новий рівень реалізації процедур класифікації та огляду суден [19].

Висновки. Аналіз розглянутих вище й інших, не описаних у роботі, систем дозволяє сформулювати перелік діагностичних параметрів двигунів, необхідних для реалізації алгоритмів безрозбірної автоматичної технічної діагностики.

Результати аналізу доводять, що в даний час розв’язання задачі технічної діагностики суднових двигунів, а отже, і інших, менш складних об'єктів СЕУ річкових суден, стає можливим, оскільки сучасні електронні системи управління дозволяють здійснювати безперервний моніторинг технічних параметрів, збір та обробку інформації, отриманої від датчиків регульованих величин і процесів. У зв'язку з цим завдання розробки спеціалізованих діагностичних комплексів стає актуальним, так як інформація, отримана від електронних систем управління двигуном і іншими об'єктами СЕУ, може оброблятися центральним комп'ютером управління або комп'ютером машинного відділення з метою управління та діагностування всієї СЕУ [14], а, при необхідності, й окремих об'єктів.

Отже, аналіз методів і засобів контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту показує, що актуальним є метод спектрального аналізу сигналів вібродіагностування або складових спектру робочої рідини (наприклад, моторного мастила). Розглянемо методи дослідження оцінок спектральної щільності потужності при спектральному аналізі випадкових сигналів, які можна використовувати при контролі технічного стану двигунів.

Список літератури

1. Сборник резолюций Международной морской организации по вопросам судовождения. М.: В/О Мортехинформреклама,1989. 68 с.

2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2006. 751 с.

3. Сизых В.А. Судовые энергетические установки. М. : РКонсульт, 2002. 264 с.

4. Соловьёв А.В. Интеллектуальная система управления классификационной деятельностью на водном транспорте. *Речной транспорт* (XXI век). 2017. № 84. С. 40–42.

5. Соловьёв А.В. Концепция единого целеориентированного управления судовой энергетической установкой. *Вестн. гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С.О. Макарова*. 2017. Т. 9. № 5. С. 1027-1039.

6. Сорокин В.А. Производство современных среднеоборотных судовых дизелів. Двигателестроение. 2013. № 3. С. 3–8.

7. Справочник капитана дальнего плавания / Аксютин Л.Р. и др.; под ред. Г.Г. Ермолаева. М. : Транспорт, 1988. 248 с.

8. Судовые двигатели внутреннего сгорания: учебник для вузов / Ю.Я. Фомин и др. Л.: Судостроение, 1989. 344 с.

9. Суворов П.С. Динамика дизеля в судовом пропульсивном комплексе. Одесса: ОНМА, 2004. 304 с.

10. Суворов П.С. Управление режимами работы главных судовых дизелей. Одесса: ЛАТСТАР, 2000. 238 с.

11. Сысоева С. Новые тенденции и перспективные технологии автомобильных датчиков систем Powertrain и контроля эмиссии. Ч. 1. Состояние и перспективы рынка датчиков положения, скорости, датчиков концентрации кислорода (газа), массового расхода воздуха и давления. *Компоненты и технологии*. 2006. № 60. С. 86–94.

12. Теоретические основы испытаний и экспериментальная отработка сложных технических систем / Л.Н. Александровская и др. М.: Логос, 2003. 736 с.

13. Тихонов И.В. Прогнозирование параметров траектории движения объектов на внутренних водных путях. «Практичні проблеми розвитку радіозв'язку та радіонавігації в ГМЗЛБ, у системах АІС, СУКС і РІС». Матеріали VIII науково-практичної конференції (Одеса, 6–7 листопада 2007 р.). Одеса: ОНМА. 2007. С. 8–9.

14. Тихонов И.В. Пособие судоводителя малотонажаного судна / Тихонов И.В. и др. Одесса: Феникс, 2007. 302 с.

15. Шор Я.Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надёжности. М.: Советское Радио, 1962. 552с.

16. Штовба С. Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. Москва: Горячая линия: Телеком, 2007. 228 с.

17. Lisowski J. Game control methods in navigator decision support system. The Archives of Transport. 2005. No 3–4, Vol. XVII. P. 133 –147.

18. Reform in the inland water transport: China's experience URL: https://www.unescap.org/our-work/transport (дата звернення 12.12.2018).

19. Sustainable development of inland waterway transport in China (2009). Theme I of a World Bank Project: Comprehensive Transport System Analysis in China. URL: https://documents1.worldbank.org/curated/en/860411468024540285/pdf/549620WP0P109910printing1En109jul09.pdf (дата звернення 12.12.2018).

УДК 629.5.016 https://doi.org/10.33298/mataparat.03

Ліганенко В.В. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ОЦІНОК СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Постановка проблеми. Під спектральним аналізом розуміють вимірювальний процес або експериментальний аналіз спектрів сигналів за допомогою спеціальних вимірювальних приладів – аналізаторів спектра (або спектроаналізаторів). Такі прилади дозволяють визначити одну або декілька спектральних характеристик випадкових сигналів [1,2].

Мета дослідження – здійснити аналіз методів дослідження оцінок спектральної щільності потужності при спектральному аналізі випадкових сигналів.

Однією з найважливіших спектральних характеристик випадкових сигналів є СЩП, а при апаратурному аналізі – її оцінка [3]. Цим пояснюється те, що сучасні аналізатори спектра дозволяють проводити вимірювання оцінки СЩП випадкових сигналів.

Відомі методи спектрального аналізу можуть бути об’єднані у чотири взаємопов'язані групи [4]:

− метод, заснований на часовому усередненні квадрата фільтрованої реалізації досліджуваного випадкового сигналу x(t) або так званий «фільтровий метод»;

− метод, що використовує усічене перетворення Фур'є оцінки кореляційної функції реалізації випадкового сигналу;

− метод, що використовує усереднення коефіцієнтів Фур'є реалізації випадкового сигналу по частотах;

− метод, заснований на часовому усередненні квадратів коефіцієнтів Фур'є реалізації випадкового сигналу. Проведемо аналіз цих методів.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Показники якості

Різним методам дослідження (аналізу) оцінок спектральної щільності потужності випадкових сигналів (процесів) присвячено багато робіт [5]. Однак домінуючими серед використовуваних показників (і пов'язаних з ними критеріїв) є показники якості: незміщеність, спроможність і ефективність, а також відносна середньоквадратична похибка вимірювання оцінки СЩП, яка визначається виразом [6]:

$$\delta\hat{G}_x = \frac{D\left[\hat{G}_x\right]}{\left(M\left[\hat{G}_x\right]\right)^2}, \qquad (1)$$

де $D\left[\hat{G}_x\right]$ – дисперсія оцінки СЩП;

$M\left[\hat{G}_x\right]$ – математичне очікування оцінки СЩП.

Наведемо добре відомі за різними джерелами результати такого аналізу вказаних вище оцінок СЩП [5, 6].

Оцінка СЩП $\hat{G}_1$ є зміщеною. Причому, якщо смуга частот Δf вузько-смугового фільтра досить мала, то зміщенням оцінки можна знехтувати. При більш суворої оцінки зсуву запишемо наступне співвідношення для дисперсії СЩП G (з точністю до другого члена розкладання в ряд Тейлора):

$$D\left[\hat{G}_1(f)\right] = \frac{\hat{G}_1(f)}{T\Delta f} + \left[\frac{(\Delta f)^2}{24}\hat{G}_1''(f)\right]^2. \qquad (2)$$

Як виходить із виразу (2), середньоквадратичне похибка оцінки СЩП прагне до нуля при $T\to\infty$ тільки за умови, якщо смуга частот Δf обрана так, що $\Delta f\to 0$ і $T\Delta f\to\infty$. Наприклад, якщо $\Delta f = \alpha T^{\beta-1}$, де $\alpha>0$ і $0<\beta<1$. Отже, вибір параметрів Δf і T для методу безпосередньої фільтрації, при визначенні оцінки СЩП $\hat{G}_1$ по безперервної реалізації випадкового процесу, коли величини Δf і T кінцеві, вимагає компромісного рішення. Так, для підвищення точності вимірювань оцінки СЩП $\hat{G}_1$, відповідно до виразу (1), необхідно зменшувати її дисперсію. Як виходить з рівності (2), при кінцевому, заданому, часу аналізу T збільшувати смугу пропускання Δf. Але збільшення Δf відповідає погіршення іншої найважливішої характеристики аналізаторів спектра − роздільної здатності. Отже, компроміс при синтезі параметрів фільтра для фільтрових аналізаторів спектра полягає в тому, щоб при заданому часу аналізу T вибрати смугу частот Δf, що задовольняє двом суперечливим параметрам: кореляційній функції, і оцінці $\hat{G}_3(f)$, яка одержувана методом, що використовує усереднення коефіцієнтів Фур'є (або перетворення Фур'є).

Для нормальних стаціонарних процесів не існує межі оцінок $\hat{G}_2(f)$ і $\hat{G}_3(f)$ в середньому квадратичному. Це обумовлено тим, що функція $A(j\omega)$, на якій будуються оцінки СЩП $\hat{G}_2(f)$ і $\hat{G}_3(f)$, є випадковою функцією частоти f (або ω). Вона, аналогічно випадковій функції часу $x(t)$, змінюється випадковим чином близько деякого свого математичного очікування та має дисперсію, яка зі збільшенням часу аналізу T не прагне до нуля, тобто збільшення часу аналізу не дозволяє досягти бажаної статистичної точності. Тому безпосереднє використання точкових оцінок СЩП $\hat{G}_2(f)$ і $\hat{G}_3(f)$ в аналізаторах спектра не є виправданим, можна навіть сказати коректним, і вони не знайшли широкого поширення в апаратному спектральному аналізі.

При згладжуванні (усередненні) оцінки $\hat{G}_3(f)$ порівняно невеликому інтервалу частот отримують адекватні оцінки СЩП з деяким зміщенням, але вони цілком придатні для вимірювання оцінки СЩП.

Іншим способом поліпшення оцінки СЩП $\hat{G}_3(f)$ є усереднення періодограми за декількома незалежними реалізаціями, що вище віднесено до методу апаратурного спектрального аналізу, заснованому на тимчасовому усередненні квадратів коефіцієнтів Фур'є. Тоді оцінку $\hat{G}_4(\omega)$ можна прийняти за оцінку СЩП на частоті, розташованій в центрі інтервалу усереднення. При цьому зміщенням нової оцінки можна знехтувати, дисперсія ж її при збільшенні часу аналізу T прагне до нуля. Однак досягається цей ефект за рахунок ускладнення апаратурної реалізації та збільшення часу вимірювання.

2. Методи підвишення періодограмний оцінок СЩП

Для поліпшення періодограмний оцінок СЩП використовуються різні методи згладжування, зокрема методи Даньєла, Бартлетта і Уелча. Ці методи згладжування оптимальні для певних умов, але вони статистично стійкі (і працездатні) для багатьох класів сигналів. Однак застосування методів згладжування призводить, по-перше, до погіршення роздільної здатності (за рахунок розширення головної пелюстки АЧХ фільтра) без будь-якого компенсуючого зменшення дисперсії оцінки СЩП і, по-друге, до суттєвого ускладнення апаратурної реалізації.

Таким чином, фільтровий метод, або метод безпосередньої фільтрації, відрізняючись найбільшою простотою апаратурної реалізації, не поступається за показниками якості іншим методам апаратурного спектрального аналізу, якщо не вживати спеціальних заходів для їх поліпшення, що призводить до ускладнення апаратурної реалізації цих методів і збільшення часу вимірювання.

У той же час весь досвід розвитку техніки апаратурного аналізу випадкових процесів показує, що ускладнення закладаються в його основу методів без відповідного технічного вдосконалення самої апаратури не

призводить до скільки-небудь позитивних результатів, так як отримана додаткова інформація про характеристики процесу втрачається [8]. Саме тому відносно прості методи апаратурного аналізу випадкових процесів, в тому числі фільтровий апаратурний аналіз, розвивалися найбільш динамічно та доведені до певного ступеня досконалості.

Таким чином, результати проведеного аналізу відомих методів дослідження оцінок СЩП ще раз підтверджують необхідність подальшого вдосконалення фільтрового методу спектрального аналізу. Це перший висновок даного параграфа.

Інший висновок полягає в тому, що у відомій літературі немає єдиного, узагальненого показника для порівняльного аналізу оцінок СЩП по точності та науково-обґрунтованого вибору оцінок СЩП за критерієм оптимальності для цього узагальненого показника. Дане питання постійно піднімається в наукових публікаціях [8]. Перевага віддається методам (і показникам) теорії статистичних рішень, які є найбільш адекватними для визначення граничної точності вимірювання (оцінки) характеристик випадкових сигналів. В даний час теорія статистичних рішень найбільшою мірою розвинена стосовно синтезу оптимальних вимірювачів параметрів детермінованих сигналів на тлі перешкод і до аналізу їх характеристик точності [9].

У теорії статистичних рішень в загальному вигляді, завдання оцінки параметрів випадкових процесів зводиться до визначення деякого багатовимірного параметра на основі обробки реалізації, що спостерігається [9].

Залежно від вимог, що пред'являються до процесу оцінки і до самих оцінок параметрів випадкових сигналів, можливі різноманітні методи оцінювання. При цьому кожна оцінка, в тому числі оцінка СЩП, характеризується своїми показниками якості, які в більшості випадків вказують міру близькості тієї чи іншої оцінки до істинного значення оцінюваного параметра. Показник якості, в свою чергу, визначається вибором критерію

оцінки. Тому, перш ніж побудувати (визначити) будь-яку оцінку, потрібно вибрати критерій оцінки. Як показано в [10], найбільш достовірними є критерії теорії статистичних рішень, що забезпечують мінімальні похибки, яка нас цікавить параметра випадкового процесу. У такій ситуації найбільш повні відомості про можливі значеннях параметра (оцінки СЩП) даються апостеріорною щільністю ймовірностей, яка є умовною щільністю ймовірностей параметра в тому випадку, якщо прийнята дана реалізація, а точніше, умовна щільність ймовірностей вихідних даних {x(t)}, що розглядається як функція оцінювання параметра випадкового процесу, зокрема СЩП. Саме ця функція, звана також функцією правдоподібності, використовується в подальшому при отриманні узагальненої математичної моделі точкових оцінок СЩП, що визначають відповідні методи апаратурного спектрального аналізу.

Відомо кілька підходів до завдання вимог про необхідні властивості точкових оцінок. До основних із цих властивостей слід віднести [11]:

− умовна щільність ймовірності даної точкової оцінки повинна бути згрупована якомога тісніше навколо значення цієї оцінки;

− оцінка повинна бути незміщеною та ефективною;

− оцінка повинна бути достатньо статистичною, тобто такою, коли всі судження про передбачені параметри можуть бути винесені на підставі цієї статистики без додаткового звернення до реалізації прийнятих даних.

Апостеріорна ймовірність, або функція правдоподібності, завжди є достатньою статистикою. Функція правдоподібності при фіксованій вибірці {x(t)} показує, наскільки одне можливе значення оцінки СЩП, отримане будь-яким апаратурним методом, «більш правдоподібно», ніж інша оцінка СЩП. Удосконалені апаратурні методи спектрального аналізу випадкових сигналів пропонується використовувати при контролі технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

3. Обґрунтування методів удосконалення фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів

Основним елементом фільтрових аналізаторів спектра є вузько-смуговий фільтр, який в значній мірі визначає їх характеристики. Звідси природною виглядає вимога вдосконалення методів фільтрації. Розробці та дослідженню методів фільтрації присвячена велика кількість робіт [12]. В даний час в аналізаторах спектра використовуються активні вузько-смугові фільтри [12, 13], які повинні володіти в ідеалі прямокутною ФСВ або АЧХ. Однак відомо, що ідеальний фільтр фізично (апаратно) не реалізуємо, так як його імпульсна характеристика повинна змінюватися в діапазоні від $t = -\infty$ до $t = +\infty$ [13, 14].

Для наближення реальної АЧХ до ідеальної або збільшують порядок фільтра, що ускладнює синтез його параметрів і схемну реалізацію, або використовують різні способи апроксимації ФСВ.

Найбільшого поширення знаходять так звані поліноміальні фільтри, зокрема фільтри Баттерворта, Чебишева, інверсний Чебишева, Кауера (еліптичний), Бесселя, відмінність яких один від іншого полягає в різному підході до вибору показників апроксимації [13, 15]. Так, критерієм для фільтра Баттерворта є максимальна площина або максимальна гладкість ФСВ.

Фільтр Чебишева має АЧХ, яка в смузі пропускання характеризується пульсаціями однакової амплітуди, тому його називають фільтром рівнохвильових пульсацій. За межами смуги пропускання АЧХ цього фільтра монотонно зменшується, причому крутість спаду АЧХ в цій області у фільтра Чебишева більше, ніж у фільтра Баттерворта такого ж порядку.

Інверсний фільтр Чебишева має АЧХ, яка монотонно змінюється в межах смуги пропускання і пульсує в смузі загородження.

Фільтр Кауера (еліптичний фільтр) має АЧХ, пульсуючу і в смузі пропускання, і в смузі загородження. Порівняно з усіма іншими типами фільтрів він забезпечує найбільш крутий спад АЧХ при переході від смуги пропускання до смуги загородження.

При цьому для фільтрів Чебишева, інверсного Чебишева і Кауера АЧХ залежить не тільки від порядку фільтра, але і від прийнятих параметрів, що визначають пульсації АЧХ.

Фільтри, які характеризуються більш крутим спадом АЧХ в перехідній смузі, мають зазвичай більший час встановлення вихідного сигналу при стрибкоподібній зміні вхідного сигналу.

Фільтр Бесселя відрізняється від описаних вище фільтрів тим, що має хорошу фазочастотну характеристику та забезпечує найкраще наближення реальної АЧХ до ідеальної лінійної залежності.

Таким чином, відомі способи апроксимації ідеальної АЧХ фільтрів застосовні тільки для поліпшення окремих часткових показників їх частотних характеристик. Однак жоден з цих показників не є інтегральним і не використовує головного для аналізаторів спектра критерію – мінімуму двох найважливіших складових методичної похибки вимірювання оцінки СЩП. Така похибка, одержувана із застосуванням даного фільтра, залежить від:

- похибки апроксимації АЧХ в смузі пропускання фільтра;
- похибки, що вноситься бічними пелюстками (пульсаціями) АЧХ поза смуги пропускання (у смузі загородження).

Ці пульсації АЧХ фільтра поблизу точок розриву (як в смузі пропускання, так і поза нею), звані ефектом (явищем) Гіббса, викликаються урізанням частотного спектра сигналу [13, 16].

Для зменшення впливу пульсацій АЧХ, а отже, підвищення точності аналізаторів спектра, широко використовуються вагові вікна (windowing). Запропоновано та застосовується велика кількість (каталог) вагових вікон (функцій вікна): прямокутне, або вікно Діріхле; трикутне, або вікно Барттлета; вікна Ханна, Хеммінга, Блекмана, Блекмана-Херріс, Рісса, Рімана, Парзена, Наттола, Бома, Гаусса, Дольфа-Чебишева, Кайзера-Бесселя, Барсілона-Темешем тощо [14, 17].

Вибір вагових вікон для спектрального аналізу здійснюється, в основному, за двома групами показників:

− по характеристикам ширини смуги пропускання головної пелюстки АЧХ фільтра на певному рівні, наприклад половинній потужності;

− по характеристикам бічних пелюсток АЧХ фільтра, серед яких найчастіше використовується два показники:

а) піковий (або максимальний) рівень бічних пелюсток, який дозволяє судити про те, наскільки добре вікно пригнічує просочування потужності сигналу, що фільтрується;

б) швидкість спаду рівня бічних пелюсток, особливо найближчих до головного пелюстка ФСВ.

Для ілюстрації в таблиці 1 наведені характеристики деяких, досить поширених при спектральному аналізі вагових вікон.

Таким чином, вагові вікна дозволяють поліпшити і навіть отримати оптимальне значення одного із зазначених вище показників ФСВ фільтра. Однак серед відомих вагових вікон немає таких, які б забезпечували мінімум наведених похибок вимірювання оцінок СЩП.

Таблиця 1

Характеристики вагових вікон

Вікно	Максимал. рівень бокових пелюсток, дБ	Асимптотична швидкість падіння бокових пелюсток, дБ	Еквівалентна ширина смуги	Ширина смуги за рівнем половинної потужності
Прямокутне	– 13,3	– 6	1,00	0,89
Трикутне	– 26,5	– 12	1,33	1,28
Ханна	– 31,5	– 18	1,50	1,44
Хеммінга	– 43	– 6	1,36	1,30
Наттола	– 98	– 6	1,80	1,70
Гауссовске	– 42	– 6	1,39	1,33
Кайзера	– 50	0	1,39	1,33

З наведеного вище аналізу робимо висновок, що вузько-смугові фільтри для спектрального аналізу вимагають постановки і розв’язання принципово нових завдань щодо їх удосконалення. Такими завданнями (і напрямками удосконалення фільтрації) в даній роботі є:

− розробка методу оптимізації АЧХ фільтра по мінімуму похибки апроксимації у вимірюванні оцінок СЩП фільтровими методами;

− розробка методу оптимізації АЧХ по мінімуму впливу бічних пелюсток на точність вимірювання оцінки СЩП фільтровими методами.

Розробка цих методів оптимізації є першим напрямком удосконалення фільтрових методів спектрального аналізу, досліджуваним в роботі. Інший, принципово новий напрямок вдосконалення фільтрових методів спектрального аналізу пов'язано з дослідженням можливості застосування вузько-смугових динамічних фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів при контролі технічного стану засобів водного транспорту.

Застосування традиційних методів синтезу смугових фільтрів для апаратурної реалізації ФСВ пов'язано з великими теоретичними та технічними труднощами, що обумовлено високим порядком смугових фільтрів, а, отже, і великим числом елементів, необхідних для їх побудови [12, 18]. Особливо це відноситься до фільтрів низького та інфранизького діапазонів частот. Ускладнення смугових фільтрів неминуче веде до погіршення надійності та ускладнення експлуатації контрольно-вимірювальної апаратури спектрального аналізу.

Це обумовлено тим, що для забезпечення необхідних характеристик точності цієї апаратури необхідно проведення додаткових операцій з її настроювання та перевірку працездатності як у ході їх підготовки до застосування, так і при експлуатації. Крім того, ускладнення технічних об'єктів і розширення різних заходів щодо забезпечення їх надійності призводить до збільшення витрат на розробку, виготовлення та експлуатацію контрольно-вимірювальної апаратури спектрального аналізу.

У зв'язку з цим актуальним є завдання пошуку нових шляхів (підходів, можливостей) реалізації оптимальних АЧХ методів фільтрового аналізу, що дозволяють при заданих точності та достовірності вимірювання СЩП спростити апаратурну реалізацію аналізаторів СЩП, що, в свою чергу, призведе до підвищення їх надійності.

Одним з можливих шляхів вирішення цього завдання є використання для побудови аналізаторів СЩП динамічних (нестаціонарних, тих, що перебудовуються) фільтрів малих порядків [13, 19]. Пояснимо їх фізичну суть.

Форма АЧХ фільтра, особливо низьких порядків, далека від ідеальної. Однак, якщо при постійному коефіцієнті передачі фільтра змінювати в часі частоту настройки (аналізу) і коефіцієнт загасання фільтра в функції часу, то при певному виборі законів перебудови цих параметрів можна отримати необхідну точність апроксимації ідеальної, прямокутної функції спектрального вікна (рис. 1) [14, 20].

Найважливішою особливістю таких фільтрів є, як виходить з рисунку 1, те, що коефіцієнт загасання фільтра змінюють так, щоб його найбільше значення відповідало середині смуги пропускання фільтра (тобто на центральній частоті ω_0), а найменше - значенню країв цієї смуги (тобто при $\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}$ і $\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$).

Звідси актуальним є завдання визначення оптимальних законів зміни параметрів динамічного фільтра, які забезпечують, при заданій дисперсії оцінки СЩП, мінімальну похибку апроксимації ідеальної ФСВ. Для вирішення цього завдання, перш за все, необхідно отримати вихідні співвідношення, які зв'язують статистичні характеристики оцінок СЩП із характеристиками динамічного фільтра.

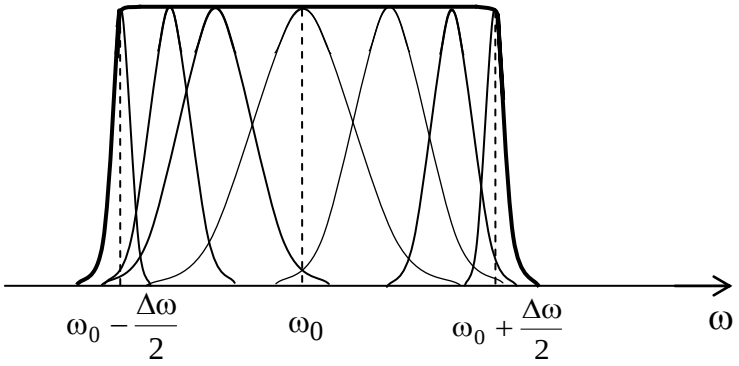


Рисунок 1 – Формування необхідної АЧХ за допомогою динамічного фільтра

Як виходить із введеного поняття динамічного фільтра, на відміну від класичного, традиційного фільтра, який є статичним, він працює в перехідному режимі. Методи синтезу статичних фільтрів добре розроблені та засновані на теорії чотириполюсників [21].

Однак ці методи не можна застосовувати для динамічних фільтрів, для яких необхідно використовувати методи розрахунку електричних ланцюгів в перехідних режимах [22]. Тому одним з найважливіших завдань роботи є удосконалення методів синтезу динамічних фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

Висновки. Узагальнюючи і конкретизуючи напрями та задачу дослідження, сформулюємо такі часткові завдання дослідження, які в сукупності складають науково-технічну задачу удосконалення фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

1. Аналіз сучасного стану методів вимірювання оцінок СЩП випадкових сигналів. Вибір і обґрунтування напрямків дослідження та постановка часткових завдань дослідження.

2. Розробка узагальненої математичної моделі оцінок СЩП для апаратурних методів спектрального аналізу.

3. Розробка методу множення вимірювання оцінки СЩП випадкових сигналів.

4. Дослідження та порівняння різних методів апаратурного спектрального аналізу випадкових сигналів за допомогою розробленої математичної моделі оцінок СЩП, виявлення серед них оптимальних за критерієм максимуму функції правдоподібності.

5. Отримання аналітичних виразів для математичного очікування та дисперсії оцінок СЩП, які необхідні для оптимізації форми АЧХ вузько-смугових фільтрів для спектрального аналізу.

6. Проведення порівняльного аналізу результатів оптимізації АЧХ за критеріями мінімуму середньоквадратичної похибки апроксимації і мінімуму впливу бічних пелюсток ФСВ.

7. Проведення моделювання АЧХ динамічного фільтра методу вимірювання оцінки СЩП для двох окремих законів зміни характеристик фільтра в процесі вимірювання параметрів двигуна засобу водного транспорту.

У результаті аналізу методів дослідження оцінок СЩП обґрунтовано необхідність розробки узагальненої математичної моделі оцінок СЩП на основі теорії статистичних рішень, з використанням умовної щільності ймовірностей (або функції правдоподібності).

Список літератури

1. Мелещенко Ю.С. Техніка й закономірності її розвитку. К.: Наука, 2005. 176 с.

2. Мельник Г.В. Развитие двигателестроения за рубежом (по материалам конгресса CIMAC 2013). Двигателестроение. 2013. № 3. С. 39–53.

3. Мельник Г.В. Развитие среднеоборотных дизелей. Двигателестроение. № 1 (239). 2010. С. 41–53.

4. Мирошник И.В., Никифоров А.Л., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. С-Пб.: Наука, 2000. 549 с.

5. Морозов А.А., Ященко В.А. Ситуационные центры – основа стратегического управления. Математические машины и системы. 2003. № 1. С. 3–14.

6. Морозов А.А., Кузьменко Г.Е. Построение сценариев развития событий-основа функционирования информации на аналитических системах типа ситуационные центры. С-Пб., 2005. С. 42–44.

7. Неймарк Ю.И. Простые математические модели и их роль в постижении мира. Соровский образовательный журнал. 1997. № 3. С. 139–143.

8. Новицкий П.В., Зограф И.В. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 245 с.

9. Овсянников М.К., Петухов В.А. Судовые автоматизированные энергетические установки. М.: Транспорт, 1989. 256 с.

10. Овсянников М.К. Петухов В.А. Судовые дизельные установки: справочник. Л.: Судостроение, 1986. 424 с.

11. Малиновский М.А., Фока А.А., Ролинский В.И. Обеспечение надежности судовых дизелей на эксплуатационных и особых режимах работы. Одесса: Феникс, 2007. 152 с.

12. Основы автоматизации измерений / под ред. В.Б. Коркина. М.: Издательство стандартов, 1991. 253 с.

13. Пахомов Ю.А. Судовые энергетические установки с двигателями внутреннего сгорания. М.: ТрансЛит, 2007. 528 с.

14. Петухов В.С., Соколов В.А. Диагностика состояния электродвигателей. Метод спектрального анализа потребляемого тока. *Новости ЭлектроТехники*. 2005. № 1(31). С. 50–52.

15. Поспелов Д.А. Ситуационное управление и практика. М.: Наука. 1986. 288 с.

16. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений. К.: Наукова думка, 1980. 419 с.

17. Пухов Г.Е. Приближенные методы математического моделирования, основанные на применении дифференциальных Т-преобразований. К.: Наукова думка, 1988. 216 с.

18. Пярнпуу А.А. Программирование на современных алгоритмических языках. М.: Наука, 1990. 384 с.

19. Ричард А. Кейхилл. Столкновения судов и их причины / пер. с англ. М: Транспорт, 1987. 240 с.

20. Сборник резолюций Международной морской организации по вопросам судовождения. М.: В/О Мортехинформреклама,1989. 68 с.

21. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2006. 751 с.

22. Сизых В.А. Судовые энергетические установки. М.: РКонсульт, 2002. 264 с.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ І МЕТОД АНАЛІЗУ ОЦІНОК СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

УДК 519.873 https://doi.org/10.33298/mataparat.04

Іваненко В.М. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Постановка проблеми. Локальна оцінка СЩП не може бути отримана існуючими методами. З іншого боку, інтегральна (усереднена тим чи іншим способом) оцінка СЩП є спроможною [1]. У цьому випадку необхідно визначити, який з використовуваних методів дозволяє отримати інтегральну оцінку СЩП з найменшою дисперсією похибки (за фіксований час аналізу або вимірювання Т).

Мета дослідження – визначення математичної моделі оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Характеристики апаратури спектрального аналізу в значній мірі визначаються використовуваними в ній методами вимірювання оцінок спектральної щільності потужності (СЩП). У зв'язку з цим виникає необхідність подальшого розвитку методів порівняльного аналізу оцінок СЩП випадкових сигналів, що вимірюються різними методами, метою якого є визначення оптимального методу, який дозволяє за один і той же час аналізу (вимірювання) отримати інтегральну оцінку СЩП з найменшою дисперсією похибки вимірювання.

Математична модель оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів. Отримаємо спочатку загальний вигляд для будь-якої оцінки СЩП. Очевидно, маючи в своєму розпорядженні реалізацію

випадкового процесу довжиною T, можна визначити оцінку кореляційної функції $\hat{R}(\tau)$ (тим чи іншим відомим способом) тільки для часу $-\tau < T < \tau$. Так як $\hat{R}(\tau)$ парна функція τ, то досить розглянути лише інтервал $\tau > 0$.

Будь-яка оцінка СЩП $\hat{G}$ (локальна або інтегральна) випадкового сигналу представляє в загальному випадку лінійне перетворення від оцінки кореляційної функції $\hat{R}(\tau)$ цього сигналу. Тому загальний вигляд оцінки СЩП запишемо так [2]:

$$\hat{G}(\omega_0, \Delta\omega) = \hat{G} = \int_0^T H(\tau)\hat{R}(\tau)d\tau, \qquad (1)$$

де $H(\tau)$ – функція перетворення;

ω_0 – частота аналізу;

$\Delta\omega$ – смуга усереднення.

Функція перетворення $H(\tau)$ залежить від частоти аналізу ω_0 при локальній оцінці СЩП і від величин ω_0, $\Delta\omega$ при інтегральній оцінці СЩП, а її вид (форма) визначають математичне очікування та дисперсію оцінки СЩП $\hat{G}$. Разом з тим при фіксованій функції $H(\tau)$ дисперсія оцінки СЩП $\hat{G}$ буде залежати від обраної оцінки кореляційної функції $\hat{R}(\tau)$.

Позначимо сигнал, який характеризує дефект (несправність) двигунів засобів водного транспорту, за випадковий процес x(t).

Для знаходження узагальненої математичної моделі оптимальної оцінки СЩП випадкового процесу x(t) скористаємося статистичною теорією прийняття рішень [3]. Позначимо спільну багатовимірну функцію розподілу величин x(t) і $\hat{R}(\tau)$ через $w[\{x(t)\};\{\hat{R}(\tau)\}]$.

З точки зору статистичної теорії прийняття рішень функція $\hat{R}(\tau)$ не відома та є випадковою величиною, апріорна дисперсія якої значна [3, 4]. Причому апріорна функція розподілу $w[\{\hat{R}(\tau)\}]$ має значну дисперсію. У результаті вимірювання величин $\{x(t)\}$ функція розподілу величин $\hat{R}(\tau)$ перетворюється в умовну функцію розподілу:

$$w[\{\hat{R}(\tau)\}/\{x(t)\}] = \frac{w[\{x(t)/\{\hat{R}(\tau)\}]w[\{\hat{R}(\tau)\}]}{w[\{x(t)\}]}. \qquad (2)$$

Ширина умовної (апостеріорної) функції розподілу вужче, ніж апріорної, і чим вона вужче, тим точніше можна на підставі досвіду, тобто вимірювання послідовності $\{x(t)\}$, визначити оцінку кореляційної функції $\hat{R}(\tau)$.

Різні апостеріорні оцінки $\hat{R}(\tau)$, а значить, і оцінки СЩП $\hat{G}$ мають, при даній послідовності $\{x(t)\}$, різні ймовірність і дисперсію. Згідно зі статистичною теорією прийняття рішень оптимальною є та оцінка СЩП $\hat{G}$ (і кореляційної функції $\hat{R}(\tau)$), яка має найбільшу ймовірність або найменшу дисперсію [3,4].

Якщо умовна функція розподілу $w[\{R(\tau)\}/\{x(t)\}]$ досить вузька (це необхідно для того, щоб вимірювання було досить точним), то оцінки по максимуму ймовірності (оцінка Байєса) та по мінімуму дисперсії співпадають. Таким чином, дотримуючись статистичної теорії прийняття рішень, оптимальною буде та оцінка кореляційної функції $\hat{R}(\tau)$ (згідно з виразом (1) й оцінка СЩП $\hat{G}$), яка забезпечує максимум функції правдоподібності $w[\{x(t)\}/\{R(\tau)\}]$.

Знайдемо цю оцінку при припущенні, що випадковий процес, який досліджується, відноситься до класу гаусових, що справедливо для більшості реальних випадкових процесів [3]. Позначимо для спрощення записів

$$x(t_i) \equiv x_i; \qquad \hat{R}(t_i - t_j) \equiv \hat{R}_{ij}.$$

Тоді функція правдоподібності

$$w[x_i / \hat{R}_{ij}] = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} \left| \mathrm{Det}\, \hat{R}_{ij}^{-1} \right|^{1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{N} \hat{R}_{ij}^{-1} x_i x_j \right), \qquad (3)$$

де $\hat{R}_{ij}^{-1}$ – матриця, зворотна кореляційній матриці $\hat{R}_{ij}$;

N – обсяг вибірки, по якій визначається оцінка кореляційної функції;

$$\mathrm{Det}\, \hat{R}_{ij}^{-1} = \begin{vmatrix} \hat{R}^{-1}(0) & \hat{R}^{-1}(1) & \hat{R}^{-1}(2) & \dots \\ \hat{R}^{-1}(1) & \hat{R}^{-1}(0) & \hat{R}^{-1}(1) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{R}^{-1}(N-1) & \hat{R}^{-1}(N-2) & \dots & \hat{R}^{-1}(0) \end{vmatrix}.$$

У формулі (3) використовується зворотна матриця $\hat{R}_{ij}^{-1}$, а не матриця $\hat{R}_{ij}$, так як матриця $\hat{R}_{ij}^{-1}$ простіше для розрахунків. Оскільки матричні елементи кореляційної матриці $\hat{R}_{ij}$ і матриці $\hat{R}_{ij}^{-1}$, зворотної кореляційній, залежать від різниці індексів $\hat{R}_{ij} = \hat{R}_{ij}(|i-j|)$ і $\hat{R}_{ij}^{-1} = \hat{R}_{ij}^{-1}(|i-j|)$, то позначимо $\hat{R}_{i,i+k} \equiv \hat{R}(k)$ і $\hat{R}_{i,i+k}^{-1} \equiv \hat{R}^{-1}(k)$. Значення коефіцієнтів матриці $\hat{R}^{-1}(k)$, забезпечують максимум функції правдоподібності (2.3), можуть бути визначені з умови

$$\frac{\partial w\left[x_i / \hat{R}_{ij} \right]}{\partial \hat{R}^{-1}(k)} = 0 \ .$$

Запишемо суму у виразі (3) з урахуванням рис.1, так:

$$\sum_{i,j=1}^{N} \hat{R}^{-1}(|i-j|)x_i x_j = 2\sum_{i>j}^{N} \hat{R}^{-1}(i-j)x_i x_j + \sum_{i=1}^{N} \hat{R}^{-1}(0)x_i^2 \ ,$$

або

$$\sum_{i,j=1}^{N} \hat{R}^{-1}(|i-j|)x_i x_j = 2\sum_{k=1}^{N-1} \hat{R}_k^{-1} \sum_{j=1}^{N-k} x_j x_{j+k} + \sum_{i=1}^{N} \hat{R}^{-1}(0)x_i^2, \qquad i-j=k.$$

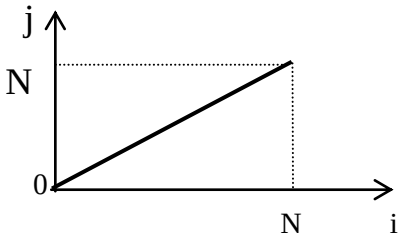


Рисунок 1 – До поясненням підсумовування

Обчислимо приватні похідні від детермінанта $\Delta = \mathrm{Det}\, R_{ij}^{-1}$, знаходимо

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \hat{R}_0^{-1}} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ \hat{R}_1^{-1} & \hat{R}_0^{-1} & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{R}_0^{-1} & \hat{R}_1^{-1} & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{vmatrix},$$

або

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \hat{R}_0^{-1}} = \Delta_{11} + \Delta_{22} + ... + \Delta_{NN},$$

де Δ_{ij} – алгебраїчне доповнення елементів $\hat{R}_{ij}^{-1}$.

Так як $\hat{R}_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}$ і $\hat{R}_{11} = \hat{R}_{22} = ... = \hat{R}_{NN} = \hat{R}(0)$, то

$\frac{\partial \Delta}{\partial \hat{R}_0^{-1}} = \Delta(\hat{R}_{11} + \hat{R}_{22} + ... + \hat{R}_{NN}) = N\Delta\hat{R}(0)$.

При обчисленні інших часткових похідних потрібно врахувати, що елемент $\hat{R}_k^{-1}$ зустрічається в 2k рядках (k зверху і k знизу) по одному разу і в (N – 2k) рядках по два рази (при $k \le \frac{N}{2}$). Тоді

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \hat{R}_k^{-1}} = \Delta[2k + 2(N-2k)]\hat{R}(k) = 2(N-k)\Delta\hat{R}_k.$$

При $k > \frac{N}{2}$ елемент $\hat{R}_k$ зустрічається тільки в 2 (N – k) рядках по одному разу, а, значить, для нього також годиться отримане співвідношення.

З урахуванням вищесказаного, спростимо вираз (2.3) по $\hat{R}_k^{-1}$ і запишемо умову

$$\frac{\partial w}{\partial \hat{R}_k^{-1}} = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{N}\hat{R}_{ij}^{-1}x_i x_j\right)\left[\Delta^{-\frac{1}{2}}(N-k)\hat{R}_k - \Delta^{-\frac{1}{2}}\sum_{j=1}^{N-k}x_j x_{j+k}\right] = 0.$$

Звідси знаходимо оптимальну оцінку

$$\hat{R}(k) = \hat{R}_k = \frac{1}{N-k} \sum_{j=1}^{N-k} x_j x_{j+k}, \qquad (4)$$

де $N = \frac{T}{\tau_д}$; $k = \frac{\tau}{\tau_д}$;

$\tau_д$ – інтервал дискретизації випадкового процесу x (t).

Переходячи до межі у формулі (4) при $\tau_д \to 0$, маємо

$$\hat{R}_{опт}(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} x(t)\, x(t+\tau)\, d\tau. \qquad (5)$$

Ця оцінка кореляційної функції оптимальна в тому сенсі, що вона забезпечує найменшу, порівняно з іншими оцінками, дисперсію, внаслідок максимально повного використання інформації про процеси, що міститься в послідовності {x(t)}. Її використання дозволяє отримати з виразу (1) оптимальну оцінку СЩП $\hat{G}_{опт}$, забезпечує, порівняно з іншими оцінками, найменшу дисперсію, тобто вона забезпечує найбільшу точність вимірювань. У практиці апаратурного спектрального аналізу часто використовують спрощену оцінку СЩП, в якій для всіх значень τ час інтегрування приймається постійним [4, 5]:

$$\hat{R}(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T} x(t)\, x(t+\tau)\, d\tau\,. \qquad (6)$$

З цього співвідношення видно, що для отримання оцінки $\hat{R}(\tau)$ необхідно знати значення сигналу x(t) при t > T.

Так, якщо цікавляться значеннями кореляційної функції при $0 < \tau < \tau_1$, то потрібно знати x (t) при

$$0 < t < T+\tau_1.$$

Але якщо сигнал x(t) відомий на інтервалі $0 \le t \le T + \tau_1$, то оптимальна на цьому інтервалі оцінка (5) набуває вигляду:

$$\hat{R}_{опт}(\tau) = \frac{1}{T+\tau_1-\tau} \int_0^{T+\tau_1-\tau} x(t)\,x(t+\tau)\,dt. \qquad (7)$$

Вона також має мінімальну дисперсію. Різниця між оцінками (6) і (7), в сенсі оптимальності, буде незначною при $\tau_1 << T$.

Висновки. Отже, запропоновані математичні співвідношення (1) – (6) є узагальненою математичною моделлю оптимальної оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

Список літератури

1. Малиновский М. А., Фока А. А., Ролинский В. И. Обеспечение надежности судовых дизелей на эксплуатационных и особых режимах работы. Одесса: Феникс, 2007. 152 с.

2. Охтилев М. Ю., Соколов Б. В., Юсупов Р. М. Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов. М.: Наука, 2006. 40 с.

3. Пахомов Ю. А. Судовые энергетические установки с двигателями внутреннего сгорания. М.: ТрансЛит, 2007. 528 с.

4. Петухов В. С., Соколов В. А. Диагностика состояния электродвигателей. Метод спектрального анализа потребляемого тока. *Новости ЭлектроТехники*. 2005. № 1(31). С. 50–52.

5. Поспелов Д. А. Ситуационное управление и практика. М.: Наука. 1986. 288 с.

УДК 681.513 https://doi.org/10.33298/mataparat.05

Чебан В.І. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОРІВНЯННЯ ОСНОВНИХ КЛАСИЧНИХ МЕТОДІВ АПАРАТУРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Постановка проблеми. Розглянемо метод перемноження. Цей метод заснований на часовому усередненні випадкового сигналу x(t) і його фільтрованої реалізації y(t). Зведемо оцінки СЩП, отримані перерахованими методами, до узагальненого виду [1, 2].

Мета дослідження – удосконалення узагальненої математичної моделі порівняння основних класичних методів апаратурного спектрального аналізу.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Оцінка спектральної щільності потужності вимірювання часового усереднення квадрата фільтрованої реалізації випадкового сигналу

Суть даного методу вимірювання («фільтровий» або метод безпосередньої фільтрації), описується виразами

$$\hat{G}_1 = \int_0^T dt \int_0^t d\tau \int_0^t d\tau' h(t-\tau) h(t-\tau') x(\tau) x(\tau'),$$

або

$$\hat{G}_1 = \int_0^T dt \int_0^t d\tau \int_0^t d\tau' h(\tau) h(\tau') x(t-\tau) x(t-\tau'). \qquad (1)$$

Перетворимо дане співвідношення. Для цього змінимо порядок інтегрування у формулі (1), використовуючи рис.2 так:

$$\int_0^T dt \int_0^t d\tau \int_0^t d\tau' = \int_0^T d\tau \left(\int_0^\tau d\tau' \int_\tau^T dt + \int_\tau^t d\tau' \int_{\tau'}^T dt \right) = \int_0^T d\tau \int_0^T d\tau' \int_{\max(\tau,\tau')}^T dt \ .$$

′

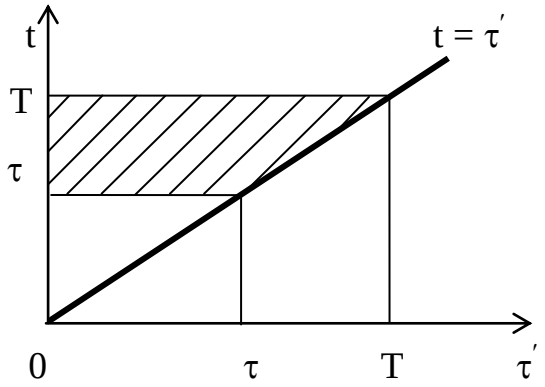


Рисунок 1 – До пояснення зміни порядку інтегрування у формулі (1)

З урахуванням цієї рівності для виразу (1) маємо

$$\hat{G}_1 = 2 \int_{\tau > \tau'}^T d\tau \, d\tau' \, h(\tau) h(\tau') \int_\tau^T dt \, x(t-\tau) \, x(t-\tau'). \qquad (2)$$

Розглянемо інтеграл $\int_\tau^T x(t-\tau)x(t-\tau')dt$ при $\tau > \tau'$.

Вводячи заміну змінних $t - \tau = u$, отримаємо

$$\int_\tau^T x(t-\tau)x(t-\tau')\,dt = \int_0^{T-\tau} x(u)x(u+\tau-\tau')\,du.$$

Цей вираз є однією з можливих, але не оптимальних, оцінок кореляційної функції $\hat{R}_1(\tau - \tau')$:

$$\hat{R}_1(\tau-\tau')=\frac{1}{T-\tau}\int_0^{T-\tau}x(u)\,x(u+\tau-\tau')\,du,\qquad \tau>\tau'. \tag{3}$$

Оптимальна оцінка кореляційної функції має вигляд

$$\hat{R}_{опт}(\tau-\tau')=\frac{1}{T-\tau+\tau'}\int_0^{T-\tau+\tau'}x(u)\,x(u+\tau-\tau')\,du,\quad \tau>\tau'. \tag{4}$$

Математичне очікування оцінки (3) дорівнює оптимальній оцінці (4), але її дисперсія трохи більше за рахунок меншого (на величину τ') інтервалу інтегрування. Підставляючи рівність (3) у формулу (2), маємо

$$\hat{G}_1=2\int_0^T d\tau\int_0^\tau d\tau' h(\tau)h(\tau')(T-\tau)\hat{R}_1(\tau-\tau').$$

Перетворюючи цей вираз, знаходимо

$$\hat{G}_1=2\int_0^T d\tau\int_0^\tau du\,h(\tau)h(\tau-u)(T-\tau)\hat{R}_1(u)=2\int_0^T du\int_u^T d\tau\,h(\tau)h(\tau-u)(T-\tau)\hat{R}_1(u)$$

або

$$\hat{G}_1=\int_0^T H_1(u)\hat{R}_1(u)du, \tag{5}$$

де $H_1(u)=2\int_u^T h(\tau)h(\tau-u)(T-u)d\tau.$ (6)

Аналіз цього виразу показує, що можливості варіювання форми перетворюючої функції обмежені, оскільки, інтегральне рівняння (6) не для будь-якої функції $H_1(\tau)$ має рішення $h(\tau)$.

Отриманий результат можна уточнити так. Насправді оцінка (3) залежить і від $\tau - \tau' = u,$ і від τ, тобто,

$$\hat{R}_1(u,\tau) = \frac{1}{T-\tau}\int_0^{T-\tau} x(t)\,x(t+u)\,dt. \qquad (7)$$

Тоді, використовуючи рівності (6) і (7), оцінку кореляційної функції можна представити так:

$$\hat{R}_1(u) = \frac{1}{H_1(u)}\int_u^T h(\tau)\,h(\tau-u)\,(T-\tau)\,\hat{R}_1(u,\tau)\,d\tau\,. \qquad (8)$$

Якщо функція $\hat{R}_1(u,\tau)$ слабо залежить від τ, то $\hat{R}_1(u,\tau) \approx \hat{R}_1(u).$

Це має місце в тому випадку, якщо в підінтегральному виразі (8) істотна лише область інтегрування $\tau \sim u << T$, тобто коли функція $h(\tau)$ істотно відмінна від нуля лише при малих значеннях τ. Якщо ж функція $h(\tau)$ має вузький максимум при $\tau = t_0,$ то

$$\hat{R}_1(u) \approx \hat{R}_1(u,t_0) = \frac{1}{T-t_0}\int_0^{T-t_0} x(t)x(t+u)\,dt, \qquad u > t_0. \qquad (9)$$

Якщо $u < t_0,$ то

$$\hat{R}_1(u,\tau) \approx \hat{R}_1(\tau) = \frac{1}{T-\tau}\int_0^{T-\tau} x(t)x(t+\tau)dt. \qquad (10)$$

Очевидно, в цьому випадку оцінка $\hat{R}_1(u)$ може істотно відрізняться від оптимальної оцінки $\hat{R}_{опт}(u)$ [3,4].

1. Оцінка спектральної щільності потужності непрямого методу вимірювання на усіченому перетворенні Фур'є

Даний непрямий метод вимірювання оцінки СЩП описується виразом (1), при цьому

$$H(\tau) = k(\tau)\cos\omega\tau. \qquad (11)$$

Якщо за $\hat{R}_2(\tau)$ взята оптимальна оцінка, то і оцінка СЩП $\hat{G}_2$ буде оптимальною. Однак зазвичай за $\hat{R}_2$ беруть спрощену оцінку кореляційної функції

$$\hat{R}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,x(t+\tau)\,dt. \qquad (12)$$

Якщо функція, що усікається $k(\tau)$ відмінна від нуля тільки при малих значеннях τ, то відмінність між оцінками $\hat{R}_2$ і $\hat{R}$ несуттєва.

Висновки. Отже, характеристики оцінки СЩП $\hat{G}_2$, отримані при вимірюванні наближеної оцінки кореляційної функції $\hat{R}(\tau)$ згідно з рівністю (12), будуть близькі до оптимальних. В цьому випадку, також як і при використанні оптимальної оцінки $\hat{R}_2(\tau)$, вибором функції, що усікається $k(\tau)$ можна змінювати в потрібному напрямку форму перетворюючої функції $H_2(\tau)$, яка визначається формулою (11).

Список літератури

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2006. 751 с.

2. Теоретические основы испытаний и экспериментальная отработка сложных технических систем / Л.Н. Александровская и др. М.: Логос, 2003. 736 с.

3. Чинков В.Н., Тищенко Основные направления совершенствования фильтровых методов спектрального анализа. *Системи обробки інформації*. 1999. Вип. 2 (6). С. 44–47.

4. Чинков В.Н., Тищенко В.А. Основы теории оптимизации полосовых фильтров для спектрального анализа случайных сигналов. *Вестник ХГПУ*. 1998. Вып. 21. С. 129–133.

5. Штрибець В.В. Контроль технічного стану двигунів засобів водного транспорту методом спектрального аналізу випадкових сигналів. *Новітні технології.* 2019. Вип.1(8). С. 59–69.

УДК 519.873: 621.389 https://doi.org/10.33298/mataparat.06

Штрибець В.В. Державний університет інфраструктури та технологій, кандидат технічних наук, доцент кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

ОЦІНКА СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ МЕТОДУ ВИМІРЮВАННЯ НА УСЕРЕДНЕННІ КОЕФІЦІЄНТІВ ФУР'Є ВИПАДКОВОГО СИГНАЛУ ПО ЧАСТОТАХ

Постановка проблеми. Основним методом визначення несправності двигунів є метод вібродіагностики. Недоліком такого методу є низька достовірність визначення реального технічного стану двигунів [1, 2].

Одним з поширених методів контролю технічного стану силових установок (двигунів) є виявлення та аналіз поточної концентрації деяких шкідливих речовин в оливі (наприклад, домішок зносу металу). Такий аналіз дозволяє визначити наявність несправностей у двигуні (через наявне зношення деталей двигуна), які омиваються оливою. Основними для контролю домішок у оливі є колориметричний, полярографічний, індукційний, спектральний методи [3, 4].

Руйнування деталей вузлів тертя часто починається з викришування або стирання поверхневого шару матеріалу деталей, що під впливом динамічних навантажень в поєднанні з силами тертя. Утворені при цьому продукти зносу потрапляють до оливи двигуна. Так як засоби водного транспорту для перевезення вантажів, навіть без навантаження, мають значну вагу, здійснюють рух зі значним опором навколишнього середовища (вода, підвищена вологість тощо), то силові установки працюють під значним навантаженням. Таким чином, олива двигуна засобів водного транспорту надає інформацію про інтенсивність протікання процесів тертя. Кількість продуктів зношування, що надходять до оливи двигуна, залежить від швидкості зношування, яка, в свою чергу, обумовлена рівнем навантажень і умовами тертя.

Отже, поширеним способом технічної діагностики стану двигунів є метод спектрального аналізу оливи, який полягає у визначенні концентрації в оливі продуктів зносу деталей, що труться, порівнюючи ці концентрації з нормами вмісту продуктів зносу металу, та визначенні ступеня зносу деталей, що труться [4].

Однак, на результати аналізів сильно впливає заміна оливи в ході експлуатації або після ремонту. Однак, при частій заміні оливи концентрація металу виявляється настільки незначною, що проведений аналіз не дозволяє виділити корисну інформацію про аварійний стан двигуна або темпи зносу його деталей. Навіть контрольний огляд фільтра оливи з двигуна при її заміні при технічному обслуговуванні малоефективний, так як розмір зношених часток металу є незначним (до 5 мкм). Кількість продуктів зносу, що надходять в оливу, залежить від швидкості зношування, яка в свою чергу залежить від ступеня пошкодження елемента. Кожному виду зносу відповідає певний вид і склад продуктів [3, 4]. Отже, необхідні методи визначення (діагностування) технічного стану двигунів засобів водного транспорту для попередження можливих аварійних ситуацій під час транспортування вантажів або перевезення пасажирів.

Таким чином, науково-технічна задача, яка полягає у подальшому розвитку фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів для діагностичного контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту, є актуальною.

Зазвичай при дослідженні характеристик випадкових сигналів використовується два підходи: спектральний, який полягає у вимірюванні оцінок спектральних характеристик (наприклад, спектральної щільності потужності), та часовий, при якому вимірюються оцінки кореляційних функцій [1–4].

Кожен із зазначених підходів має свої переваги і недоліки, кожному з них віддається перевага при вирішенні тих чи інших конкретних завдань, а при

окремих дослідженнях необхідно поєднання цих підходів. Тим більше, що можливість і доцільність поєднання спектрально-кореляційних методів аналізу випадкових сигналів забезпечується теоремою Вінера-Хинчина [3].

Тому, спектрально-кореляційний аналіз є потужним засобом отримання корисної інформації з експериментальних даних, який дозволяє проводити глибоку кількісну оцінку параметрів випадкових процесів. До найважливіших переваг спектрально-кореляційного аналізу випадкових сигналів слід також віднести універсальність, тобто застосування, як зазначалося вище, в самих різних областях діяльності.

Запропонував використовувати «спектральний підхід» для визначення зміни характеристик технічних систем Харкевич А.А. [1, 2]. Але, так як методи вимірювання характеристик випадкових сигналів є більш складними, ніж методи вимірювання детермінованих (регулярних) сигналів (і процесів) [3, 4], то до сьогоднішнього часу вони не найшли значного розповсюдження. Розвиток сучасної обчислювальної техніки дозволяє апаратурну реалізацію методів вимірювання спектральних характеристик випадкових сигналів у реальному часі. Саме складність апаратурної реалізації методів спектрального аналізу та відсутність необхідної технічної бази довгий час стримували створення і застосування апаратури спектрального аналізу, у тому числі для контролю технічного стану двигунів [5].

Отже, ***метою статті є*** подальший розвиток фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів для діагностичного контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Розвиток фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів

Наприклад, метод вимірювання описується співвідношенням

$$\hat{G}_3 = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T\int dt\, dt' x(t)\, x(t') f(\omega) e^{j\omega(t-t')}$$

.

Перетворимо даний вираз так:

$$\hat{G}_3 = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T\int dt dt' x(t) x(t') f(\omega) \cos\omega(t-t') =$$

$$= 2\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{t>t'}^{T}\int dt dt' x(t) x(t') f(\omega) \cos\omega(t-t') =$$

$$= 2\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt \int_0^t dt' x(t) x(t') f(\omega) \cos\omega(t-t').$$

Провівши заміну змінних $t - t' = u$, отримаємо

$$\hat{G}_3 = 2\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt \int_0^t du x(t) x(t-u) f(\omega) \cos\omega u = 2\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T du \int_u^T dt x(t) x(t-u) f(\omega) \cos\omega u$$

.

Представимо цей вираз у вигляді:

$$\hat{G}_3 = \int_0^T H_3(u) \hat{R}_3(u) du, \qquad (1)$$

$$\text{де } \hat{R}_3(u) = \frac{1}{T-u} \int_u^T x(t)\, x(t-u)\, dt = \hat{R}_{\text{їіò}}(u); \qquad (2)$$

$$H_3(u) = 2(T-u) \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) \cos\omega u\, d\omega. \qquad (3)$$

Порівняння отриманої оцінки кореляційної функції (2) і її оцінки доводить, що в розглянутому методі використовується оптимальна оцінка

кореляційної функції. Функція $H_3(u)$ відмінна від нуля лише в області u<<T, то справедлива наступна наближена рівність

$$H_3(u) \approx 2T \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega)\cos\omega u du.$$

Якщо усереднення проводиться підсумовуванням, а не інтеграцією, то з виразу (3) для перетворюючої функції маємо

$$H_3(u) = 2(T-u) \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_i \cos\omega_i u, \qquad (4)$$

де прийнято $f(\omega_i) \equiv f_i$.

2. Оцінка спектральної щільності потужності непрямого вимірювання часового усереднення коефіцієнтів Фур'є випадкового сигналу

Суть даного методу описується виразом

$$\hat{G}_4 = \frac{1}{n}\sum_{q=1}^{n}\left|\int_{(q-1)T'}^{qT'} x(t)e^{-j\omega t}dt\right|^2 = \frac{1}{n}\sum_{q=1}^{n}\left|\int_{0}^{T'} x[t+(q-1)T']e^{-j\omega t}dt\right|^2.$$

Перетворимо цей вираз

$$\hat{G}_4 = \frac{1}{n}\sum_{q=1}^{n}\int_0^{T'}\int x[t+(q-1)T']x[t'+(q-1)T']e^{-j\omega(t-t')}dtdt' =$$

$$= \frac{2}{n}\sum_{q=1}^{n}\int_0^{T'} dt'\int_{t'}^{T'} dt x[t+(q-1)T]x[t'+(q-1)T]\cos\omega(t-t').$$

Використовуючи заміну $t - t' = u,$ проведемо подальші перетворення

$$\hat{G}_4 = \frac{2}{n}\sum_{q=1}^{n}\int_0^{T'} dt' \int_0^{T'-t'} du\, x[t' + u + (q-1)T']\, x[t' + (q-1)T'] \cos \omega u =$$

$$= \frac{2}{n}\sum_{q=1}^{n}\int_0^{T'} du \cos \omega u \int_0^{T-u} x[t' + u + (q-1)T']\, x[t' + (q-1)T']\, dt'.$$

Остаточно оцінку СЩП $\hat{G}_4$ представимо у вигляді

$$\hat{G}_4 = \int_0^{T'} (T' - u) \cos \omega u\, \hat{R}_4(u)\, du, \tag{5}$$

де

$$\hat{R}_4(u) = \frac{1}{n}\sum_{q=1}^{n} \hat{R}_q(u); \tag{6}$$

$$R_q(u) = \frac{1}{T' - u} \int_0^{T'-u} x[t + (q-1)T']\, x[t + (q-1)T' + u]\, dt. \tag{7}$$

Оцінка $\hat{R}_4(u)$, згідно з виразом (6), може бути записана так:

$$\hat{R}_4(u) = \frac{1}{n(T' - u)} \int_0^{nT'} f(t,u)\, x(t)\, x(t+u)\, dt,$$

де функція $f(t,u) = \begin{cases} 1, & \text{при} \quad qT' \le t \le qT' + u; \\ 0, & \text{при} \quad \text{остальных} \quad t, \end{cases}$

що пояснюється рис. 1.

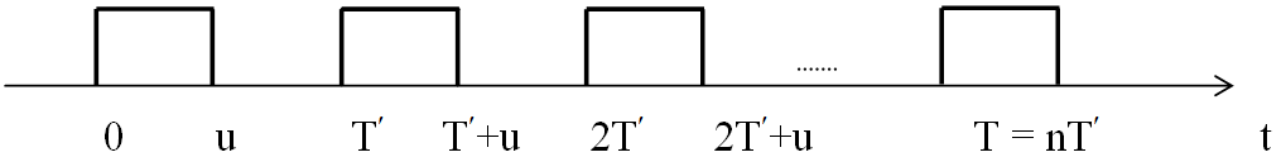


Рисунок 1 – Графік функції f(t, u)

Очевидно, оцінка кореляційної функції $\hat{R}_4(u)$ не є оптимальною, тому що для її побудови використовується не весь інтервал вимірювання $nT' = T$, а лише його частина, яка дорівнює $n(T' - u) = T - nu$.

Функція $H_4(\tau)$ визначається формулою

$$H_4(\tau) = \begin{cases} (T' - \tau)\cos\omega\tau & \tau \le T'; \\ 0, & T' < \tau \le T. \end{cases} \tag{8}$$

Функція $H_4(\tau)$ є усіченою функцією Бартлетта (трикутне усічення). Отже, і для четвертого методу вимірювання оцінки СЩП отримуємо той же вигляд узагальненої формули

$$\hat{G}_4 = \int_0^T H_4(\tau)\hat{R}_4(\tau)\,d\tau. \tag{9}$$

3. Метод вимірювання оцінки спектральної щільності потужності на основі часового усереднення

Даний метод вимірювання оцінки СЩП заснований на часовому усередненні виразів вихідної та фільтрованої реалізацій випадкового сигналу, який досліджується [5, 6]. Ця оцінка визначається виразом

$$\hat{G}_5(\omega_0, \Delta\omega) = \int_0^T x(t)\,y(t)\,dt, \tag{10}$$

де x(t) – досліджуваний (вихідний) випадковий сигнал;

y(t) – його фільтрована реалізація.

Функція y(t) описує вихідний сигнал фільтра з перехідною характеристикою $h(\tau)$, на вхід якого надходить сигнал x(t). Суть методу множення пояснюється структурною схемою, наведеною на рис.2.

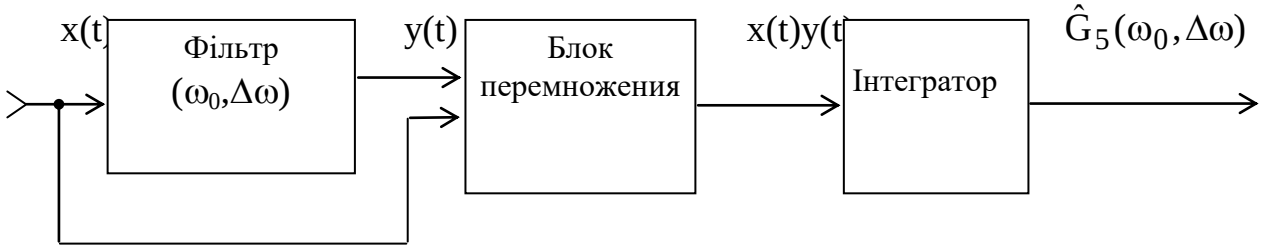


Рисунок 2 – Структурна схема методу множення

З формули (10) отримаємо після перетворення

$$\hat{G}_5 = \int_0^T dt \int_0^t d\tau h(\tau) x(t) x(t-\tau) = \int_0^T d\tau \int_\tau^T dt h(\tau) x(t) x(t-\tau)$$

або $$\hat{G}_5 = \int_0^T H_5(\tau)\hat{R}_5(\tau)d\tau, \qquad (11)$$

де $$H_5(\tau) = (T-\tau)h(\tau), \qquad (12)$$

$$\hat{R}_5 = \frac{1}{T-\tau}\int_\tau^T x(t)\,x(t-\tau)\,dt = R_{опт}(\tau). \qquad (13)$$

Порівнюючи отриману оцінку кореляційної функції (13) із оптимальною оцінкою, видно, що вона є оптимальною. З виразу (12) виходить, що вибором імпульсної характеристики фільтра $h(\tau)$ може бути забезпечена будь-яка форма функції $H_5(\tau)$ методу множення.

4. Порівняння методу множення вимірювання оцінок спектральної щільності потужності з методом безпосередньої фільтрації

Проведемо порівняння методу множення на основі розробленої математичної моделі оптимальної оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів з одним з найбільш поширених класичних апаратурних методів оцінки СЩП стаціонарних випадкових сигналів – «фільтровим» методом, що використовують тимчасове усереднення квадрата випадкового сигналу y(t) на виході фільтра.

Структурна схема фільтрового вимірювача оцінки СЩП (аналізатора спектра) приведена на рисунку 3.

Запишемо вирази для математичних очікувань оцінок СЩП для обох методів.

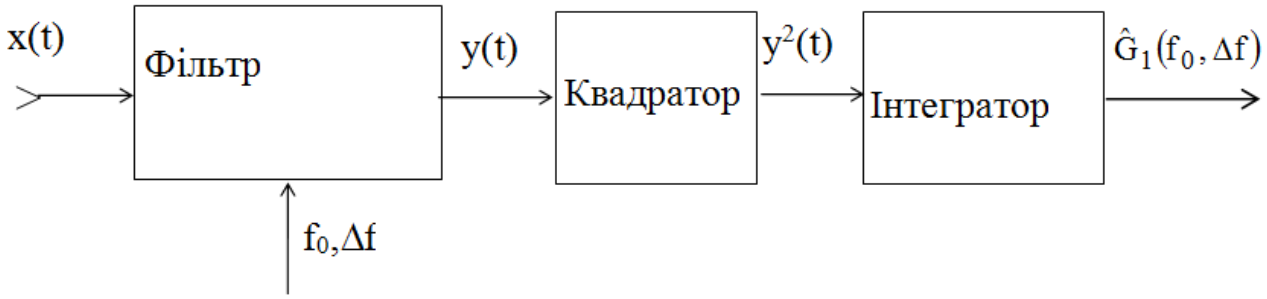


Рисунок 3 – Структурна схема аналізатора спектра
за методом безпосередньої фільтрації

Математичне очікування оцінки СЩП для методу множення

$$M\left[\hat{G}_5\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_5(\omega) G_5(\omega) d\omega = 2\int_{0}^{\infty} \Phi_5(\omega) G_5(\omega) d\omega, \qquad (14)$$

де $\Phi_5(\omega) = \frac{1}{T}\int_0^T \mathrm{Re}\, W_5(j\omega)\, dt$ – (15)

функція спектрального вікна (фільтруюча функція) для методу множення;

$W_5(j\omega) = \int_0^t h_5(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$ – комплексна частотна характеристика фільтра для методу множення;

$$\mathrm{Re}\, W_5(j\omega) = \mathrm{Re} \int_0^t h_5(\tau)\, e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_0^t h(\tau) \cos\omega\tau d\tau . \qquad (16)$$

Математичне очікування оцінки СЩП для «фільтрового» методу

$$M\left[\hat{G}_1\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_1(\omega) G_1(\omega) d\omega = 2 \int_0^{\infty} \Phi_1(\omega) G_1(\omega) d\omega, \qquad (17)$$

де $\Phi_1(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \left|W_1(j\omega)\right|^2 dt$ – (18)

ФСВ (фільтруюча функція) для методу безпосередньої фільтрації, або «фільтрового» методу;

$$W_1(j\omega) = \int_0^t h_1(\tau)\, e^{-j\omega\tau}\, d\tau \; – \qquad (19)$$

комплексна частотна характеристика фільтра для методу безпосередньої фільтрації.

Як відомо, кінцева оцінка СЩП може бути отримана тільки при кінцевій ширині $\Delta\omega$ «вікна прозорості» ФСВ $\Phi(\omega)$, причому відносна дисперсія оцінки СЩП $\hat{G}$ має порядок $\delta\hat{G} \approx 1/(T\Delta\omega)$. З іншого боку, ФСВ $\Phi(\omega)$, при фіксованій величині $\Delta\omega$, буде тим краще, чим вона ближче до ідеальної, прямокутної

функції (рис. 4)

$$\Phi_0(\omega) = \begin{cases} const, & \omega_0 - \dfrac{\Delta\omega}{2} < \omega < \omega_0 + \dfrac{\Delta\omega}{2}; \\ 0, & \textit{для остальных значений} \quad \omega. \end{cases} \tag{20}$$

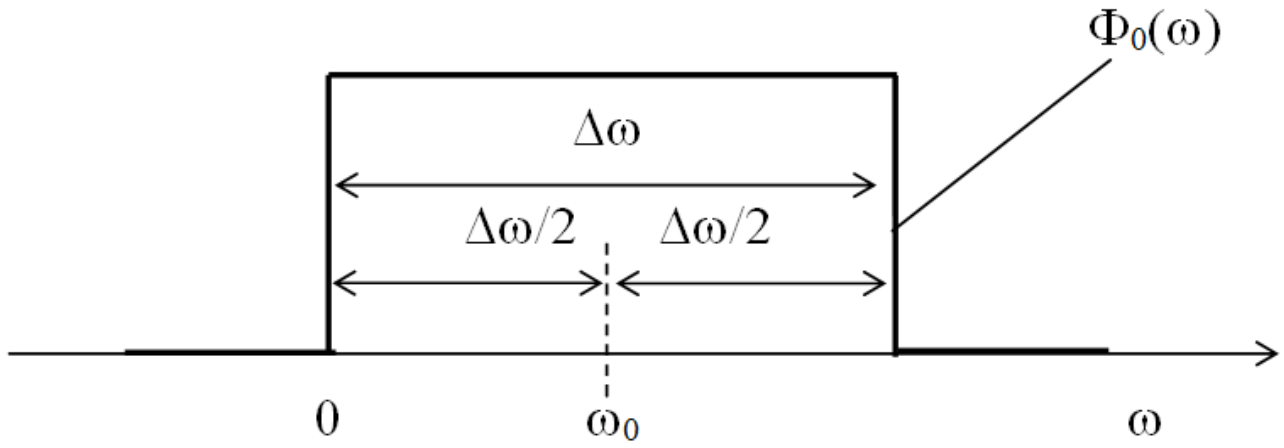


Рисунок 4 – Графік ідеальної ФСВ $\Phi_0(\omega)$

Для того, щоб ФСВ Ф(ω) мала можливо різкіші спади поблизу частот $\omega_0 \pm \frac{\Delta\omega}{2}$, необхідно забезпечити виконання такої вимоги для функції h(τ):

− повинна мати на інтервалі аналізу (0, Т) випадкового сигналу огибаючу, яка плавно змінюється, з максимумом у середині інтервалу (0, Т);

− повинна мати спадну по обидві сторони інтервалі аналізу (0, Т) випадкового сигналу за час порядку 1/Δω.

Так, найкраще в середньоквадратичному сенсі наближення до ідеальної ФСВ $\Phi_0(\omega)$ для «фільтрового» методу забезпечується фільтром з перехідною характеристикою [6]

$$h_1(\tau) = A_1 \cos\omega_0\left(\tau - \frac{T}{2}\right)\frac{\sin\Delta\omega\left(\tau - \frac{T}{2}\right)}{\tau - \frac{T}{2}}, \qquad (21)$$

де A_1 – деяка постійна.

Порівняння співвідношень (14) – (16) для методу множення та аналогічних співвідношень (17) – (18) для «фільтрового» методу дозволяє зробити такий висновок. ФСВ при методі множення визначається величиною $\mathrm{Re}\, W_5(j\omega)$, тобто косинус-перетворенням Фур'є від імпульсної перехідної функції $h(\tau)$, а не величиною $|W_1(j\omega)|^2$ як в «фільтровому» методі.

Косинус-перетворення даної функції збігається з косинус-перетворенням Фур'є функції, парних чином продовженої на негативну вісь часу, що, втім, очевидно з формули (16). Ця властивість косинус-перетворення Фур'є дозволяє використовувати при синтезі фільтра для отримання оцінки СЩП $G(\omega)$ всіх дійсних спектрів функції $h(\tau)$, що має максимум ні при $\tau = \frac{T}{2}$, а при $\tau = 0$. Так, при методі множення реальна імпульсна перехідна характеристика фільтра $h_5(\tau)$, забезпечує найкраще середньоквадратичне наближення до ідеальної прямокутної ФСВ $\Phi_0(\omega)$, визначається виразом [9, 10]

$$h_5(\tau) = A_5 \cos\omega_0\tau\frac{\sin\Delta\omega\tau}{\tau}, \qquad (22)$$

де A_5 – деяка постійна, і має вигляд (рис. 5).

З порівняння виразів (21) і (22) можемо зробити висновок, що кореляційно-фільтровий метод дозволяє отримати ту саму якість фільтрації (або таку ж ступінь близькості до ідеального, прямокутного фільтру) як і при «фільтровому» методі, але за вдвічі менший час. Виграш в кінцевому підсумку

виходить за рахунок використання при кореляційно-фільтровому методі властивості симетрії кореляційної функції випадкового процесу та матеріальність його спектра потужності, тобто $R(\tau) = R(-\tau)$, $G(-\omega) = G(\omega)$, в той час як в «фільтровому» методі це властивість при фільтрації не використовується.

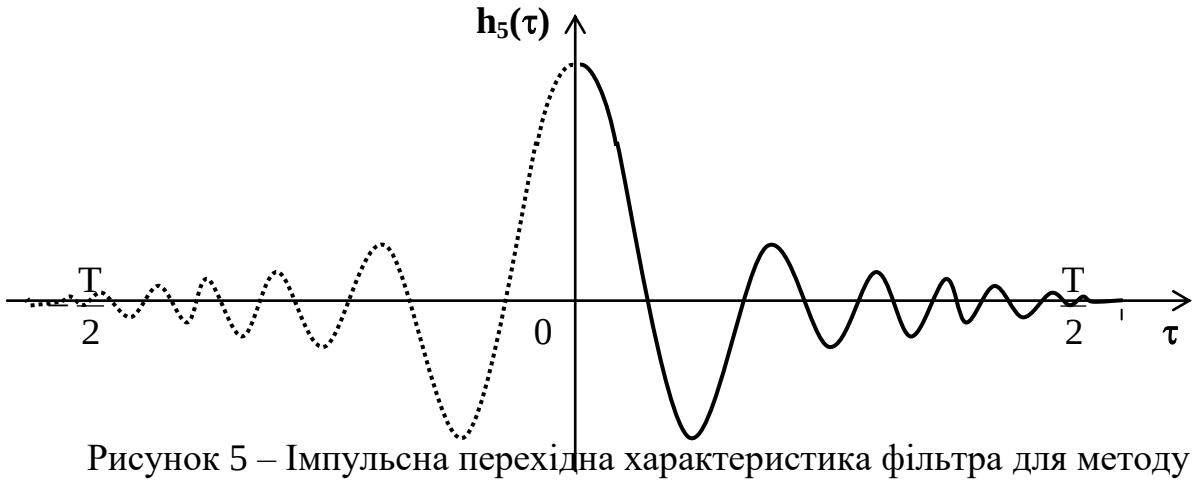


Рисунок 5 – Імпульсна перехідна характеристика фільтра для методу множення

Висновки. Відзначимо ще одну перевагу методу множення. Вона випливає з порівняння схемо-технічної реалізації вузько-смугових фільтрів, аналогових і цифрових, для одного чи іншого методу. Реалізація аналогового вузько-смугового фільтра з максимумом імпульсної перехідної характеристики $h(\tau)$, при $t = \frac{T}{2}$ («час розгону фільтра») і при досить великих, вимагає інерційних елементів (елементів затримки) з великими постійними часу ($T\omega_0 >> T\Delta\omega >> 1$), що викликає схемо-технічні труднощі, особливо в діапазоні низьких частот. При використанні для фільтрації випадкових сигналів вузько-смугових цифрових фільтрів скорочення вдвічі часу фільтрації призводить до можливості дворазового зменшення числа запам'ятовуючих елементів (елементів затримки).

Таким чином, метод множення порівняно з методом безпосередньої фільтрації забезпечує більш високу точність спектрального аналізу при більш простій апаратурній реалізації. Це дозволить підвищити точність вимірювання параметрів випадкового сигналу при спектральному аналізі, а, значить, збільшити достовірність контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту при незначних витратах на контрольно-вимірювальну апаратуру.

Список літератури

1. Барзилович Е.Ю. Модели технического обслуживания сложных систем. М.: Высшая школа, 1982. 231 с.

2. Безюков О.К., Жуков В.А., Воробей К.А. Анализ энергоэкологического эффекта применения газопоршневых двигателей в судовых энергетических установках. *Вестн. Гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С.О. Макарова*. 2015. № 6 (34). С. 143–151. DOI: 10.21821/2309-5180-2015-7-6-143-151.

3. Безюков О.К., Жуков В.А., Ященко О.И. Газомоторное топливо на водном транспорте. *Вестн. Гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С. О. Макарова*. 2014. № 6 (28). С. 31–39. DOI: 10.21821/2309-5180-2014-6-6-31-39.

4. Узагальнений показник ефективності контролю технічного стану радіотехнічних засобів і методика його оцінювання / Богом’я В.І., Шапран Ю.Є., Кас’яненко М.В., Якобінчук О.В. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. 2017. № 3 (30). С. 5–8.

5. Винокуров В.И., Каплин С.И., Петелин И.Г. Электрорадиоизмерения / под ред. В.И. Винокурова. М.: Высш. шк., 1986. 351 с.

6. Управление и оптимизация производственно-технологическими процессами / Вихров Н.М., Гаскаров Д.В., Грищенков А.А., Шнуренко А.А.; под ред. Гаскарова Д.В. С-Пб.: Изд. Энергоатомиздат, 1995. 301 с.

УДК 681.513:519 https://doi.org/10.33298/mataparat.07

Федунов В.М. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

АНАЛІЗ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОЦІНОК СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Постановка проблеми. Характеристики апаратури спектрального аналізу в значній мірі визначаються використовуваними в ній методами вимірювання оцінок СЩП. У зв'язку з цим виникає необхідність подальшого розвитку методів порівняльного аналізу оцінок СЩП випадкових сигналів, що вимірюються різними методами, метою якого є визначення оптимального методу, який дозволяє за один і той же час аналізу (вимірювання) отримати інтегральну оцінку СЩП з найменшою дисперсією похибки вимірювання.

Мета статті – удосконалення узагальненої математичної моделі порівняння основних класичних методів апаратурного спектрального аналізу. За допомогою запропонованої моделі отримані аналітичні вирази для визначення статистичних характеристик (математичного очікування та дисперсії) фільтрів спектрального аналізу випадкових сигналів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту. Результати є базою для розв'язання задач оптимізації форми спектрального вікна фільтрів апаратури для спектрального аналізу випадкових сигналів.

Для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту методом спектрального аналізу випадкового сигналу, який характеризує дефекти (несправності), необхідно застосовувати вузько-смугові фільтри для підвищення точності оцінки частот дефекту (несправності). Підвищення такої точності дозволить виключити вплив сусідніх частот (характеристик спектру) (рис. 1).

Виклад основного метеріалу дослідження.

1. Аналіз математичного очікування оцінок спектральної щільності потужності апаратурних методів

Із використанням запропонованої узагальненої математичної моделі оцінок СЩП отримаємо аналітичні співвідношення для математичного очікування та дисперсії оцінок СЩП різних методів, які будуть використані для порівняльного аналізу методів і розв'язання задач оптимізації АЧХ вузько-смугового фільтра для спектрального аналізу.

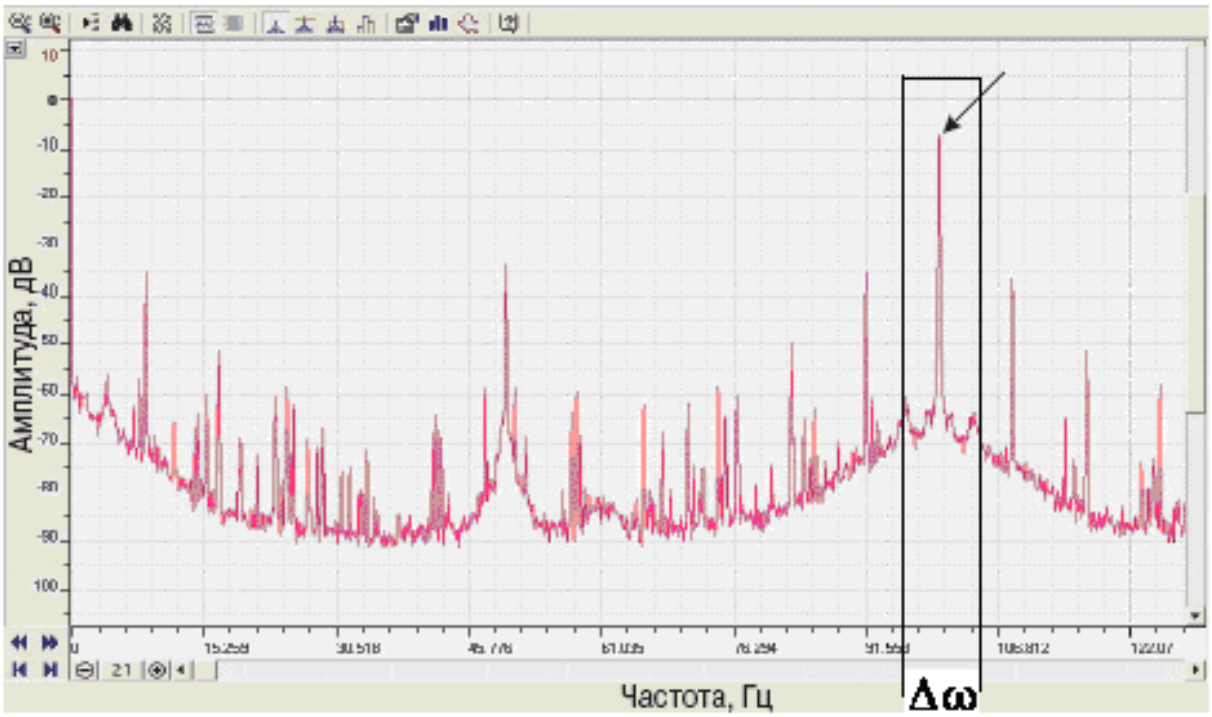


Рисунок 1 – Частотна характеристика модулю вектору струму електродвигуна при короткому замкненні обмотки статора для вузько-смугового фільтру частоти $\Delta\omega$

Для математичного очікування оцінок СЩП маємо

$$< \hat{G} > \equiv M[\hat{G}] = M\left[\int_0^T H(\tau)\hat{R}(\tau)d\tau\right],$$

або, застосовуючи властивості математичного очікування,

$$M\left[\hat{G}\right]=\int_0^T H(\tau)\,M\left[\hat{R}(\tau)\right]d\tau.$$

Оскільки $M\left[\hat{R}(\tau)\right]=R(\tau)$, то

$$M\left[\hat{G}\right]=\int_0^T H(\tau)R(\tau)d\tau. \qquad (1)$$

Звідси виходить, що при однаковій функції $H(\tau)$ математичне очікування всіх оцінок СЩП однаково. Використовуючи співвідношення Вінера-Хінчіна [2]

$$R(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} G\,e^{j\omega\tau}d\omega=\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)\cos\omega\tau d\omega, \qquad (2)$$

з виразу (1), підставляючи рівність (2), отримаємо

$$M\left[\hat{G}\right]=\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^T H(\tau)G(\omega)\cos\omega\tau d\tau d\omega.$$

Представимо цей вираз у вигляді

$$M\left[\hat{G}\right]=\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\omega)G(\omega)d\omega=2\int_0^{\infty}\Phi(\omega)G(\omega)d\omega, \qquad (3)$$

де $\Phi(\omega)=\int_0^T H(\tau)\cos\omega\tau d\tau, \qquad 0<\tau<T, -$ (4)

ФСВ (або фільтруюча функція).

Локальну оцінку СЩП $\hat{G}(\omega_0)$ отримаємо, якщо функція Ф(ω) має нескінченно вузький пік при $\omega = \omega_0$, тобто $\Phi(\omega) \sim \delta(\omega-\omega_0)$, де $\delta(\omega - \omega_0)$ – дельта функція. Тоді $M[\hat{G}] \sim G(\omega_0)$. Однак, як відомо, і це буде видно далі при аналізі дисперсії оцінок СЩП, дисперсія локальної оцінки не прагне до нуля при $T \to \infty$.Іншими словами, локальна оцінка СЩП $\hat{G}(\omega_0)$ недостатня. Даний важливий висновок не залежить від методу оцінки СЩП, тобто він притаманний усім без винятку методам. Достатні оцінки СЩП можуть бути отримані тільки з використанням функцій Ф(ω), ширина яких $\Delta\omega \neq 0$.

Це означає, що достатні оцінки СЩП можна отримувати тільки для інтегральних оцінок СЩП $\hat{G}(\omega_0)$, при яких відбувається усереднення функції G(ω) в межах інтервалу частот Δω поблизу центральної частоти ω_0. Характер такого усереднення визначається формою ФСВ Ф(ω) при заданій її ширині тим чи іншим способом. У зазначеному вище сенсі ідеальною є прямокутна форма функції $\Phi_0(\omega)$. Вона забезпечує усунення двох істотних методичних похибок вимірювання оцінок СЩП методами, що включають вузько-смугову фільтрацію:

− похибки, зумовленої «розмиванням» спектра («leacage») або, по-іншому, перетіканням потужності з областей поза Δω у діапазон вимірювання Δω. Відсутність цієї похибки забезпечується рівністю нулю ФСВ Ф(ω) поза діапазону Δω;

− похибки, що викликаються паразитною амплітудною модуляцією спектра. Ця похибка виникає, якщо реальна ФСВ Ф(ω) непостійна в інтервалі Δω. З точки зору зменшення даної похибки (при тій же дисперсії оцінки) кращим буде такий фільтр, форма якого близька до ідеального (прямокутного). Але ідеальний фільтр має АЧХ (ФСВ, що фільтрує функцію) з нескінченно

крутими фронтом і зрізом, а такий фільтр можна отримати тільки теоретично при $T = \infty$.

У зв'язку з цим абсолютно природна постановка задачі оптимізації форми ФСВ $\Phi(\omega)$ і відповідно до функції $H(\tau)$, тобто визначення такої функції $H(\tau)$, яка за цей час T і при заданій дисперсії оцінки СЩП забезпечувала б найкраще наближення до ідеального фільтру. Ці завдання будуть сформульовані та розв’язані у наступному розділі 3. Наближення ФСВ фільтру для спектрального аналізу випадкового сигналу, який характеризує дефект (несправність) двигунів засобів водного транспорту, характеризує достовірність контролю технічного стану двигунів.

2. Аналіз дисперсії оцінок спектральної щільності потужності апаратурних методів спектрального аналізу

Для обчислення дисперсії оцінок СЩП скористаємося співвідношенням [89]

$$D\left[\hat{G}\right] = M\left[\hat{G}^2\right] - \left(M\left[\hat{G}\right]\right)^2. \tag{5}$$

Підставляючи в рівність (5) вираз (1), отримаємо

$$D[\hat{G}] = M\left[\left(\int_0^T H(\tau)\hat{R}(\tau)\,d\tau\right)^2\right] - \left\{M\left[\int_0^T H(\tau)\hat{R}(\tau)\,d\tau\right]\right\}^2.$$

Запишемо цей вираз так:

$$D\left[\hat{G}\right] = \int_0^T\int H(\tau)H(\tau')M\left[\hat{R}(\tau)\hat{R}(\tau')\right]d\tau\,d\tau' - \left(\int_0^T H(\tau)M\left[\hat{R}(\tau)d\tau\right]\right)^2.$$

Це співвідношення представимо у вигляді

$$D\left[\hat{G}\right]=\int_0^T\int H(\tau)H(\tau')Q(\tau,\tau')d\tau\,d\tau', \tag{6}$$

$$\text{де } Q(\tau,\tau')=M\left[\hat{R}(\tau)\hat{R}(\tau')\right]-M\left[\hat{R}(\tau)\right]\cdot M\left[\hat{R}(\tau')\right], \tag{7}$$

тобто функція $Q(\tau,\tau')$ є центрована кореляційна функція оцінки $\hat{R}(\tau)$. Визначимо її для оптимальної оцінки при нормальному законі розподілу величин $\{x(t)\}$. З урахуванням виразу (5) маємо

$$M\left[\hat{R}(\tau)\hat{R}(\tau')\right]=M\left[\frac{1}{T-\tau}\int_0^T x(t)x(t-\tau)d\tau\cdot\frac{1}{T-\tau'}\int_0^T x(t')x(t'-\tau')d\tau'\right],$$

звідки

$$M\left[\hat{R}(\tau)\hat{R}(\tau')\right]=\frac{1}{(T-\tau)(T-\tau')}\int_\tau^T dt\int_{\tau'}^T dt'\,M\left[x(t)x(t-\tau)x(t')x(t'-\tau')\right]. \tag{8}$$

Для нормального закону розподілу величин $\{x(t)\}$ справедливо співвідношення [3, 4]

$$M\left[x(t)x(t-\tau)x(t')x(t'-\tau')\right]=R(\tau)R(\tau')+R(t-t')R(t-t'-\tau+\tau')+$$
$$+R(t-t'+\tau')R(t-t'-\tau').$$

Підставляючи це рівність в (2.32), отримаємо

$$M\left[\hat{R}(\tau)\hat{R}(\tau')\right]=\frac{1}{(T-\tau)(T-\tau')}\int_\tau^T dt\int_{\tau'}^T dt'\left[R(\tau)R(\tau')+\begin{matrix}R(t-t')R(t-t'-\tau+\tau')+\\+R(t-t'+\tau')R(t-t'-\tau')\end{matrix}\right]$$

або

$$M\left[\hat{R}(\tau)\hat{R}(\tau)\right]=M\left[\hat{R}(\tau)\right]\cdot M\left[\hat{R}(\tau')\right]+\frac{1}{(T-\tau)(T-\tau')}\int_{\tau}^{T}dt\int_{\tau'}^{T}dt'R(t-t')R(t-t'-\tau+\tau')+$$

$$+\frac{1}{(T-\tau)(T-\tau')}\int_{\tau}^{T}dt\int_{\tau'}^{T}dt'R(t-t'+\tau')R(t-t'-\tau').$$

Підстановка цієї рівності в формулу (7) дає оптимальну функцію $Q_{опт}(\tau,\tau')$, оскільки функція $Q(\tau,\tau')$ визначається для оптимальної оцінки кореляційної функції $R_{опт}(\tau)$. Отже, маємо

$$Q_{опт}(\tau,\tau')=Q_1(\tau,\tau')+Q_2(\tau,\tau'), \tag{9}$$

де $$Q_1(\tau,\tau')=\frac{1}{(T-\tau)(T-\tau')}\int_{\tau}^{T}dt\int_{\tau'}^{T}dt'R(t-t')R(t-t'-\tau+\tau'); \tag{10}$$

$$Q_2(\tau,\tau')=\frac{1}{(T-\tau)(T-\tau')}\int_{\tau}^{T}dt\int_{\tau'}^{T}dt'R(t-t'+\tau')R(t-t'-\tau'). \tag{11}$$

Як видно з (10), (11) і (9), функції $Q_1(\tau,\tau')$, $Q_2(\tau,\tau')$, а відповідно, і функція $Q_{опт}(\tau,\tau')$, симетричні щодо перестановки аргументів τ і τ', тобто $Q(\tau,\tau')=Q(\tau',\tau)$. Тому достатньо вирахувати їх при $\tau > \tau'$.

Запишемо вираз для $Q_1(\tau,\tau')$, при $\tau > \tau'$. Після заміни у формулі (10) змінних $u = t - t'$ (рис. 1), отримаємо

$$Q_1(\tau,\tau')=\frac{1}{(T-\tau)(T-\tau')}\int_{\tau}^{T}dt\int_{t-T}^{t-\tau'}du\,R(u)R(u-\tau+\tau'). \tag{12}$$

У виразі (12) проведемо зміну порядку інтегрування з використанням рисунку (рис. 2), маємо

$$\int_{\tau}^{T}dt\int_{t-T}^{t-\tau'}du=\int_{-T+\tau}^{0}du\int_{\tau}^{T+u}dt+\int_{0}^{\tau-\tau'}du\int_{\tau}^{T}dt+\int_{\tau-\tau'}^{T-\tau'}du\int_{u+\tau'}^{T}dt=$$

$$=\int_{-T+\tau}^{0}(T+u+\tau)du+\int_{0}^{\tau-\tau'}(T-\tau)du+\int_{\tau-\tau'}^{T-t'}(T-u-\tau')du.$$

Цей вираз представимо у згорнутому вигляді

$$\int_{\tau}^{T}dt\int_{t-T}^{t-\tau'}du=\int_{-T+\tau}^{T-\tau'}\Psi(u)du, \qquad (13)$$

де $\Psi(u)=\begin{cases}T+u-\tau & \text{при} \quad -T+\tau<u<0;\\ T-\tau & \text{при} \quad 0<u<\tau-\tau';\\ T-u-\tau' & \text{при} \quad \tau-\tau'<u<T-\tau'.\end{cases}$ (14)

Графік функції $\psi(u)$ наведено на рисунку 3 [4, 5].

З урахуванням рівності (9) для формули (12) при $\tau>\tau'$ отримаємо

$$Q_1(\tau,\tau')=\frac{1}{(T-\tau)(T-\tau')}\int_{-T+\tau}^{T-\tau'}\Psi(u)R(u)R(u-\tau+\tau')du. \qquad (15)$$

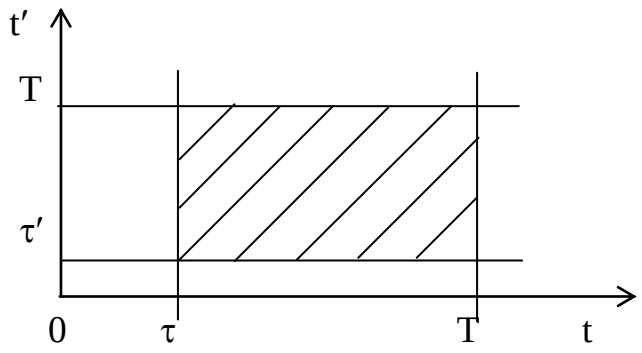


Рисунок 1 – До пояснення заміни змінних u = t – t′

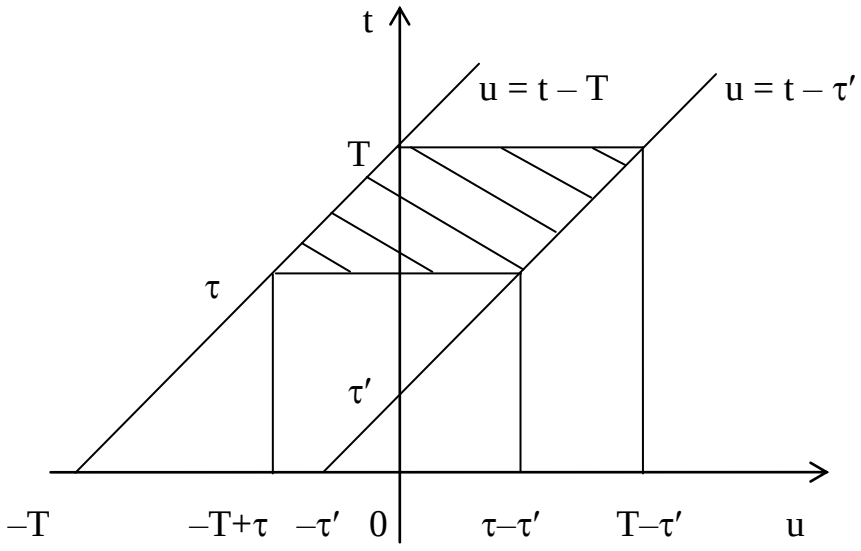


Рисунок 2 – До пояснення зміни порядку інтегрування

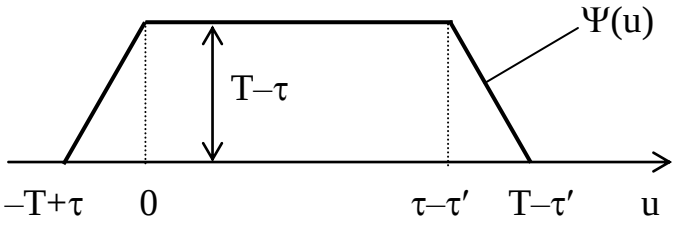


Рисунок 3 – Графік функції ψ(u)

Проаналізуємо формулу (15). Введемо величину τ_0 – інтервал кореляції величин {x(t)}, тобто функція R(τ) дуже мала при $\tau < \tau_0$. Тоді функція $Q_1(\tau,\tau')$ відмінна від нуля тільки при $|\tau - \tau'| \le 2\tau_0$ [6–9]. Це означає, що інтервал кореляції функції R(τ) приблизно вдвічі більший за інтервал кореляції величин {x(t)}. Таким чином, якщо $T - \tau >> \tau_0$ і $T - \tau' >> \tau_0$, то для виразу (15) справедливий наближений запис:

$$Q_1(\tau,\tau') \approx \frac{1}{T-\tau}\int_{-T+\tau}^{T-\tau'} R(u)R\left(u-|\tau-\tau'|\right)du \approx \frac{1}{T-\tau}\int_{-\infty}^{\infty} R(u)R\left(u-|\tau-\tau'|\right)du. \quad (16)$$

Аналогічно співвідношенню (14) для функції $Q_2(\tau,\tau')$ отримаємо

$$Q_2(\tau,\tau') = \frac{1}{(T-\tau)(T-\tau')}\int_{-T+\tau}^{T-\tau'} \Psi(u)R(u+\tau')R(u-\tau)du. \quad (17)$$

Аналіз функцій $Q_1(\tau,\tau')$ і $Q_2(\tau,\tau')$ відповідно до виразів (15) і (17), показує, що при всіх значеннях τ і τ', за винятком малої області $\tau,\tau'<\tau_0$, справедлива умова $R(u)R(u-|\tau-\tau'|) >> R(u+\tau')R(u-\tau)$, що аналогічно $Q_1(\tau,\tau') >> Q_2(\tau,\tau')$ [9–10]. Тому для кореляційної функції оптимальної оцінки (9) можна прийняти $Q_{опт}(\tau,\tau')=Q_1(\tau,\tau')$, а з урахуванням співвідношення (16)

$$Q_{опт}(\tau,\tau') \approx \frac{1}{T-\tau}\int_{-\infty}^{\infty} R(u)R\left(u-|\tau-\tau'|\right)du. \quad (18)$$

Узагальнюючи цей висновок, можна зробити більш загальне твердження: якщо оцінка кореляційної функції $\hat{R}(\tau)$ отримана усередненням величин x(t)x(t + τ) на часовому інтервалі $T_{уср}$, то функція $Q(\tau,\tau')$ для такої оцінки [10]

$$Q(\tau,\tau') \approx \frac{1}{T_{уср}}\int_{-\infty}^{\infty} R(u)R\left(u-|\tau-\tau'|\right)du. \quad (19)$$

Так, для оцінки $\hat{R}_1(\tau)$, методу вимірювання оцінки СЩП $\hat{G}_1$, заснованого на часовому усередненні квадрата фільтрованої реалізації випадкового сигналу x(t) [5, 11], отримаємо

$$Q_1(\tau,\tau') \approx \begin{cases} \dfrac{1}{T-t_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty} R(u)R\left(u-|\tau-\tau'|\right)du, & \tau < t_0; \\ \dfrac{1}{T-\tau}\int\limits_{-\infty}^{\infty} R(u)R\left(u-|\tau-\tau'|\right)du, & \tau > t_0, \end{cases} \qquad (20)$$

де $\tau = t_0$ – значення, при якому характеристика $h(\tau)$ вузько-смугового фільтра має максимум.

Для оцінки $\hat{R}_4(\tau)$, заснованої на тимчасовому усередненні квадратів коефіцієнтів Фур'є реалізації випадкового сигналу, маємо [13]

$$T_{усp} = n(T_1 - \tau) = T - \frac{T}{\tau_1}\tau .$$

Тоді

$$Q_4(\tau,\tau') \approx \frac{1}{T\left(1-\dfrac{\tau}{T_1}\right)}\int\limits_{-\infty}^{\infty} R(u)R\left(u-|\tau-\tau'|\right)du . \qquad (21)$$

Порівняння виразів (20), (21) з формулою (19) показує, що функція $Q(\tau,\tau')$ для всіх оцінок $\hat{R}(\tau)$, а отже, і для всіх оцінок СЩП $\hat{G}$, описується формулою (2.60), але значення часу усереднення $T_{усp}$ для різних оцінок $\hat{R}(\tau)$ різне.

Наприклад:

- для оптимальної оцінки $T_{усp} = T - \tau$;
- для оцінки $\hat{R}_1(\tau)$: $T_{усp} = \begin{cases} T - t_0 & \text{при } \tau < t_0, \\ T - \tau & \text{при } \tau > t_0; \end{cases}$
- для оцінки $\hat{R}_4(\tau)$: $T_{усp} = T - \dfrac{T}{T_1}\tau = T\left(1-\dfrac{\tau}{T_1}\right)$.

Представимо формулу (19) наступним чином [11]:

$$Q(\tau,\tau') = \frac{1}{T_{\text{усp}}(\tau)} F(|\tau - \tau'|), \qquad (22)$$

де $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} R(u) R(u - x)\, du$. (23)

Функція F(x) відмінна від нуля лише в області $|x| \le 2\tau_0$.

Для розкриття фізичного змісту функції F(x) скористаємося співвідношенням Вінера-Хінчіна (2). Тоді для формули (23) отримаємо

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} du \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) G(\omega') e^{j\omega u} e^{-j\omega'(u-x)}\, d\omega\, d\omega'.$$

Перетворимо цей вираз

$$F(x) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) G(\omega') e^{j\omega x}\, \delta(\omega - \omega')\, d\omega\, d\omega' = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} G^2(\omega) e^{j\omega x}\, d\omega.$$

Звідки $F(x) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} G^2(\omega) \cos \omega x\, d\omega.$ (24)

Підставивши співвідношення (22) в формулу (6), знаходимо

$$D[\hat{G}] \approx \int_0^T \int \frac{H(\tau)}{\sqrt{T_{\text{усp}}(\tau)}} \frac{H(\tau')}{\sqrt{T_{\text{усp}}(\tau')}} F(|\tau - \tau'|\, d\tau\, d\tau'.$$

З урахуванням виразу (24) маємо

$$D[\hat{G}] = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} G^2(\omega)\left|\Psi(\omega)\right|^2 d\omega, \qquad (25)$$

де $\Psi(\omega) = \int_0^T \frac{H(\tau)}{\sqrt{T_{уср}(\tau)}} e^{j\omega\tau} d\tau.$ (26)

Якщо функція спектрального вікна Ф(ω), обумовлена рівністю (4), відмінна від нуля лише в частотній області Δω поблизу центральної частоти ω_0 , то і функція Ψ(ω) володіє цією ж властивістю, але форми графіків функційФ(ω) и Ψ(ω), зрозуміло, різні. Якщо в межах смуги Δω функцію G(ω) можна наближено вважати постійною, з формули (15) маємо

$$D[\hat{G}] \approx 2\pi G^2(\omega_0) \int_{-\infty}^{\infty} \left|\Psi(\omega)\right|^2 d\omega = 4\pi^2 G^2(\omega_0) \int_0^T \frac{H^2(\tau)}{T_{уср}(\tau)} d\tau. \qquad (27)$$

Отримаємо вираз для відносної дисперсії оцінок СЩП.

Для математичного очікування $M[\hat{G}]$ з тим же ступенем точності, що й для дисперсії $D[\hat{G}]$ відповідно до виразу (27), з використанням формул (3) і (4) знаходимо

$$M[\hat{G}] = G(x_0) \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega = G(\omega_0) 2\pi \int_0^T H(\tau)\delta(\tau) d\tau \approx \pi G(\omega_0) H(0). \qquad (28)$$

Підставляючи співвідношення (27) і (28) в рівність для відносної дисперсії, маємо

$$\delta\hat{G} \approx \frac{4}{H^2(0)} \int_0^T \frac{H^2(\tau)}{T_{уср}(\tau)} d\tau . \qquad (29)$$

Ця формула отримана при припущенні, що функція $H(\tau)$ мало змінюється в інтервалі порядку τ_0.

Оцінимо порядок величини $\delta\hat{G}$. Для цього позначимо через $\tau_ф$ ширину перетворюючої функції $H(\tau)$, тоді із виразу (29) слідує

$$\delta\hat{G} \approx \frac{\tau_ф}{T},$$

що можна записати у загальному вигляді

$$\delta\hat{G} = k\frac{\tau_ф}{T}, \qquad (30)$$

де k – чисельний коефіцієнт, який залежить, по-перше, від обраної оцінки кореляційної функції $R(\tau)$ (через $T_{уср}(\tau)$) і, по-друге, від форми перетворюючої функції $H(\tau)$.

Для ілюстрації наведеного методу визначення відносної дисперсії оцінок СЩП розглянуті три приклади – для найбільш перспективних оцінок СЩП.

Отже, при обраній оцінці кореляційної функції $\hat{R}(\tau)$, що відповідає обраному методу вимірювання оцінки СЩП $\hat{G}$, відносна дисперсія оцінки СЩП $\delta\hat{G}$ визначається формулою (30), причому чисельний коефіцієнт k залежить від обраної форми перетворюючої функції або функції спектрального вікна фільтра. Відзначимо ще одну практично корисну формулу для дисперсії, придатну за умови, коли $\tau_ф << T$, при $\tau << T$ і $T_{уср}$= const. Це, зокрема, має місце

для розглянутих вище апаратурних методів вимірювання оцінки СЩП $\hat{G}_1$ і $\hat{G}_5$. У цьому випадку з формули (29) маємо

$$\delta\hat{G} = \frac{4}{H^2(0)T_{уср}}\int_0^T H^2(\tau)d\tau .$$

Для методу вимірювання оцінки СЩП $\hat{G}_1$ слід прийняти $T_{уср} \approx T - \tau_0$, для методу вимірювання оцінки СЩП

$$\hat{G}_5 - T_{уср} \approx T .$$

Отримаємо:

$$\delta\hat{G} = \frac{2\pi}{T_{уср}} \frac{\int_0^\infty \Phi^2(\omega)d\omega}{\left(\int_0^\infty \Phi(\omega)d\omega\right)^2} . \qquad (31)$$

Визначити ефективну смугу фільтрації в загальноприйнятому сенсі [5, 12–14]

$$\Delta\omega_{эфф} = \frac{\left(\int_0^\infty \Phi(\omega)d\omega\right)^2}{\int_0^\infty \Phi^2(\omega)d\omega} .$$

З урахуванням цієї рівності формула (31) прийме відомий вигляд [6]

$$\delta\hat{G} = \frac{2\pi}{T_{усp}\Delta\omega_{эфф}} = \frac{1}{T_{усp}\Delta f_{эфф}}. \qquad (32)$$

Формула (32) пов'язує відносну дисперсію оцінок СЩП усереднення та ефективної смугою фільтрації.

Висновки. Таким чином, отримані вирази для статистичних характеристик оцінок СЩП з використанням узагальненої математичної моделі дозволяють проводити порівняльний аналіз оцінок СЩП з єдиних позицій.

Отримані результати є основою для оптимізації форми спектрального вікна вузько-смугових фільтрів, які пропонується використовувати при спектральному аналізі випадкових сигналів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

Запропонована та обґрунтована узагальнена математична модель оптимальних оцінок СЩП, що дозволяє порівняти різні методи апаратурного спектрального аналізу випадкових сигналів і виявити серед них оптимальні, виходячи із статистичної теорії прийняття рішень, тобто по максимуму функції правдоподібності.

Досліджено метод перемноження вимірювання оцінки СЩП випадкових сигналів, заснований на часовому усередненні вихідного випадкового сигналу та його фільтрованої реалізації (на виході вузько-смугового фільтра), який забезпечує більш високу точність спектрального аналізу при більш простій апаратурній реалізації порівняно з методом безпосередньої фільтрації, який зводиться до часового усереднення квадрата фільтрованої реалізації випадкового сигналу.

Показано, що всі оцінки СЩП, отримані розглянутими методами апаратурного спектрального аналізу, зводяться до узагальненої математичної моделі. Різниця між ними полягає лише в різному виборі оцінок кореляційної функції та в різному вигляді перетворюючої функції. Запропонований метод

множення вимірювання оцінки СЩП випадкових сигналів належить до оптимальних методів, але він простіше інших методів спектрального аналізу.

Список літератури

1. Казаков И.Е. Аналитическое конструирование условно-оптимального управления в нелинейно-стохастической системе по сложному локальному критерию. А и Т, 1995. № 3. С. 34–46.

2. Конкс Г.А., Лашко В.А. Некоторые итоги развития мирового судового дизелестроения за последние годы. *Актуальные проблемы создания, проектирования и эксплуатации современных двигателей внутреннего сгорания: сб. науч. тр*. Хабаровск: Хабар. гос. техн. ун-т. 2001. Вып. 2. С. 4–29.

3. Красавский А.А. Теория самоорганизующегося оптимального регулятора биномиального типа в детерминировано-стохастическом приближении. А и Т, 1999. № 5. С. 97–113.

4. Лукомский Ю.А., Пешехонов В.Г., Скороходов Д.А. Навигация и управление движением судов. СПб.: Элмор, 2002. 360 с.

5. Мирошник И.В., Никифоров А.Л., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. С-Пб.: Наука, 2000. 549 с.

6. Новицкий П.В., Зограф И.В. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 245 с.

7. Малиновский М.А., Фока А.А., Ролинский В.И. Обеспечение надежности судовых дизелей на эксплуатационных и особых режимах работы. Одесса: Феникс, 2007. 152 с.

8. Охтилев М.Ю., Соколов Б.В., Юсупов Р.М. Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов. М.: Наука, 2006. 40 с.

9. Пухов Г.Е. Дифференциальные спектры и модели. Киев: Наукова думка, 1990. 184 с.

10. Пухов Г.Е. Приближенные методы математического моделирования, основанные на применении дифференциальных Т-преобразований. К.: Наукова думка, 1988. 216 с.

11. Чинков В.Н., Тищенко В.А. Основные направления совершенствования фильтровых методов спектрального анализа. *Системи обробки інформації.* 1999. Вип. 2 (6). С. 44–47.

12. Чинков В.Н., Тищенко В.А. Основы теории оптимизации полосовых фильтров для спектрального анализа случайных сигналов. *Вестник ХГПУ.* 1998. Вып. 21. С. 129–133.

13. Шильман С.В. Адаптивные фильтры Кальмана. *Докл. РАН*. 1994. Т. 338. № 6. С. 724–744.

14. Штрибець В.В. Контроль технічного стану двигунів засобів водного транспорту методом спектрального аналізу випадкових сигналів. *Новітні технології.* 2019. Вип.1(8). С. 59–69.

РОЗДІЛ 3

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ФУНКЦІЇ СПЕКТРАЛЬНОГО ВІКНА ФІЛЬТРІВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

УДК 623.463.5.001.57(06) https://doi.org/10.33298/mataparat.08

Ліганенко В.В. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ФОРМИ ФУНКЦІЇ СПЕКТРАЛЬНОГО ВІКНА ВУЗЬКО-СМУГОВИХ ФІЛЬТРІВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Постановка проблеми. Точність апаратурного спектрального аналізу випадкових сигналів, які характеризують дефект (несправність) двигунів засобів водного транспорту, заснованих на використанні вузько-смугової фільтрації, у значній мірі визначається відмінністю АЧХ вузько-смугового фільтра від ідеальної – прямокутної. При ідеальному спектральному вікні забезпечується повне усунення похибки «розмивання», або «перетікання» спектра. Однак ідеальне спектральне вікно фізично не піддається реалізації.

У зв'язку з цим великий практичний інтерес представляє задача оптимізації, що полягає у визначенні форми АЧХ Ф(ω) або однозначно пов'язаної з ним перетворюючої функції Н(τ).

Ці функції забезпечують максимальну точність (мінімальну похибку) апроксимації ідеального спектрального вікна $\Phi_0(\omega)$ при заданих значеннях смуги пропускання $\Delta\omega$, часу вимірювання (аналізу) Т і відносної дисперсії оцінки СЩП [1]:

$$\Phi(\omega) = \chi\left(\omega_0 - \omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right) + \chi\left(\omega_0 + \omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right) + \chi\left(-\omega_0 - \omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right) + \chi\left(-\omega_0 + \omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right)$$

Розглянемо розв’язання цієї задачі для методу безпосередньої фільтрації та кореляційно-фільтрового методу вимірювання оцінок СЩП.

Мета статті – навести метод оптимізації форми функції спектрального вікна вузько-смугових фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів,

які характеризують дефект (несправність) двигунів засобів водного транспорту. Провести дослідження можливостей реалізації оптимальних функцій спектрального вікна при застосуванні динамічних фільтрів малих порядків. Отримані співвідношення для оцінки математичного очікування та дисперсії оцінок спектральної щільності потужності при використанні динамічних фільтрів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

Методи оптимізації форми АЧХ вузько-смугових фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів отримаємо для двох критеріїв [8]:

− мінімуму середньоквадратичної похибки апроксимації ідеальної, прямокутної ФСВ реальної функцією;

− мінімуму впливу бічних пелюсток ФСВ на похибку вимірювання оцінки СЩП.

Використання зазначених критеріїв обумовлено двома можливими постановками задачі оптимізації.

У першому випадку (перша задача оптимізації) основною вимогою, що висувається до оптимальної АЧХ фільтра, є забезпечення мінімуму середньоквадратичної похибки апроксимації ідеальної АЧХ, але при цьому не накладається ніяких обмежень на поведінку АЧХ як у смузі аналізу, так і поза нею.

У другому випадку (друга задача оптимізації) основна увага приділена забезпеченню мінімуму впливу бічних пелюсток ФСВ на похибку вимірювання оцінки СЩП. Ці дві задачі оптимізації охоплюють найбільш поширені вимоги, що висуваються до ФСВ при вирішенні практичних завдань синтезу вузько-смугових фільтрів, які використовуються в апаратурі спектрального аналізу випадкових сигналів [1].

Сформулюємо та вирішимо обидві задачі оптимізації АЧХ вузько-смугових фільтрів для спектрального аналізу.

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Метод оптимізації функції спектрального вікна вузько-смугових

фільтрів за мінімумом середньоквадратичної похибки апроксимації при вимірюванні оцінки спектральної щільності потужності

Задача оптимізації АЧХ вузько-смугового фільтра Ф(ω) за середньоквадратичним критерієм формулюється так: знайти оптимальну перетворюючу функцію $H_{опт}(\tau)$ або оптимальну імпульсну перехідну характеристику h(τ) фільтра, що забезпечують мінімум функціоналу [1]

$$\Gamma = \int_{-\infty}^{\infty} [\Phi(\omega) - \Phi_0(\omega)]^2 d\omega, \qquad (1)$$

де $\Phi_0(\omega)$ – ідеальна (необхідна) спектральна функція (або АЧХ) фільтра. У нашому випадку ця функція прямокутна та аналітично описується виразом [2, 3]:

$$\Phi_0(\omega) = \begin{cases} \text{const}, & \text{при} \quad \omega_0 - \dfrac{\Delta\omega}{2} < \omega < \omega_0 + \dfrac{\Delta\omega}{2}; \\ 0, & \text{при інших значеннях } \omega. \end{cases} \qquad (2)$$

Функція Ф(ω) визначається наступною рівністю:

$$\Phi(\omega) = \int_0^T H(\tau)\cos\omega\tau d\tau, \quad 0 < \tau < T. \qquad (3)$$

Для розв’язання задачі оптимізації скористаємося варіаційним методом, відповідно до якого повинна виконуватися умова:

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial H(\tau)} = 0.$$

Тоді зі співвідношення (1) обчислимо:

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial H(\tau)} = 2\int_{-\infty}^{\infty} [\Phi(\omega) - \Phi_0(\omega)]\frac{\partial\Phi(\omega)}{\partial H(\tau)} d\omega. . \qquad (4)$$

З урахуванням формули (3) знаходимо:

$$\frac{\partial\Phi(\omega)}{\partial H(\tau)}=\begin{cases}\cos\omega\tau, & 0<\tau<T;\\ 0, & \tau>T.\end{cases}$$

Підставляючи цю рівність у вираз (4), отримаємо:

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial H(\tau)}=2\int_{-\infty}^{\infty}\left[\Phi(\omega)-\Phi_0(\omega)\right]\cos\omega\tau\,d\omega,\quad 0<\tau<T. \tag{5}$$

Прирівнюючи вираз (5) нулю, маємо:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left[\Phi(\omega)-\Phi_0(\omega)\right]\cos\omega\tau d\omega=0,\quad 0<\tau<T. \tag{6}$$

Оскільки, відповідно до перетворення Фур'є,

$$\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\omega)\cos\omega\tau d\omega=\pi H(\tau),$$

то з виразу (6) отримаємо:

$$\pi H(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_0(\omega)\cos\omega\tau d\omega..$$

З урахуванням рівності (4), знаходимо:

$$H_{опт}(\tau)=A\int_{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}}\cos\omega\tau d\omega\,, \tag{7}$$

де $A=\dfrac{\Phi_0}{\pi}=\text{const}$ – постійна.

Після обчислень з формули (7), отримаємо:

$$H_{опт}(\tau) = A\frac{\sin(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2})\tau - \sin(\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2})\tau}{\tau} = 2A\cos\omega_0\tau\frac{\sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}}{\tau}, \quad 0 < \tau < T. \quad (8)$$

При методі множення вимірювання оцінки СЩП функція $H_{опт}(\tau)$ може бути реалізована, якщо вибрати $\Delta\omega T = 2k\pi$, де k – будь-яке ціле число. Тоді для оптимальної імпульсної характеристики фільтра, з урахуванням рівності (8), маємо:

$$h_{опт}(\tau) = \frac{H_{опт}(\tau)}{T - \tau} = 2A\cos\omega_0\tau\frac{\sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}}{\tau(T - \tau)}. \quad (9)$$

У той же час для методу вимірювання оцінки СЩП, заснованого на зведенні в квадрат фільтрованої реалізації випадкового сигналу, оптимальна функція перетворення $H_{опт}(\tau)$ не може бути реалізована, так як рівняння

$$H_1(u) = 2\int_0^T h(\tau)h(\tau - u)(T - u)d\tau,$$

при $H_1 = H_{опт}$, не має рішення для h(τ). Якісно це видно хоча б з того, що функція $\Phi_1(\omega) > 0$, а перетворення Фур'є від $H_{опт}(\tau)$ може приймати і негативні значення [4].

2. Метод оптимізації функції спектрального вікна вузько-смугових фільтрів за мінімумом впливу бічних пелюсток на точність вимірювання оцінки спектральної щільності потужності

Сформулюємо та розв’яжемо другу задачу оптимізації АЧХ вузько-смугових фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів – за

мінімумом впливу бічних пелюсток спектральної (частотної) характеристики фільтра Ф(ω) при заданій дисперсії. Потім проведемо порівняльний аналіз результатів для обох задач оптимізації АЧХ вузько-смугових фільтрів.

Переходимо до розв'язання другої задачі оптимізації, сформульованої вище.

Внесок від бічних пелюсток ФСВ Ф (ω) визначимо наступним виразом:

$$\int_{-\infty}^{-\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}}\Phi(\omega)d\omega+\int_{-\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}}\Phi(\omega)d\omega+\int_{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}}^{\infty}\Phi(\omega)d\omega=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\omega)d\omega-2\int_{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}}\Phi(\omega)d\omega=Th(0)-2\int_{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}}\Phi(\omega)d\omega. \qquad (10)$$

Очевидно, оптимізація вкладу бічних пелюсток функції Ф(ω) у похибку вимірювання оцінки СЩП зводиться до забезпечення мінімуму різниці в правій частині виразу (10).

При заданій передавальній функції, тобто при h(0) = const, найменше значення вкладу від бічних пелюсток у похибку вимірювання оцінки СЩП досягається за умови, що значення $\int_{\Delta\omega}\Phi(\omega)d\omega$ максимальне. Однак зменшення цього вкладу призводить до збільшення дисперсії оцінки СЩП [4].

Наприклад, для локальної оцінки Ф(ω) внесок від бічних пелюсток дорівнює нулю, але функція необмежено велика.

Тому, коректною у даному випадку є постановка задачі оптимізації на умовний екстремум: знайти оптимальну імпульсну перехідну характеристику h(τ) вузько-смугового фільтра, що забезпечує мінімум вкладу від бічних пелюсток у похибку вимірювання оцінки СЩП за умови, що відносна дисперсія оцінки СЩП не перевищує заданого значення.

Для розв'язання цієї задачі її більш зручно сформулювати наступним чином: визначити імпульсну характеристику фільтра $h(\tau)$, що забезпечує максимум величиною $\int_{\Delta\omega}\Phi(\omega)d\omega$ за умови, що

$$\int_0^T (T-\tau)h^2(\tau)d\tau \le L = \text{const}.$$

Таке завдання на умовний екстремум вирішується методом Лагранжа [2, 3]. Введемо функціонал

$$\Gamma' = \int_{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}} \Phi(\omega)\,d\omega - \lambda\int_0^T (T-\tau)h^2(\tau)d\tau\,, \qquad (11)$$

де λ – множник (або коефіцієнт) Лагранжа.

Використовуючи формулу (9), обчислимо часткову похідну $\partial\Gamma'/\partial h(\tau)$ і прирівняємо її до нуля

$$\frac{\partial\Gamma'}{\partial h(\tau)} = \int_{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}} \frac{\partial\Phi(\omega)}{\partial h(\tau)}d\omega - 2\lambda(T-\tau)h(\tau) = 0\,, \qquad (12)$$

де $\frac{\partial\Phi(\omega)}{\partial h(\tau)}$ з урахуванням співвідношень (3) і (2) визначається рівністю:

$$\frac{\partial\Phi(\omega)}{\partial h(\tau)} = (T-\tau)\cos\omega T,\ \ 0<\tau<T\,. \qquad (13)$$

Вирішуючи рівняння (12) з урахуванням рівності (13), аналогічно (8), отримуємо вираз для імпульсної характеристики фільтра

$$h'_{опт}(\tau) = A' \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} \cos\omega\tau d\omega = 2A' \cos\omega_0\tau \frac{\sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}}{\tau}, \quad (14)$$

де $A' = const$ – постійна.

Порівнюючи оптимальні функції $h_{опт}(\tau)$, вираз (9), і $h'_{опт}(\tau)$, вираз (14), відмітимо, що в області $\tau << T$, вони практично збігаються. У той же час функція $h'_{опт}(\tau)$ дещо простіше реалізується технічно, ніж функція $h_{опт}(\tau)$. Тому доцільно з'ясувати, наскільки істотно відрізняються спектральні функції (АЧХ) фільтрів $\Phi(\omega)$ і $\Phi'(\omega)$, отримані за допомогою функцій $h_{опт}(\tau)$, $h'_{опт}(\tau)$, і наскільки відрізняються їх дисперсії [3].

3. Порівняльний аналіз методів оптимізації функцій спектрального вікна вузько-смугових фільтрів

Використовуючи вирази (14) і (9), введемо нормування функцій $h_{опт}(\tau)$ і $h'_{опт}(\tau)$ (постійні A і A′) так, щоб $h(0) = 1$. тоді отримаємо:

$$h_{опт}(\tau) = \frac{2T}{\Delta\omega} \cos\omega_0\tau \frac{\sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}}{\tau(T-\tau)};$$

$$h'_{опт}(\tau) = \frac{2}{\Delta\omega} \cos\omega_0\tau \frac{\sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}}{\tau}.$$

При цьому відповідно до рівності (9), що перетворюють функції для кожного з методів оптимізації визначаються рівностями:

$$H_{опт}(\tau)=\frac{2T}{\Delta\omega}\cos\omega_0\tau\frac{\sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}}{\tau},\quad 0<\tau<T; \tag{15}$$

$$H'_{опт}(\tau)=\frac{2}{\Delta\omega}(T-\tau)\cos\omega_0\tau\frac{\sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}}{\tau},\ 0<\tau<T. \tag{16}$$

Використовуючи вирази для оптимальних імпульсних характеристик і функцій перетворення, визначимо відповідні їм оптимальні спектральні характеристики (ФСВ) фільтрів Φ(ω) і Φ′(ω) за формулою (3).

Для визначення спектральної функції (АЧХ) Φ(ω) підставимо в формулу (3) вираз (15), отримаємо [4]

$$\Phi(\omega)=\frac{2T}{\Delta\omega}\int_0^T\cos\omega\tau\cos\omega_0\tau\frac{\sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}}{\tau}d\tau. \tag{17}$$

використовуючи рівність

$$\cos\omega_0\tau\sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}=\frac{1}{2}\left[\sin\left(\omega_0\tau+\frac{\Delta\omega\tau}{2}\right)+\sin\left(-\omega_0\tau+\frac{\Delta\omega\tau}{2}\right)\right], \tag{18}$$

представимо співвідношення (17) у вигляді:

$$\Phi(\omega)=\Phi(\omega,\omega_0)+\Phi(\omega-\omega_0), \tag{19}$$

де

$$\Phi(\omega,\omega_0)=\frac{T}{\Delta\omega}\int_0^T\cos\omega\tau\frac{\sin\left(\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}\right)\tau}{\tau}d\tau; \tag{20}$$

$$\Phi(\omega,-\omega_0)=\frac{T}{\Delta\omega}\int_0^T\cos\omega\tau\frac{\sin\left(-\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}\right)\tau}{\tau}d\tau\ . \qquad (21)$$

Обчислимо функцію $\Phi(\omega,\omega_0)$. Застосовуючи у формулі (20) перетворення, аналогічне співвідношенню (18), знаходимо [5]:

$$\Phi(\omega,\omega_0)=\frac{T}{2\Delta\omega}\left[\int_0^T\frac{\sin\left(\omega_0-\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right)\tau}{\tau}d\tau+\int_0^T\frac{\sin\left(\omega_0+\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right)\tau}{\tau}d\tau\right].$$

Представимо цю функцію так:

$$\Phi(\omega,\omega_0)=\chi\left(\omega_0-\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right)+\chi\left(\omega_0+\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right), \qquad (22)$$

де

$$\chi(\Omega)=\frac{T}{2\Delta\omega}\int_0^T\frac{\sin\Omega\tau}{\tau}d\tau, \qquad (23)$$

Причому

$$\chi(-\Omega)=-\chi(\Omega)\ . \qquad (24)$$

Аналогічно з виразу (22) для функції $\Phi(\omega,-\omega_0)$, яка описується співвідношенням (21), з урахуванням рівності (24) маємо:

$$\Phi(\omega-\omega_0)=\chi\left(-\omega_0-\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right)+\chi\left(-\omega_0+\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right). \qquad (25)$$

З урахуванням співвідношень (22) і (25) формула (19) приймає вигляд:

$$\Phi(\omega)=\chi\left(\omega_0-\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right)+\chi\left(\omega_0+\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right)+\chi\left(-\omega_0-\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right)+$$
$$+\chi\left(-\omega_0+\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right). \qquad (26)$$

Перегрупувавши у виразі (26) складові, маємо [6]:

$$\Phi(\omega)=\chi\left(\omega+\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}\right)-\chi\left(\omega+\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}\right)+\chi\left(\omega-\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}\right)-\chi\left(\omega-\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}\right)$$

або з урахуванням рівності (23)

$$\Phi(\omega)=\chi(\Omega_1)-\chi(\Omega_2)+\chi(\Omega_3)-\chi(\Omega_4)=\sum_{i=1}^{4}(-1)^{i-1}\chi(\Omega_i)\ , \qquad (27)$$

де $\Omega_1=\omega+\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}$;

$\Omega_2=\omega+\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}$;

$\Omega_3=\omega-\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}$;

$\Omega_4=\omega-\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}$.

Функцію $\chi(\Omega)$, згідно з рівністю (23), представимо у вигляді:

$$\chi(\Omega)=\frac{T}{2\Delta\omega}\int_0^T\frac{\sin\Omega\tau}{\tau}d\tau=\frac{T}{2\Delta\omega}Si(T\Omega)\,, \qquad (28)$$

де $\mathrm{Si}(x) = \mathrm{si}(x) + \frac{\pi}{2}$, (29)

$$\mathrm{si}(x) = -\int_x^{\infty} \frac{\sin x'}{x'} dx' \text{ , при } x > 0.$$

Тоді для функції Φ(ω) із формули (27) з урахуванням рівності (28) маємо:

$$\Phi(\omega) = \frac{T}{2\Delta\omega} \sum_{i=1}^{4} (-1)^{i-1} \mathrm{Si}(T\Omega_i),$$

або з урахуванням рівності (29)

$$\Phi(\omega) = \frac{T}{2\Delta\omega} \sum_{i=1}^{4} (-1)^{i-1} \left[\mathrm{si}(T\Omega_i) + \frac{\pi}{2} \right] =$$

$$= \frac{T}{2\Delta\omega} \sum_{i=1}^{4} (-1)^{i-1} \mathrm{si}\, T\Omega_i + \frac{T}{2\Delta\omega} \frac{\pi}{2} \sum_{i=1}^{4} (-1)^{i-1} = \frac{T}{2\Delta\omega} \sum_{i=1}^{4} \mathrm{si}(T\Omega_i) . \quad (30)$$

Графік функції Φ(ω) наведено на рис.1. З рисунку видно, що осциляції істотні тільки поблизу «країв» функції Φ(ω), тобто поблизу частот $\omega = \pm\omega_0 \pm \frac{1}{2}\Delta\omega$.

Поблизу кожної «границі» функції Φ(ω) з чотирьох додатків у формулі (27) або (30) основний внесок дає тільки один з них – той, аргумент якого звертається в нуль у відповідній точці. Його й необхідно враховувати при обчисленні похибки вимірювання оцінки СЩП, а іншими складовими можна знехтувати [7, 8].

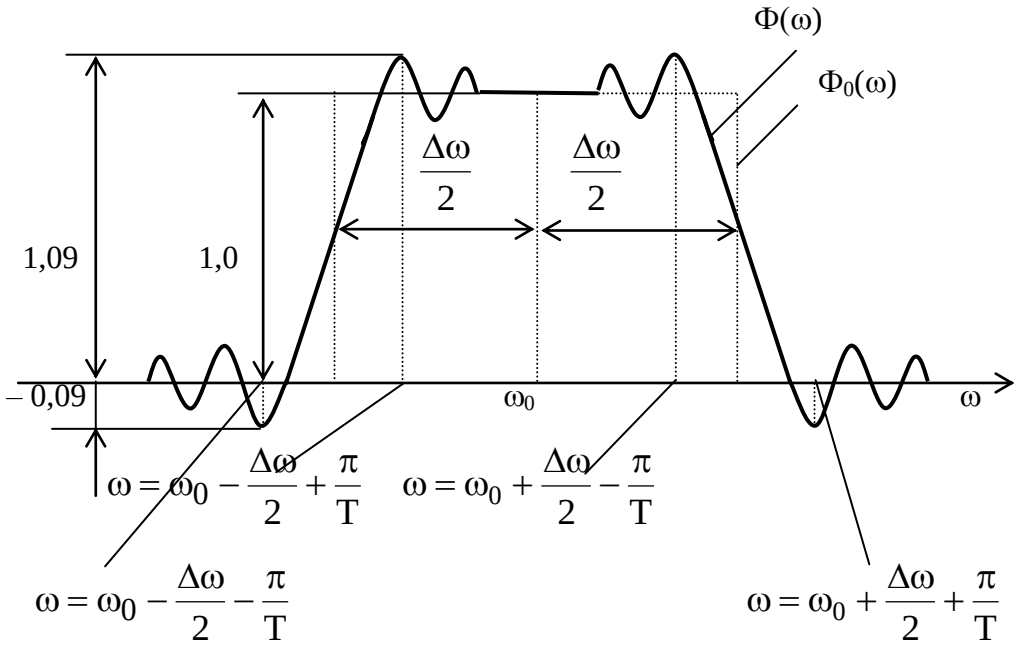


Рисунок 1 – Графік функції спектрального вікна Φ(ω)

Зазначимо, що на графіку (рис. 1) масштаб осі ω для наочності сильно перебільшений, так як при TΔω >> 1 осциляції (коливання) є тільки поблизу «границь» функції Φ(ω), на інтервалах порядку π / T.

Відзначимо також, що, якщо функцію істинної СЩП G(x), а, відповідно, і інтегральний синус Si(x) можна вважати приблизно постійними поблизу «границі» на інтервалах порядку $\frac{1}{T}$, тобто якщо характерний масштаб Si(x) великий порівняно з величиною $\frac{1}{T}$, то осциляції взагалі не позначаться, оскільки виникає через осциляцій добавка ΔX(Ω) – антисиметрична функція Ω. Рівень найближчого до «границі» негативного викиду (при $\Omega = \frac{\pi}{T}$) дорівнює: $-\frac{1}{\pi}\mathrm{Si}(\pi) = -\frac{0{,}281}{3{,}14} = -0{,}09$.

Усередині спектрального вікна найбільший викид (при $\Omega = -\frac{\pi}{T}$) дорівнює (1 + 0,09) = 1,09.

Оцінимо значення середньоквадратичного відхилення реальної функції спектрального вікна Φ(ω) від ідеальної (прямокутної) функції $\Phi_0(\omega)$, використовуючи формулу (1) [8].

Для цього скористаємося тим, що функція $\Phi_0(\omega)$ виходить з функції Φ(ω), відповідно до виразу (3), при $T\to\infty$. Тоді

$$\Phi(\omega)-\Phi_0(\omega)=\int_T^{\infty} H(\tau)\cos\omega\tau d\tau. \qquad (31)$$

Підставляючи співвідношення (31) у формулу (1), маємо [9]:

$$\Gamma=\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\left[\int_T^{\infty} H(\tau)\cos\omega\tau d\tau\right]^2.$$

Уявімо цю рівність у вигляді:

$$\Gamma=\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\int_T^{\infty}\int d\tau d\tau' H(\tau)H'(\tau')\cos\omega\tau\cos\omega\tau'.$$

Приймаючи до уваги, що

$$\int_{-\infty}^{\infty}\cos\omega\tau\cos\omega\tau' d\omega=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\cos\omega(\tau-\tau')+\cos\omega(\tau+\tau')\right]d\omega=$$
$$=\pi\left[\delta(\tau-\tau')+\delta(\tau+\tau')\right],$$

запишемо:

$$\Gamma=\pi\int_T^{\infty} H^2(\tau)d\tau. \qquad (32)$$

Підставляючи у вираз (32) оптимальну перетворюючу функцію $H_{опт}(\tau)$ згідно з (15), маємо:

$$\Gamma = \frac{4\pi T^2}{(\Delta\omega)^2} \int_T^\infty \cos^2 \omega_0 \tau \frac{\sin^2 \frac{\Delta\omega\tau}{2}}{\tau^2} \, d\tau = \frac{\pi T^2}{(\Delta\omega)^2} \int_T^\infty (1 + \cos 2\omega_0 \tau)(1 - \cos \Delta\omega\tau) \frac{d\tau}{\tau^2},$$

або

$$\Gamma \approx \frac{\pi T^2}{(\Delta\omega)^2} \int_T^\infty \frac{d\tau}{\tau^2} = \frac{\pi T}{(\Delta\omega)^2} \left[1 + 0\left(\frac{1}{T\Delta\omega} \right) \right]. \qquad (33)$$

У той же час

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_0^2 \, d\omega = 2\Phi_0^2 \, \Delta\omega = \frac{\pi^2 T^2}{2\Delta\omega}, \qquad (34)$$

де враховано $\Phi_0 = \frac{\pi T}{2\Delta\omega}$.

Відносна середньоквадратична похибка наближення оптимальної спектральної характеристики $\Phi(\omega)$ до ідеальної характеристики $\Phi_0(\omega)$ визначається виразом [10]:

$$\delta\Gamma = \frac{\Gamma}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_0^2(\omega) d\omega}. \qquad (35)$$

Після підстановки у формулу (35) рівності (33) і (34) знаходимо:

$$\delta\Gamma = \frac{2}{\pi T \Delta\omega}\left[1 + 0\left(\frac{1}{T\Delta\omega}\right)\right]. \qquad (36)$$

Визначимо спектральну функцію $\Phi'(\omega)$ для оптимальної перетворюючої функції $H'_{опт}(\tau)$, одержуваної при оптимізації по мінімуму бічних пелюсток і описуваної виразом (16).

Представимо функцію $\Phi'(\omega)$ у вигляді [11]:

$$\Phi'(\omega) = \int_0^T H'(\tau)\cos\omega\tau\, d\tau = \int_0^T \left[H(\tau) - \frac{2}{\Delta\omega}\cos\omega_0\tau \sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}\right]\cos\omega\tau d\tau,$$

або запишемо:

$$\Phi'(\omega) = \Phi(\omega) + \Delta\Phi'(\omega), \qquad (37)$$

де $\Delta\Phi'(\omega) = -\frac{2}{\Delta\omega}\int_0^T \cos\omega_0\tau \sin\frac{\Delta\omega\tau}{2}\cos\omega\tau d\tau$.

Після перетворень, аналогічних попереднім, маємо:

$$\Delta\Phi'(\omega) = -\frac{T}{2\Delta\omega}\sum_{i=1}^{4}(-1)^{i-1}\varphi(T\Omega_i), \qquad (38)$$

де $\varphi(x) = \frac{1}{x}\int_0^x \sin x' dx' = \frac{1-\cos x}{x}$. (39)

З урахуванням виразів (30) і (38) формула (37) приймає вигляд [12]:

$$\Phi'(\omega) = \frac{T\pi}{2\Delta\omega}\frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{4}(-1)^{i-1}[Si(T\Omega_i) - \varphi(T\Omega_i)],$$

або

$$\Phi'(\omega) = \frac{T}{2\Delta\omega} \sum_{i=1}^{4} (-1)^{i-1} f(T\Omega_i), \tag{40}$$

де $f(x) = Si(x) - \frac{1-\cos x}{x}$. (41)

Проаналізуємо поведінку функції f(x). Перш за все, відзначимо, що вона має такі властивості:

а) $f(-x) = -f(x)$, тобто функція симетрична щодо нуля;

б) при x << 1 $f(x) \approx x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x$;

в) при x >> 1 $f(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2} + \frac{\cos x - 1}{x} \approx \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} - \frac{\sin x}{x^2}$;

г) $f'(x) = \frac{\sin x}{x} - \frac{\sin x}{x} + \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2}$.

Точки екстремуму x_l функції f(x) визначимо з умови $\cos x_l = 1$, тобто $x_l = 2\pi l$, $l = 1,2,\ldots$. Ці точки є точками перегину функції f(x), яка монотонно зростає, так як $f'(x) \geq 0$.

Відзначимо важливу обставину: функція $\Phi'(\omega)$ за межами вікна $\Delta\omega$ не має викидів (ні позитивних, ні негативних) і відрізняється від ідеального (прямокутного) спектрального вікна тільки поблизу «границь», в області ~1 / T.

Обчислимо тепер похибку наближення оптимальної спектральної характеристики $\Phi'(\omega)$ до спектральної характеристики ідеального, прямокутного вікна $\Phi_0(\omega)$ вузько-смугового фільтра [10]. Аналогічно формулі (1) запишемо:

$$\Gamma' = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\Phi'(\omega) - \Phi_0(\omega) \right]^2 d\omega. \qquad (42)$$

Використовуючи співвідношення (3) і рівність Парсеваля вираз (42) представимо у вигляді:

$$\Gamma' = \pi \int_0^T \left[H'(\tau) - H(\tau) \right]^2 d\tau + \pi \int_T^{\infty} H^2(\tau) d\tau,$$

або

$$\Gamma' = \Gamma + \Delta\Gamma, \qquad (43)$$

де функціонал Γ визначається виразом (30), а

$$\Delta\Gamma = \pi \int_0^T \left[H'(\tau) - H_0(\tau) \right]^2 d\tau.$$

Оскільки $\Delta\Gamma > 0$, то, як маємо із виразу (43), справедлива умова $\Gamma' > \Gamma$, що й слід було очікувати заздалегідь (з постановки задачі оптимізації).

Обчислимо величину ΔΓ з урахуванням рівності (15) і (16) [11]:

$$\Delta\Gamma = \frac{4\pi}{(\Delta\omega)^2} \int_0^T \cos^2 \omega_0 \tau \sin^2 \frac{\Delta\omega\tau}{2} d\tau =$$

$$= \frac{\pi}{(\Delta\omega)^2} \int_0^T (1 + \cos 2\omega_0 \tau)(1 - \cos \Delta\omega\tau) d\tau \approx \frac{\pi T}{(\Delta\omega)^2} = \Gamma.$$

Тоді, відповідно до рівності (43),

$$\Gamma' = 2\Gamma \ ,$$

а отже,

$$\delta\Gamma' = 2\,\delta\Gamma \, . \qquad (44)$$

Отже, при оптимізації спектральної характеристики вузько-смугового фільтра за мінімумом середньоквадратичної похибки апроксимації ідеального вікна (перша задача оптимізації) застосування фільтра з імпульсною характеристикою $h_{опт}(\tau)$, відповідно до виразу (9), забезпечує мінімальне середньоквадратичне відхилення $\delta\Gamma$, формула (36), форми спектральної характеристики $\Phi(\omega)$, вираз (30), від ідеальної прямокутної, але в той же час призводить до появи осциляцій, як в смузі аналізу $\Delta\omega$, так і поза нею (рис. 1) [12].

При оптимізації спектральної характеристики фільтра за мінімумом бічних пелюсток при заданій дисперсії оцінки СЩП (друга задача оптимізації) застосування фільтра із імпульсною характеристикою $h'_{опт}(\tau)$, вираз (14), забезпечує форму спектральної характеристики $\Phi'(\omega)$, формула (40), яка не має осциляцій у всьому діапазоні частот, але при цьому відносна середньоквадратична похибка апроксимації $\delta\Gamma'$ ідеального спектрального вікна збільшується вдвічі, рівність (44). Крім того, функція $h'_{опт}(\tau)$ забезпечує більш просту технічну реалізацію фільтра [13].

Відзначимо також, що відносні дисперсії оцінок СЩП $\delta\hat{G}$ і $\delta\hat{G}'$ для обох спектральних характеристик при $T\Delta\omega >> 1$ (при цьому $\delta\Gamma$, $\delta\Gamma' << 1$) практично однакові та дорівнюють

$$\delta\hat{G} \approx \delta\hat{G}' = \frac{2\pi}{T\Delta\omega} = \frac{1}{T\Delta f} \, .$$

Висновки. Таким чином, у результаті постановки та розв'язання задач оптимізації вузько-смугових фільтрів для спектрального аналізу отримані їх спектральні характеристики або ФСВ, вирази (30) і (40), що дозволяють при заданих значеннях часу вимірювання T і відносній дисперсії оцінки СЩП $\delta\hat{G}$ найкращим чином (оптимальним, кожна в своєму розумінні) апроксимувати ідеальне спектральний вікно вузько-смугового фільтра.

Отже, застосування запропонованих оптимальних фільтрів при спектральному аналізі випадкових сигналів діагностування технічного стану двигунів засобів водного транспорту дозволяє своєчасно виявити можливі несправності чи порушення у режимах роботи (відповідно до заздалегідь відомих, справних). Своєчасне виявлення можливих відмов двигунів засобів водного транспорту дозволить уникнути додаткових витрат під час перевезення вантажів, тобто зменшити додаткові (непланові) витрати.

Список літератури

1. Морская радиоэлектроника / Соловьев И.В. и др.; под ред. Кравченко В.А. СПб.: Политехника, 2003. 185 с.
2. Войтенко С.С., Герасимов С.В., Куценко В.В. Напрями удосконалення системи контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. Х.: ХНУПС. 2016. Вип. 3 (24) С. 127–131.
3. Каретников В.В., Пащенко И.В., Соколов А.И., Кузнецов И.Г. К вопросу построения автоматизированной системы мониторинга параметров высокоточного навигационного поля. *Морская радиоэлектроника*. 2015. № 2 (52). С. 24–27.
4. Coelli T., Prasada Rao D.S., Battese G.E. An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998. p. 275.
5. Decarbonising the maritime supply chain. *MER*. 2010. № 11. P. 8.

6. Diesel Directory. Marine Propulsion Perspective in association with MER. 2013. № 1. P. 10–23.

7. Ramakrishnan C.R., Sekar R. Model-Dased Analysis of Configuration Vulnerabilities. URL: http://seclab.cs.sunisb.edu/sec lab1/pubs/papers/widsoo.pdf (дата звернення: 02.10.2021)

8. Sheyner O., Wing J., Lippman R., Haines J. Automated Generation and Analysis of Attak Graphs. *In 2002 IEEE Symposium on Security and Privacy.* Oaklend, California, 2002. URL: http://csse.usc.edu. (дата звернення: 07.09.2021)

9. Дослідження фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів двигунів засобів водного транспорту / Штрибець В.В. та ін. *Новітні технології.* 2019. Вип.2(9). С.25–31.

10. Штрибець В.В., Трофіменко А.О., Шевченко А.П. Розроблення фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту. *Slovak international scientific journal.* Vol.1. No.34, 2019. P.30–38.

11. Thomson W.T.: «A Review of On-Line Condition Monitoring Techniques for Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motors – Past, Present and Future». *Keynote address at IEEE Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives*, Gijon, Spain, Sept. 1999, p.p. 3–18.

12. Основи технічної експлуатації автоматизованої системи управління судном: підручник / Богомʼя В.І. та ін.; за заг. ред О.М. Тимощук. Київ, 2018. 305 с.

13. Особливості системного підходу до вирішення наукових завдань експлуатації суднового обладнання: підручник / Богомʼя В.І. ті ін. за заг. ред. Тимощук О. М.. Київ, 2018. 305 с.

УДК 681.513:519 https://doi.org/10.33298/mataparat.09

Ліганенко В.В. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ РЕАЛІЗАЦІЇ ОПТИМАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ СПЕКТРАЛЬНОГО ВІКНА ПРИ ЗАСТОСУВАННІ ДИНАМІЧНИХ ФІЛЬТРІВ

Постановка проблеми. Отримаємо вихідні співвідношення для оптимального синтезу параметрів смугових динамічних фільтрів для двох методів вимірювання оцінки СЩП: методу множення та методу безпосередньої фільтрації [1].

Мета статті – дослідження можливостей реалізації оптимальних функцій спектрального вікна при застосуванні динамічних фільтрів.

Для цих методів вимірювання оцінки СЩП описуються відповідно до виразів:

$$\hat{G}_1(\omega_0, \Delta\omega) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)y(t)dt, \quad (1)$$

$$\hat{G}_2(\omega_0, \Delta\omega) = \frac{1}{T}\int_0^T y^2(t)dt. \quad (2)$$

Вихідний сигнал смугового динамічного фільтра з імпульсною перехідною характеристикою $h(t,\tau)$, що є функцією часу, описується виразом [1]

$$y(t) = \int_0^t h(t,\tau)x(\tau)\,d\tau = \int_0^t h_t(t-\tau)x(\tau)d\tau, \quad (3)$$

де $h_t(t-\tau) = h(t, t-\tau)$ – імпульсна перехідна характеристика динамічного фільтра;

індекс t тут і надалі – означає залежність, тобто перебудову в часі відповідних характеристик (параметрів) фільтра.

Знайдемо математичні очікування та дисперсії оцінок СЩП $\hat{G}_1$, $\hat{G}_2$.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Математичне очікування оцінок спектральної щільності потужності при використанні динамічних фільтрів

Для математичного очікування оцінки СЩП $\hat{G}_1$ методу множення з урахуванням співвідношення (1) маємо [2]

$$M\left[\hat{G}_1\right] = \frac{1}{T}\int_0^T < x(t)y(t) > dt. \qquad (4)$$

Обчислимо середнє значення добутку вхідного та відфільтрованого сигналів x(t), y(t), тобто <x(t)y(t)>.Беручи до уваги вираз (3), отримаємо

$$< x(t)y(t) >= \int_0^t h_t(t-\tau) < x(t)x(\tau) > dt,$$

або $< x(t)y(t) >= \int_0^t h_t(\tau)R_x(\tau)d\tau,$ (5)

де $R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega)e^{-j\omega\tau}d\omega$ – кореляційна функція сигналу x(t);

$G_x(\omega)$ – СЩП сигналу x(t).

З урахуванням співвідношення (5) формула (4) приймає вигляд [3]

$$< x(t)y(t) >= \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^t d\tau\, h_t(\tau)G_x(\omega)e^{-j\omega\tau} = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega)W_t(j\omega)d\omega \quad , \qquad (6)$$

де $W_t(j\omega) = \int_0^t h_t(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$ – комплексна частотна характеристика динамічного фільтра (7)

Після підстановки рівності (6) в вираз (3) маємо

$$M\left[\hat{G}_1\right] = \frac{1}{T} \int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) W_t(j\omega)\, dt\, d\omega. \quad (8)$$

Так як функція $G_x(\omega)$ – речова парна функція, то для правої частини рівності (8) запишемо

$$\int_{-\infty}^{\infty} G_x W_t(j\omega)\, d\omega = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega)\left[W_t(j\omega) + W_t(-j\omega)\right] d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} G_x \operatorname{Re} W_t(j\omega)\, dt.$$

Тоді

$$M\left[\hat{G}_1\right] = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) \Phi_1(\omega)\, d\omega, \quad (9)$$

де $\Phi_1(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{Re} W_t(j\omega)\, dt$ – (10)

функція спектрального вікна вузько-смугового фільтра для методу множення спектрального аналізу.

Визначимо математичне очікування оцінки СЩП для методу безпосередньої фільтрації реалізованого на основі динамічних фільтрів. З використанням виразу (2) маємо [3, 4]

$$M\left[\hat{G}_2\right] = \frac{1}{T}\int_0^T < y^2(t) > dt \ . \qquad (11)$$

Обчислимо $<y^2(t)>$. З урахуванням рівності (3) запишемо

$$< y^2(t) >= \int_0^t d\tau \int_0^t d\tau' h_t(t-\tau) h_t(t-\tau') < x(\tau) x(\tau') > ,$$

або

$$\begin{aligned} < y^2(t) >&= \int_0^t \int d\tau d\tau' h_t(t-\tau) h_t(t-\tau') R_x(\tau-\tau') = \\ &= \int_0^t \int d\tau d\tau' h_t(\tau) h_t(\tau') R_x(\tau-\tau'). \end{aligned} \qquad (12)$$

На підставі теореми Вінера-Хінчіна вираз (11) представимо у вигляді

$$< y^2(t) >= \int_0^t \int d\tau d\tau' \, h_t(\tau) h_t(\tau') e^{j\omega(\tau-\tau')} \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) \left|W_t(j\omega)\right|^2 d\omega. \qquad (13)$$

Підставляючи співвідношення (13) в формулу (11), отримаємо [3, 11]

$$M\left[\hat{G}_2\right] = \frac{1}{T}\int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) \left|W_t(j\omega)\right|^2 dt \, d\omega.$$

Представимо цю рівність так:

$$M\left[\hat{G}_2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) \Phi_2(\omega) d\omega, \qquad (14)$$

де $\Phi_2(\omega)=\frac{1}{T}\int_0^T|W_t(j\omega)|^2dt$ – ФСВ вузько-смугового фільтра для методу безпосередньої фільтрації спектрального аналізу.

2. Дисперсія оцінок спектральної щільності потужності при використанні динамічних фільтрів

Дисперсію оцінки СЩП $\hat{G}_1$ для кореляційно-фільтрової методу спектрального аналізу визначимо, використовуючи співвідношення

$$D\left[\hat{G}_1\right]=\frac{1}{T^2}\int_0^T\int dt\,dt'\left[<x(t)y(t)x(t')y(t')>-<x(t)y(t)><x(t')y(t')>\right]=$$

$$=\frac{1}{T^2}\int_0^T\int dt\,dt'\left[<x(t)x(t')><y(t)y(t')>+<x(t)y(t')><x(t')y(t)>\right]. \quad (15)$$

Обчислимо величини:

а) $$<y(t)y(t')>=\int_0^t d\tau\int_0^{t'}d\tau' h_t(\tau)h_{t'}(\tau')<x(t-\tau)x(t'-\tau')>=$$

$$=\int_0^t d\tau\int_0^{t'}d\tau' h_t(\tau)h_{t'}(\tau')R_x(t-t'-\tau+\tau').$$

На підставі теореми Вінера-Хинчина маємо

$$<y(t)y(t')>=\int_{-\infty}^{\infty}d\omega\int_0^t d\tau\int_0^{t'}d\tau' h_t(\tau)h_{t'}(\tau')S_x(\omega)e^{j\omega(t-t'-\tau+\tau')}.$$

З урахуванням рівності (7) отримаємо

$$<y(t)y(t')>=\int_{-\infty}^{\infty}G_x(\omega)e^{j\omega(t-t')}W_t^*(j\omega)W_{t'}(j\omega)d\omega\,, \quad (16)$$

$$W^{*}_{t'}(j\omega) = \int_0^t h_{t'}(\tau') e^{j\omega\tau'} d\tau';$$

б) $$< x(t)y(t') >= \int_0^{t'} h_{t'}(\tau) < x(t)\, x(t'-\tau) > d\tau = \int_0^{t'} h_{t'}(\tau) R(t-t'+\tau') d\tau.$$

Беручи до уваги теорему Вінера-Хинчина, маємо

$$< x(t)y(t') >= \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) e^{j\omega(t-t')} W_{t'}(j\omega) d\omega; \qquad (17)$$

в) для величини $< x(t')\, y(t) >$ аналогічно попередньому, тобто $< x(t)\, y(t') >$, маємо

$$< x(t')y(t) >= \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega') e^{j\omega'(t'-t)} W_t(j\omega') d\omega'. \qquad (18)$$

З огляду на рівності (11), (17) і (18) у формулі (15), отримаємо

$$D\left[\hat{G}_1\right] = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int dt dt' \left[R_x(t-t') \int_{-\infty}^{\infty} d\omega G_x(\omega) e^{j\omega(t-t')} W^{*}_t(j\omega) W_{t'}(j\omega) + \right.$$
$$\left. + \int_{-\infty}^{\infty} \int d\omega d\omega' G_x(\omega) G_x(\omega') e^{j\omega(t-t')} W_{t'}(j\omega) e^{j\omega'(t'-t)} W_t(j\omega') \right],$$

або, застосовуючи теорему Вінера-Хинчина для величини $R_x(t-t')$, маємо [4]

$$D\left[\hat{G}_1\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int d\omega d\omega' G_x(\omega) G_x(\omega') \left\{ \frac{1}{T^2} \int_0^T \int dt\, dt' e^{j\omega(t-t')+j\omega'(t'-t)} \left[W^{*}_t(j\omega) W_{t'}(j\omega) + W_{t'}(j\omega) W_t(j\omega') \right] \right\}.$$

Дану рівність запишемо так

$$D\left[\hat{G}_1\right] = \int_{-\infty}^{\infty}\int d\omega d\omega' G_x(\omega) G_x(\omega') \Psi_1(\omega,\omega'), \tag{19}$$

де

$$\Psi_1(\omega,\omega') = \frac{1}{T^2}\int_0^T\int dt\, dt'\, e^{j\omega(t-t')+j\omega'(t'-t)}\left[W_t^*(j\omega)W_{t'}(j\omega) + W_{t'}(j\omega)W_t(j\omega')\right]. \tag{20}$$

Так як дисперсію досить обчислити лише приблизно, а функція $\Psi_1(\omega,\omega')$ згідно з рівністю (21), має різкий максимум при $\omega = \omega' = \pm\omega_0$, то вираз (19) перетворимо до виду

$$D\left[\hat{G}_1\right] \approx G_x^2(\omega_0)\int_{-\infty}^{\infty}\int \Psi_1(\omega,\omega')\, d\omega d\omega'. \tag{21}$$

Обчислимо в цій формулі подвійний інтеграл, з урахуванням рівності (13) і (20) маємо

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty}\int \Psi_1(\omega,\omega')\, d\omega d\omega' &= \frac{4\pi^2}{T^2}\int_0^T dt\int_0^t d\tau\, h_t^2(\tau) = \\ &= \frac{2\pi}{T^2}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\int_0^T dt\left|W_t(j\omega)\right|^2 = \frac{4\pi}{T^2}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\int_0^T dt\left[\mathrm{Re}\, W_t(j\omega)\right]^2.\end{aligned} \tag{22}$$

З урахуванням рівності (22) для вираження (21) отримаємо [5]

$$D\left[\hat{G}_1\right] = \frac{4\pi}{T^2}G_x^2(\omega_0)\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\int_0^T dt\left[\mathrm{Re}\, W_t(j\omega)\right]^2. \tag{23}$$

Дисперсію оцінки СЩП $\hat{G}_2$ для методу безпосередньої фільтрації визначимо з виразу

$$D\left[\hat{G}_2\right]=\frac{1}{T^2}\int_0^T\int dt\,dt'\left[<y^2(t)\,y^2(t')>-<y^2(t)><y^2(t')>\right]. \qquad (24)$$

У цьому співвідношенні величину $<y^2(t)y^2(t')>$, беручи до уваги нормальний закон розподілу вхідних сигналів, уявімо в такий спосіб

$$<y^2(t)y^2(t')>=<y(t)y(t)y(t')y(t')>=<y^2(t)><y^2(t')>+2(<y(t)y(t')>)^2.$$

З урахуванням даної рівності зі співвідношення (24) знаходимо

$$D\left[\hat{G}_2\right]=\frac{2}{T^2}\int_0^T\int(<y(t)y(t')>)^2\,dt\,dt'.$$

Підставимо в цю формулу рівність (16), маємо

$$D\hat{G}_2=\frac{2}{T^2}\int_0^T\int dt\,dt'\left[\int_{-\infty}^{\infty}G_x(\omega)e^{j\omega(t-t')}W_t(j\omega)W_{t'}(j\omega)\right]^2.$$

Запишемо дане співвідношення у вигляді [5, 6]

$$D\left[\hat{G}_2\right]=\frac{2}{T^2}\int_0^T\int dt\,dt'\int_{-\infty}^{\infty}\int d\omega\,d\omega' G_x(\omega)G_x(\omega')e^{j\omega(t-t')-j\omega'(t-t')}\times$$
$$\times W_t^*(j\omega)W_{t'}(j\omega)W_t(j\omega')W_{t'}^*(j\omega'),$$

або, за аналогією з виразом (19),

$$D\left[\hat{G}_2\right] = \int_{-\infty}^{\infty}\int G_x(\omega)G_x(\omega')\Psi_2(\omega,\omega')\,d\omega\,d\omega', \qquad (25)$$

де

$$\Psi_2(\omega,\omega') = \frac{2}{T^2}\int_0^T\int dt\,dt'\,e^{j\omega(t-t')-j\omega'(t-t')}W_t^*(j\omega)W_{t'}(j\omega)W_t(j\omega')W_{t'}^*(j\omega'). \qquad (26)$$

Як слідує з формули (26), функція $\Psi_2(\omega,\omega')$, аналогічно функції $\Psi_1(\omega,\omega')$, має різкий максимум при $\omega = \omega' = \pm\omega_0$, тому наближено маємо

$$D\left[\hat{G}_2\right] \approx G_x^2(\omega_0)\int_0^T\int d\omega\,d\omega'\,\Psi_2(\omega,\omega'). \qquad (27)$$

За аналогією з попередніми висловлюваннями (21) і (22), обчислимо наближено подвійний інтеграл [6]

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int \Psi_2(\omega,\omega')\,d\omega\,d\omega' \approx \frac{4\pi}{T^2}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\int_0^T \left|W_t(j\omega)\right|^4 dt. \qquad (28)$$

З урахуванням рівності (28) вираз (27) набуває вигляду

$$D\left[\hat{G}_2\right] = \frac{4\pi}{T^2}G_x^2(\omega_0)\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\int_0^T \left|W_t(j\omega)\right|^4 dt. \qquad (29)$$

Визначимо відносні дисперсії оцінок СЩП $\hat{G}_1$ і $\hat{G}_2$:

– для методу множення

$$\delta\hat{G}_1 = \frac{D\left[\hat{G}_1\right]}{\left(M\left[\hat{G}_1\right]\right)^2} = \frac{4\pi \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\omega \int\limits_{0}^{T} \left[\mathrm{Re}\, W_t^{(1)}(j\omega)\right]^2 dt}{\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\omega \int\limits_{0}^{T} \mathrm{Re}\, W_t^{(1)}(j\omega) dt\right]^2}; \qquad (30)$$

– для методу безпосередньої фільтрації

$$\delta\hat{G}_2 = \frac{D\left[\hat{G}_2\right]}{\left(M\left[\hat{G}_2\right]\right)^2} = \frac{4\pi \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\omega \int\limits_{0}^{T} \left[W_t^{(2)}(j\omega)\right]^4 dt}{\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\omega \int\limits_{0}^{T} W_t^{(2)}(j\omega) dt\right]^2}, \qquad (31)$$

де індекси (1) та (2) в позначеннях комплексної частотної характеристики $W_t(j\omega)$ введені відповідно для методу множення та методу безпосередньої оцінки [7].

З попарного порівняння виразів (30), (31) і (10), (14) робимо висновок, що метод множення та метод безпосередньої фільтрації вимірювання оцінок СЩП із застосуванням динамічних вузько-смугових фільтрів будуть еквівалентні, по-перше, по ФСВ, що означає виконання рівності $\Phi_1(\omega) = \Phi_2(\omega)$, і, по-друге, по точності, тобто відносної дисперсії оцінок СЩП $\left(\delta\hat{G}_1 = \delta\hat{G}_2\right)$, при виконанні умови

$$\mathrm{Re}\, W_t^{(1)}(j\omega) = \left|W_t^{(2)}(j\omega)\right|^2 . \qquad (32)$$

Назвемо рівність (32) умовою еквівалентності розглянутих фільтрових методів вимірювання оцінок СЩП по точності. У загальному випадку ця умова виконана бути не може, оскільки права частина рівності є свідомо позитивною

величиною, а його ліва частина може бути як позитивною, так і негативною величиною, але в окремих випадках цю умову можна виконати.

У формулі (30), беручи до уваги рівність (8), перейдемо до часового подання

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{0}^{T} \mathrm{Re}\, W_t^{(1)}(j\omega)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{0}^{T} dt \int_{0}^{t} h_t^{(1)}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau = \pi \int_{0}^{T} h_t^{(1)}(0) dt, \qquad (33)$$

де $h_t^{(1)}(0) = 2\int_0^t h_t^{(1)}(\tau)\delta(\tau)\, d\tau$.

З урахуванням співвідношення (33) формула (30) приймає вид

$$\delta\hat{G}_1 = \frac{4\int_0^T dt \int_0^t \left[h^{(1)}(0)\right]^2 d\tau}{\left[\int_0^T h_t^{(1)}(0) dt\right]^2}. \qquad (34)$$

Для стаціонарного фільтра за умови $T\Delta\omega >> 1$ справедлива рівність [8]

$$\delta\hat{G}_1 = \frac{4}{T^2\left[h^{(1)}(0)\right]^2} \int_0^T (T-\tau)\left[h^{(1)}(0)\right]^2 d\tau \approx \frac{4}{T\left[h^{(1)}(0)\right]^2} \int_0^T \left[h^{(1)}(\tau)\right]^2 d\tau.$$

Таким чином, формули (10) і (30) або (34) є вихідними для синтезу оптимального динамічного фільтра при апаратурній реалізації методу множення вимірювання оцінки СЩП, заснованого на тимчасовому усередненні твори вихідної і відфільтрованої реалізації випадкового сигналу, а формули (13), (32) – для синтезу оптимального динамічного фільтра методу

безпосередньої фільтрації, заснованого на часовому усередненні квадрата фільтрованої реалізації випадкового сигналу.

Для пояснення фізичного змісту завдань оптимізації динамічних фільтрів, використовуваних при спектральному аналізі випадкових сигналів, звернемося до формул функції спектрального вікна (15), (20) і відносної дисперсії оцінки СЩП (33), (34) для методу множення та методу безпосередньої оцінки. Із зазначених формул слідує, що всі вони містять комплексну частотну характеристику W(jω). Тому кожну пару формул представимо в узагальненому вигляді [9]:

– для ФСВ динамічних фільтрів, виходячи із співвідношень (15) і (20), запишемо

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{T}\int_0^T \varphi_t(\omega)\,d\omega \equiv < \varphi_t(\omega) >, \qquad (35)$$

– для відносної дисперсії оцінок СЩП, згідно з виразами (30) і (31), маємо

$$\delta\hat{G} = \frac{4\pi \int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{T}\int_0^T \varphi_t^2(\omega)\,dt\right]d\omega}{T\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{T}\int_0^T \varphi_t(\omega)\,dt\right]d\omega\right\}^2} = \frac{4\pi \int_{-\infty}^{\infty} < \varphi_t^2(\omega) > d\omega}{T\left[\int_{-\infty}^{\infty} < \varphi_t(\omega) > d\omega\right]^2}, \qquad (36)$$

де $\varphi_t(\omega)$ – узагальнена функція, що залежить від комплексної частотної характеристики динамічного фільтра та методу спектрального аналізу, при реалізації якого він використовується [10].

Тоді запишемо для

– для методу множення спектрального аналізу

$$\varphi_t(\omega) = \mathrm{Re}\, W_t(j\omega);$$

– для методу безпосередньої фільтрації

$$\varphi_t(\omega) = \left|W_t(j\omega)\right|^2 .$$

Таким чином, з виразів (35), (36) відповідно для функції спектрального вікна фільтра Ф(ω) і відносної дисперсії оцінки СЩП $\delta\hat{G}$, видно, що Ф(ω) і $\delta\hat{G}$ залежать від однієї і тієї ж функції $\varphi_t(\omega)$.

Тому незалежно мінімізувати дисперсію оцінки СЩП і похибки апроксимації, що викликається відмінністю форми спектрального вікна фільтра Ф(ω) від ідеальної, що призводить до зміщення оцінки СЩП не можна. Зменшення похибки зсуву в загальному випадку призводить до збільшення відносної дисперсії оцінки СЩП і навпаки [11, 12].

Оптимальний закон перебудови параметрів динамічного фільтра, тобто отримання оптимальної функції $\varphi_t(\omega)$, визначається рішенням задачі оптимізації, яка формулюється так: в заданому класі функцій $\varphi_t(\omega)$ знайти таку, яка забезпечувала б при заданому часі вимірювання (аналізу) Т мінімум відносної дисперсії оцінки СЩП $\delta\hat{G}$ за умови, що похибка апроксимації ухилення форми спектрального вікна від ідеальної (прямокутної) форми не перевищує заданого допустимого значення.

Клас допустимих функцій $\varphi_t(\omega)$ і, отже, допустимих комплексних частотних характеристик W(jω) визначається можливостями реалізації вузько-смугового динамічного фільтра. А так як складність реалізації вузько-смугового фільтра залежить, в основному, від його порядку, то, природно, порядком фільтра визначається і клас допустимих функцій $\varphi_t(\omega)$. При цьому оптимізація законів перебудови параметрів динамічного фільтра зводиться до

стандартної варіаційної задачі, яка може бути вирішена відомими методами [12].

Висновки. Таким чином, розроблений метод синтезу характеристик динамічного вузько-смугового фільтру для спектрального аналізу випадкових сигналів, які характеризують дефекти (несправності) двигунів засобів водного транспорту для контролю їх технічного стану.

Запропоновано метод оптимізації ФСВ (спектральної або частотної характеристики) вузько-смугового фільтра для спектрального аналізу випадкових сигналів за середньоквадратичним критерієм, тобто мінімуму середньоквадратичної похибки апроксимації ідеальної (прямокутної) ФСВ фільтра реальної ФСВ. Отримано вихідне співвідношення для імпульсної перехідної характеристики фільтра при методі множення вимірювання оцінки СЩП. Показано, що для методу безпосередньої фільтрації вимірювання оцінки СЩП оптимальна імпульсна характеристика не може бути отримана.

Розроблено метод оптимізації функції спектрального вікна вузько-смугових фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів по мінімуму впливу бічних пелюсток ФСВ на похибка вимірювання оцінки СЩП. Отримано співвідношення для оптимальної імпульсної перехідної характеристики фільтра.

В результаті постановки і розв’язання зазначених задач оптимізації отримані аналітичні співвідношення для ФСВ вузько-смугового фільтра, які дозволяють при заданих значеннях часу аналізу та відносної дисперсії оцінки СЩП оптимально (за відповідним критерієм) апроксимувати ідеальне спектральне вікно фільтра для спектрального аналізу випадкових сигналів, які характеризують дефекти (несправності) двигунів засобів водного транспорту.

Отримані вихідні співвідношення для оптимального синтезу законів перебудови характеристик динамічних смугових фільтрів для методу множення та методу безпосередньої фільтрації вимірювання оцінок СЩП. Ці співвідношення пов'язують статистичні характеристики оцінок СЩП

(математичне очікування й дисперсію) зазначеними методами з характеристиками динамічного фільтра (ФСВ, комплексної частотної характеристикою тощо) і вимірюваної СЩП. Отримано умову еквівалентності по точності методу множення та методу безпосередньої фільтрації.

Список літератури

1. Войтенко С.С., Герасимов С.В., Куценко В.В. Напрями удосконалення системи контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. Х.: ХНУПС. 2016. Вип. 3 (24). С. 127–131.

2. Особливості системного підходу до вирішення наукових завдань експлуатації суднового обладнання: підручник / В.І. Богомʼя, А.В. Горбань, М.А. Павленко, О.І. Тимочко, О.М. Тимощук; за заг. ред. О. М. Тимощук. Київ, 2018. 305 с.

3. Каретников В.В., Пащенко И.В., Соколов А.И., Кузнецов И.Г. К вопросу построения автоматизированной системы мониторинга параметров высокоточного навигационного поля. *Морская радиоэлектроника*. 2015. № 2 (52). С. 24–27.

4. Coelli T., Prasada Rao D.S., Battese G.E. An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998. p. 275.

5. Diesel Directory. Marine Propulsion Perspective in association with MER. 2013. № 1. P. 10–23.

6. Ramakrishnan C.R., Sekar R. Model-Dased Analysis of Configuration Vulnerabilities. URL: http://seclab.cs.sunisb.edu/sec lab1/pubs/papers/widsoo.pdf

7. Дослідження фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів двигунів засобів водного транспорту / Штрибець В.В. та ін. *Новітні технології.* 2019. Вип.2(9). С.25–31.

8. Sheyner O., Wing J., Lippman R., Haines J. Automated Generation and Analysis of Attak Graphs. In 2002 IEEE Symposium on Security and Privacy. Oaklend, California, 2002. URL: http://csse.usc.edu. (дата звернення: 03.09.2021)

9. Штрибець В.В., Трофіменко А.О., Шевченко А.П. Розроблення фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту. *Slovak international scientific journal.* Vol.1. No.34, 2019. P.30–38.

10. Thomson W.T.: «A Review of On-Line Condition Monitoring Techniques for Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motors – Past, Present and Future». Keynote address at IEEE Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, Gijon, Spain, Sept. 1999, p.p. 3–18.

11. Основи технічної експлуатації автоматизованої системи управління судном: підручник / В.І. Богомʼя, О.П. Єлєазаров, М. А. Павленко, О. І. Тимочко, О.М. Тимощук за заг. ред О.М. Тимощук. Київ, 2018. 305 с.

12. Василенко В.М., Вечурко О.М., Штрибець В.В. Модель оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів морських навігаційних приладів. *Наукоємні технології*. 2018. №4 (40). С. 487–491.

РОЗДІЛ 4

ДОСЛІДЖЕННЯ ФІЛЬТРІВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ ПРИ КОНТРОЛІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ

УДК 623.463.5.001.57(06) https://doi.org/10.33298/mataparat.10

Чебан В.І. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

СИНТЕЗ ФІЛЬТРУ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ ПРИ КОНТРОЛІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ

Постановка проблеми. В апаратурі спектрального аналізу, особливо в системах діагностування технічних об'єктів, таких як двигуни засобів водного транспорту, використовують вузько-смугові фільтри малих порядків, що спрощує їх синтез і технічну реалізацію апаратури. Як показано в попередніх розділах, отримання однакових характеристик точності спектрального аналізу може бути забезпечено динамічними фільтрами менших порядків, ніж класичних, стаціонарних (які не перебудовуються), фільтрів.

Для перевірки отриманих результатів, у статті наведено теорія синтезу динамічних фільтрів другого порядку для спектрального аналізу випадкових сигналів кореляційно-фільтровим методом, і результати обчислювального експерименту (моделювання за допомогою ЕОМ).

Для підвищення точності параметрів випадкових сигналів, які характеризують дефекти (несправності) двигуна при спектральному аналізі, необхідні вузько-смугові фільтри.

Мета статті – синтез фільтру для спектрального аналізу випадкових сигналів при контролі технічного стану двигунів.

Для отримання вузько-смугового фільтра з центральною частотою $\tilde{\omega}_0$ і пропускною здатністю (смугою пропускання випадкових сигналів) $\Delta\omega$ необхідно змінювати центральну частоту (частоту настройки) динамічного фільтра $\tilde{\omega}(t)$ за законом

$$\tilde{\omega}(t) = \tilde{\omega}_0 + \frac{\Delta\omega}{2} x(t), \qquad (1)$$

де $\frac{\Delta\omega}{2}$ – половина смуги пропускання динамічного фільтра;

x(t) – функція, яка визначає закон зміни в часі частоти настройки динамічного фільтра $\tilde{\omega}(t)$ залежно від $\Delta\omega$ задовольняє граничним умовам [1–3]:

$$x(0) = -1; \quad x(T) = +1.$$

Введемо змінні $\alpha(t)$ – функцію перебудови коефіцієнта загасання α динамічного фільтра в часі; A(t), B(t) – функції зміни в часі параметрів A і B фільтра, що визначають його коефіцієнт передачі [4].

Позначимо $\beta = \frac{2\alpha}{\Delta\omega}$, після переходу від змінної t до змінної x, запишемо:

$$\frac{1}{T} dt = \frac{dt}{T dx} dx = \frac{dx}{\rho(x)}, \qquad (2)$$

де $\rho(x) = T \frac{dx}{dt}$. (3)

Введемо функцію

$$c(x) = \frac{2TB_1}{\Delta\omega \rho(x)}, \qquad (4)$$

так що

$$B_1 dt = c(x) \frac{\Delta\omega}{2} dx, \qquad (5)$$

Позначення

$$\Omega = \frac{2(\omega - \tilde{\omega}_0)}{\Delta\omega}. \qquad (6)$$

З урахуванням виразів (1) – (6) отримуємо

$$\Phi_{1+}(\Omega) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} \frac{\beta(x)c(x)}{(\Omega - x)^2 + \beta^2(x)}\,dx. \qquad (7)$$

Знайдемо відносну дисперсію фільтру δG_1. Для цього, використовуючи рівність (2), обчислимо [5]

$$\int_0^T B_1\,dt = \frac{\Delta\omega}{2}\int_{-1}^{1} c(x)\,dx; \qquad (8)$$

$$\int_0^T \frac{B_1^2\,dt}{\alpha(t)} = \frac{\Delta\omega}{2T}\int_{-1}^{1} \frac{c^2(x)\rho(x)}{\beta(x)}\,dx. \qquad (9)$$

Маємо

$$\delta\hat{G}_1 = \frac{2}{T\Delta\omega}\frac{\int_{-1}^{1} \frac{c^2(x)\rho(x)}{\beta(x)}\,dx}{\left[\int_{-1}^{1} c(x)\,dx\right]^2}. \qquad (10)$$

Формули (7), (10) є вихідними для оптимізації законів перебудови характеристик динамічного фільтра, необхідного при апаратурній реалізації методу множення вимірювання оцінки СЩП випадкових сигналів, які характеризують дефекти (несправності) двигунів засобів водного транспорту.

Оптимізація в загальному випадку полягає у відповідному виборі функцій $\alpha(t)$, $\tilde{\omega}(t)$ і $\tilde{\beta}(t)$ [5,6].

Як приклад прикладного використання співвідношень (7), (10) вирішимо наступну задачу оптимізації законів перебудови параметрів динамічного вузько-смугового фільтра для контролю технічного стану електродвигуна засобу водного транспорту, який має несправність у вигляді тертя ротора та статора [7].

Припустимо, що коефіцієнт передачі фільтра підтримується постійним, а його центральна частота змінюється за лінійним законом, тобто здійснюється лінійне сканування центральної частоти фільтра.

При цьому [7, 8]

$$x(t) = 2\frac{t}{T} - 1, \qquad 0 \le t \le T,$$

і з рівності (3), (4) знаходимо

$$\rho(x) = 2; \qquad c(x) = \frac{TB_1}{\Delta\omega} = \text{const}.$$

Для цього випадку формули (7), (10) приймають відповідно вигляд [8]:

$$\Phi_{1+}(\Omega) = \frac{k_\Phi}{2\pi}\int_{-1}^{1}\frac{\beta(x)}{(\Omega - x)^2 + \beta^2(x)}dx; \tag{11}$$

$$\delta\hat{G}_1 = k_{\delta G}\int_{-1}^{1}\frac{dx}{\beta(x)}, \tag{12}$$

де $$k_\Phi = \frac{\pi T}{\Delta\omega}B_1 \ ; \tag{13}$$

$$k_{\delta G} = \frac{1}{T\Delta\omega}. \qquad (14)$$

За показник оптимізації приймемо площу під кривою ФСВ $\Phi_{1+}(\Omega)$ у смузі аналізу [117].

При цьому завдання оптимізації формулюється так: необхідно визначити закон зміни безрозмірного коефіцієнта загасання $\beta(x)$ динамічного фільтра, що забезпечує при заданому значенні відносної дисперсії оцінки СЩП $\delta\hat{G}_1$ максимум площі під кривою ФСВ $\Phi_{1+}(\Omega)$ в смузі аналізу [9].

Повна площа, яка знаходиться під кривою ФСВ $\Phi_{1+}(\Omega)$ визначається рівністю

$$S_n = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{1+}(\Omega) d\Omega \ . \qquad (15)$$

Підставляючи рівність (11) в формулу (15), маємо [10]

$$S_n = \frac{k_\Phi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-1}^{1} \frac{\beta(x)}{(\Omega - x)^2 + \beta^2(x)} dx\, d\Omega = \frac{k_\Phi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-1}^{1} \frac{\beta(x)}{(\Omega - x)^2 + \beta^2(x)} d\Omega.$$

Після обчислень отримаємо

$$S_n = \frac{k_\Phi}{2\pi} \int_{-1}^{1} \left[\operatorname{arctg} \frac{\Omega - x}{\beta(x)} + \operatorname{arctg} \frac{\Omega + x}{\beta(x)} \right]_{-\infty}^{\infty} dx = \frac{k_\Phi}{2} \int_{-1}^{1} dx = k_\Phi . \qquad (16)$$

Введемо площу, обмежену функцією $\Phi_{1+}(\Omega)$, в робочій смузі частот $-\gamma \le \Omega \le \gamma$:

$$S_p = \int_{-\gamma}^{\gamma} \Phi_{1+}(\Omega) d\Omega.$$

Аналогічно до попереднього, з урахуванням рівності (11) і (16), маємо

$$S_p = \frac{S_n}{2\pi} \int_{-\gamma}^{\gamma} \int_{-1}^{1} \frac{\beta(x)}{(\Omega - x^2) + \beta^2(x)} dx\, d\Omega,$$

або після обчислень

$$S_p = \frac{S_n}{2\pi} \int_{-1}^{1} \left[\operatorname{arctg} \frac{\gamma - x}{\beta(x)} + \operatorname{arctg} \frac{\gamma + x}{\beta(x)} \right] dx \ . \qquad (17)$$

Відзначимо, що значення величини γ дещо більше одиниці за рахунок деякого розширення смуги пропускання Φ(ω) від номінальної, вона буде визначена нижче.

Для вирішення завдання оптимізації скористаємося варіаційним методом (методом невизначених множників Лагранжа) мінімізації функціоналу [11]:

$$\psi = -S_p + \lambda \int_{-1}^{1} \frac{dx}{\beta(x)}.$$

Обчислюючи часткову похідну $\frac{\partial \psi}{\partial \beta}$ з урахуванням рівності (17), отримаємо

$$\frac{\partial \psi}{\partial \beta} = \frac{S_n}{\pi} \cdot \frac{\gamma \beta^2 \left(\beta^2 + u\right) - \mu \left[4\gamma^2 \beta^2 + \left(\beta^2 - u\right)^2 \right]}{\beta^2 \left[4\gamma^2 \beta^2 + \left(\beta^2 - u\right) \right]^2}, \qquad (18)$$

де

$$\mu = \frac{\pi\lambda}{S_n}, \tag{19}$$

$$u = \gamma^2 - x^2. \tag{20}$$

Оптимальну функцію $\beta(u)$ знайдемо, прирівнюючи нулю чисельник у виразі (18):

$$\gamma^2\beta^2\left(\beta^2 + u\right) - \mu\ \left[4\gamma^2\beta^2 + \left(\beta^2 - u\right)^2\right] = 0. \tag{21}$$

При $0 < \mu < \gamma$ розв'язок $\beta^2(u)$ рівняння (21) має вигляд [11]:

$$\beta^2(u) = \frac{1}{2(\gamma - \mu)}\left[-\left(\gamma u - 4\mu\gamma^2 + 2\mu u\right) + \sqrt{\left(\gamma u - 4\mu\gamma^2 + 2\mu u\right)^2 + 4\mu(\gamma - \mu)u^2}\right]. \tag{22}$$

Аналогічно з рівняння (21) знайдемо величину $u(\beta)$ як функцію від $\beta^2(u)$:

$$u(\beta) = \frac{1}{2\mu}\left\{(\gamma + 2\mu)\beta^2 \pm \sqrt{\left(\gamma + 2\mu\right)^2\beta^4 - \left[4\mu\gamma^2\beta^2 - \beta^4(\gamma - \mu)\right]}\right\}. \tag{23}$$

Точку мінімуму функції $\beta^2(u)$ визначимо з умови $\frac{d\beta^2(u)}{du} = 0$. Після диференціювання правій частині виразу (22) і перетворень отримаємо [12]

$$(\gamma + 2\mu)^2\beta^4 - 4\mu\left[4\mu\gamma^2\beta^2 - \beta^4(\gamma - \mu)\right] = 0.$$

Вирішуючи це рівняння щодо величин β^2 і u, отримаємо їх значення β_m і u_m, відповідні точці мінімуму функції $\beta^2(u)$:

$$\beta_m^2 = \frac{16\mu^2\gamma}{\gamma + 8\mu}. \tag{24}$$

$$u_m = \frac{8\mu\gamma(\gamma + 2\mu)}{\gamma + 8\mu}. \tag{25}$$

Виберемо величину γ таким чином, щоб значення (точка) u_m збігалася з кінцем інтервалу сканування по частоті, $u_m = \gamma^2 - 1$. Підставами це рівність в вираз (25)

$$\gamma^2 - 1 = \frac{8\mu\gamma(\gamma + 2\mu)}{\gamma + 8\mu},$$

звідки маємо рівняння для величини γ:

$$\gamma^3 - (1 + 16\mu^2)\gamma - 8\mu = 0. \tag{26}$$

Наближено вирішуючи рівняння (26), отримаємо:

$$\gamma^3 \approx 1 + 4\mu. \tag{27}$$

Рівність (27) справедливо як для $\mu >> 1$, так і для $\mu << 1$. З нього випливає, що зі збільшенням μ значення γ також монотонно зростає. Величина u, як випливає з співвідношення (20), змінюється від $(\gamma^2 - 1)\big|_{x=1}$ до $\gamma^2\big|_{x=0}$. Тому виходить, що при $\mu >> 1$ має місце рівність $u\big|_{x=1} \approx u\big|_{x=0}$, а, значить, $\beta^2\big|_{x=1} \approx \beta^2\big|_{x=0}$. При цьому [11, 12]

$$\beta^2 \approx \frac{16}{3}\mu^2.$$

Вираз (23), для спрощення подальших обчислень, перетворимо наступним чином. Введемо позначення:

$$\chi = \frac{\beta^2}{\beta_m^2 - 1}; \qquad \xi = \frac{u}{u_m} - 1,$$

звідки

$$\beta^2 = \beta_m^2(1+\chi); \qquad u = u_m(1+\xi). \tag{28}$$

З урахуванням рівності (28) вираз (23) запишемо у вигляді [13]

$$u_m(1+\xi) = \frac{1}{2\mu}\left\{(\gamma+2\mu)\beta_m^2(1+\chi) + \sqrt{\beta_m^2(1+\chi)\left[\beta_m^2(1+\chi)\left(\gamma^2+8\mu\gamma\right) - 16\mu^2\gamma^2\right]}\right\}. \tag{29}$$

Вирішуючи рівняння (29) щодо ξ, знаходимо

$$\xi = \chi + k_\xi\sqrt{\chi(1+\chi)}, \tag{30}$$

де $$k_\xi = \frac{\sqrt{\gamma(\gamma+8\mu)}}{\gamma+2\mu} \quad . \tag{31}$$

При $\mu << 1$ із співвідношень (24), (25), (29), (30) і (31) отримаємо:

$$\left.\begin{array}{c} \gamma^2 - 1 \approx 8\mu; \qquad \beta_m \approx 4\mu; \quad u_m \approx 8\mu; \\ k_\xi = \sqrt{\dfrac{(1+4\mu)(1+12\mu)}{1+6\mu}} \approx 1+2\mu; \\ \xi = \dfrac{1-x^2}{8\mu}; \quad \chi = \dfrac{\xi^2}{1+2\xi}. \end{array}\right\} \tag{32}$$

При x = 0 маємо

$$\xi_0 \approx \frac{1}{8\mu}; \qquad \chi \approx \frac{1}{16\mu}; \qquad \beta_0 \approx \mu .$$

Тоді формула (22) для оптимального закону перебудови коефіцієнта загасання β(x) динамічного фільтра набуває вигляду

$$\beta^2(x) = \mu \frac{\left(1 + 8\mu - x^2\right)^2}{1 + 4\mu - x^2}. \tag{33}$$

Вирази (32) і (33) справедливі при такому $\mu < 1$, щоб виконувалася нерівність $\mu >> \mu^2$, тобто за умови $\mu << \frac{1}{16}$. При цьому, як випливає з рівності (24), $\beta_0 << \frac{1}{4}$.

Знайдемо зв'язок між початковим значенням коефіцієнта загасання $\beta_0(x = 0)$ і кінцевим його значенням $\beta_m(x = \pm 1)$. Для цього виразимо величини γ і k_ξ через β_m. Зі співвідношення (24) знаходимо [14]

$$\gamma = \frac{8\mu\beta_m^2}{16\mu^2 - \beta_m^2}. \tag{34}$$

Підставами рівність (34) в рівняння (26), після перетворень, за умов $\gamma>0$, $\mu>0$, $16\mu^2-\beta_m^2>0$, отримаємо

$$\mu = \frac{1}{4}\beta_m \left(1 + \frac{2\beta_m}{\sqrt{1+\beta_m^2}}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{35}$$

При цьому вираз (34) набирає вигляду [15]

$$\gamma = \sqrt{1+\beta_m^2}\cdot\left(1+\frac{2\beta_m}{\sqrt{1+\beta_m^2}}\right)^{\frac{1}{2}} . \qquad (36)$$

Підставляючи співвідношення (35) і (36) в формулу (32), після перетворень знаходимо коефіцієнт

$$k_\xi = \frac{\left(1+\frac{2\beta_m}{\sqrt{1+\beta_m^2}}\right)^{\frac{1}{2}}}{1+\frac{\beta_m}{2\sqrt{1+\beta_m^2}}} . \qquad (37)$$

Рівняння (30) перетворимо до наступного вигляду

$$\left(k_\xi - 1\right)^2\chi^2 + \left(k_\xi^2 + 2\xi\right)\chi - \xi^2 = 0 .$$

Вирішуючи це рівняння щодо χ, отримаємо

$$\chi = \frac{\xi^2}{k_\xi\sqrt{\xi^2+\xi+\frac{k_\xi^2}{4}}+\xi+\frac{k_\xi^2}{2}} . \qquad (38)$$

Вираз (38) є функцією $\chi = f(\xi)$.Запишемо його для умови x = 0, для якого із відповідних рівностей (28) і (32) маємо [15]

$$\xi = \frac{1}{\gamma^2-1}; \qquad (39)$$

$$\chi_0 = \frac{\beta_0^2}{\beta_m^2} - 1. \qquad (40)$$

Підставляючи співвідношення (39) в формулу (38), отримаємо

$$\chi_0 = \frac{1}{\left(\gamma^2 - 1\right) \cdot \left[k_\xi \sqrt{\gamma^2 + \frac{k_\xi^2}{2}\left(\gamma^2 - 1\right)^2 + 1} + \frac{k_\xi^2}{2}\left(\gamma^2 - 1\right) \right]}. \qquad (41)$$

В результаті перетворення виразу (41), з урахуванням співвідношень (56) і (57), отримаємо

$$\chi_0 = \frac{1}{2\beta_m \left[\left(2 + 3\beta_m^2\right)\sqrt{1 + \beta_m^2} + 3\beta_m^2 + \frac{7}{2}\beta_m \right]}, \qquad (42)$$

а з виразу (40) запишемо

$$\beta_0 = \beta_m \sqrt{1 + \chi_0}\ . \qquad (43)$$

Рівняння (43), з урахуванням виразу (42), визначає шукану залежність для коефіцієнта загасання динамічного фільтра $\beta_0 = f(\beta_m)$.

При β_m<0,2 для розрахунку параметрів оптимального закону перебудови динамічного фільтра можна користуватися наближеною формулою, яку отримують з виразу (43) з урахуванням рівності (42):

$$\beta_0 \approx \frac{\sqrt{\beta_m}}{2}\left(1 + \frac{9}{8}\beta_m\right). \qquad (44)$$

Таким чином, в результаті рішення задачі оптимізації визначено оптимальний закон зміни перебудови коефіцієнта загасання β(x) динамічного вузько-смугового фільтра в часі, який відповідно до виразу (33) описується формулою [15]

$$\beta(x) = \sqrt{\mu \frac{\left(1 + 8\mu - x^2\right)^2}{1 + 4\mu - x^2}} = \left(1 + 8\mu - x^2\right)\sqrt{\frac{\mu}{1 + 4\mu - x^2}}\,. \qquad (45)$$

Він забезпечує при постійному коефіцієнті передачі та лінійному скануванні центральної частоти фільтра максимальну точність апроксимації ідеального вікна та задану відносну дисперсію оцінки СЩП при методі множення спектрального аналізу випадкових сигналів [15, 16].

Графік залежності $\beta_0 = f_2(\beta_m) = \beta_m\sqrt{1+\chi_0}$, відповідно до (43), наведено на рис.1.

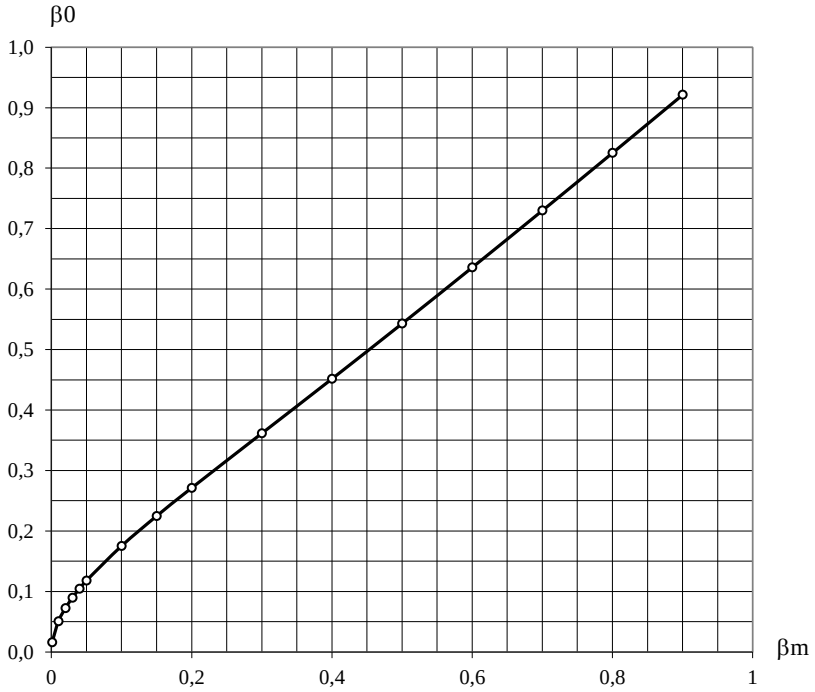


Рисунок 2 – Графіки залежності $\beta_0 = f_2(\beta_m)$ для динамічного фільтра

З цього графіка видно, що істотна відмінність між початковим і кінцевим значеннями коефіцієнта загасання динамічного фільтра для методу множення спектрального аналізу має місце при βm< 0,5.

На рис. 2 наведені графіки залежності функції $\beta_0 = f_3(\beta_m)$, побудовані по точній формулі (43) – крива 1 і за наближеною формулою (44) – крива 2. крива 1 – по точній формулі (63); крива 2 – по наближеній формулі (64)

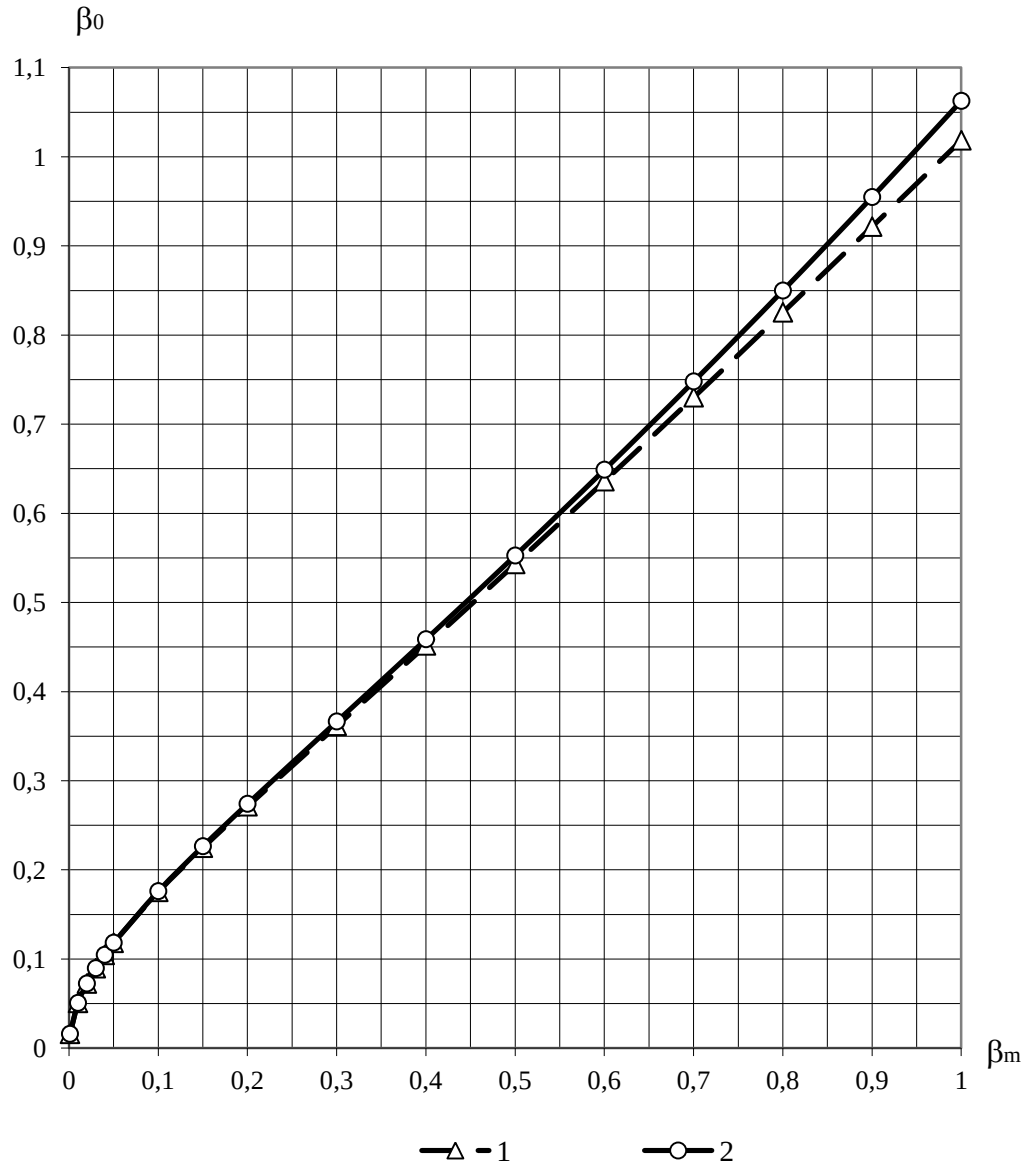


Рисунок 2 – Графіки залежності функції $\beta_0 = f_3(\beta_m)$

Вони підтверджують, що при $\beta_m<0,2$, і навіть при $\beta_m<0,3$, можна користуватися наближеною формулою (44), а при інших значеннях β_m – більш точною формулою (43), але можливе використання й наближеної формули залежно від допустимої похибки обчислення β_0.

Так, при $\beta m= 0,2$ відносна систематична похибка обчислення $\beta 0$ становить $\delta\beta 0 = – 1,01\%$, а при зміні βm від $\beta m = 0,3$ до $\beta m = 0,9$ вона змінюється від $\delta\beta 0 = – 1,34\%$ до $\delta\beta 0 = – 3,6\%$ (рис. 3). У разі необхідності підвищення точності вона може бути врахована.

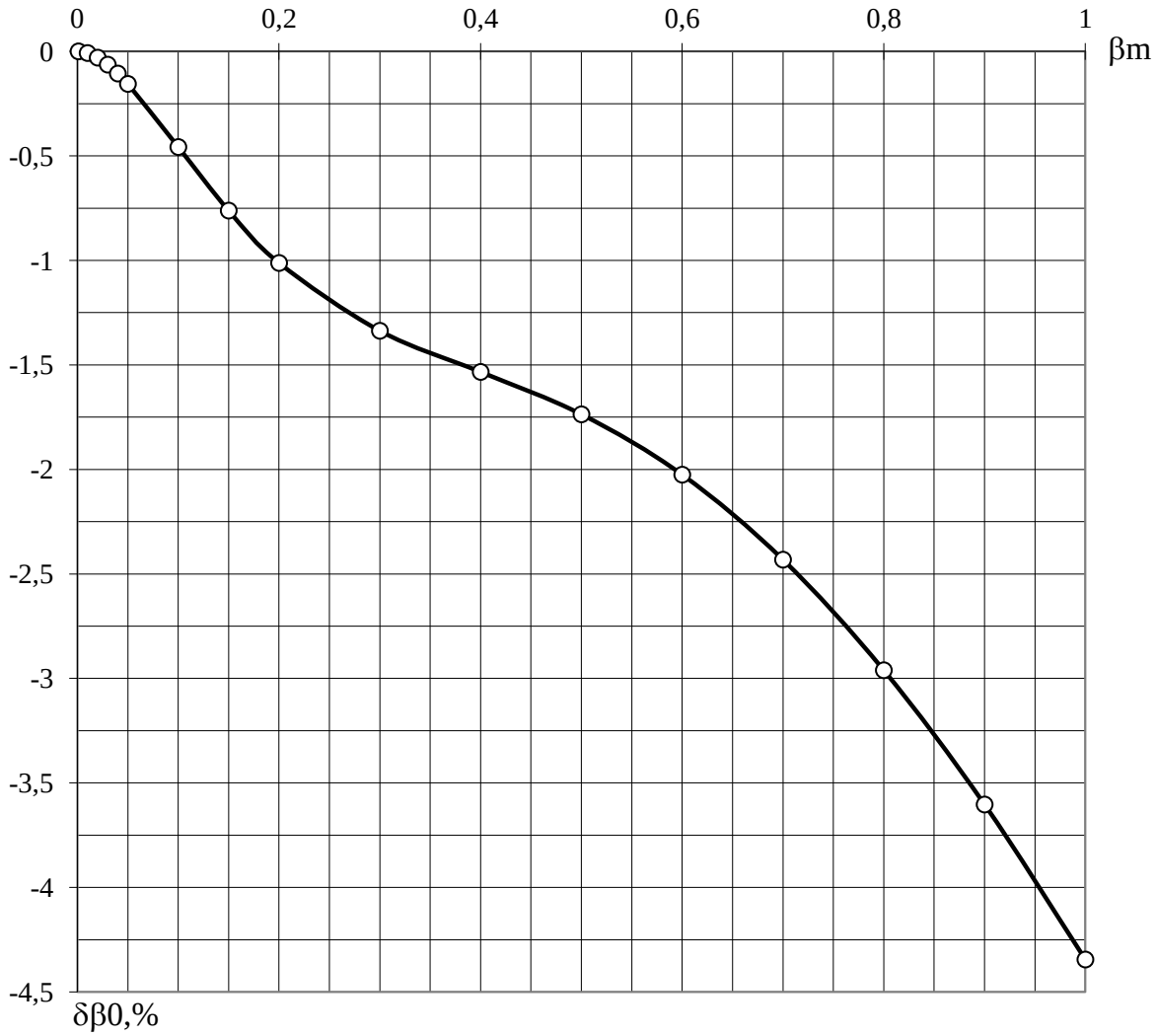


Рисунок 3 – Графіки залежності $\delta\beta_0 = f(\beta_m)$ відносної систематичної похибки обчислення β_0 за точною формулою (43) і за наближеною формулою (44)

На рис. 4 наведено приклади графіки залежності $\beta = f_1(x)$, при $\beta_m = 0{,}02$, для оптимального закону перебудови (крива 1) і для лінійного закону перебудови (крива 2). Графік залежності $I' = f'_4(\beta_0)$ наведено на рис.5 (крива 2).

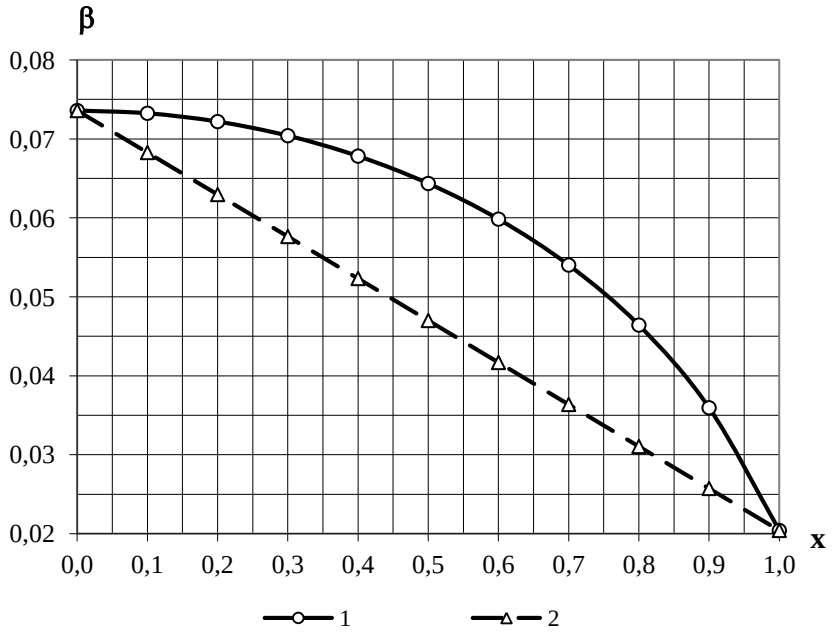


Рисунок 4 – Графіки залежності $\beta = f_1(x)$: крива 1 – для оптимального закону перебудови $\beta(x)$ за формулою (45); крива 2 – для лінійного закону перебудови $\beta(x)$ згідно (47)

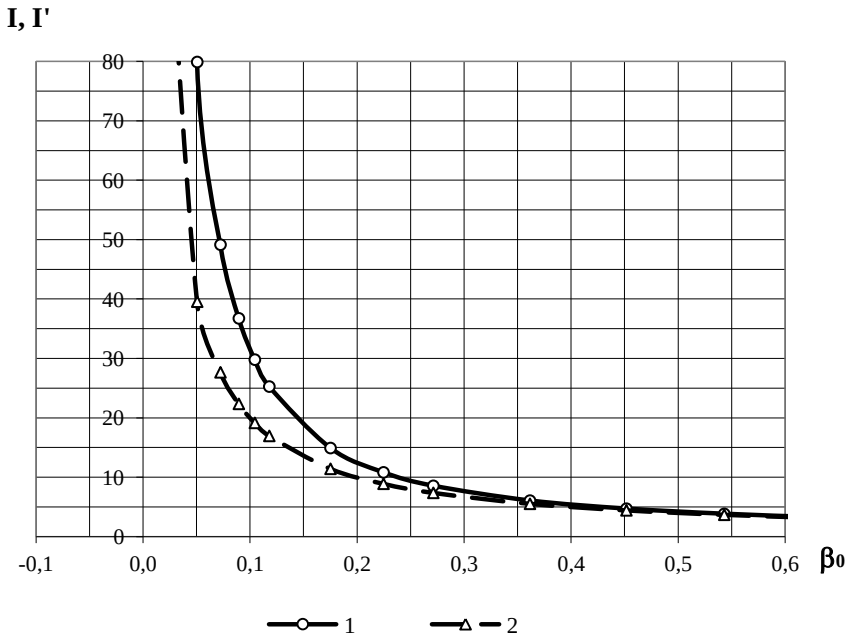


Рисунок 5 – Графіки залежності $I = f_4(\beta_0)$ – крива 1 і $I' = f'_4(\beta_0)$ – крива 2.

За графіками, наведеними на рис.5 і 6, можна також побудувати залежність відносної дисперсії оцінки СЩП від похибки апроксимації для методу множення спектрального аналізу з використанням динамічного вузькосмугового фільтра. Графік цієї залежності $\delta\hat{G}_a = f_6(I)$, наведено на рис. 7 (крива 1). Крива 1 – для відносної похибки $\delta\hat{G}_a = f_5(\beta_0)$, відповідної лінійному закону перебудови центральної частоти фільтру та лінійним законом зміни коефіцієнта загасання динамічного фільтра; крива 2 – для відносної похибки $\delta\hat{G}'_a = f'_5(\beta_0)$, відповідної лінійному закону перебудови центральної частоти фільтру при постійному коефіцієнті затухання динамічного фільтра.

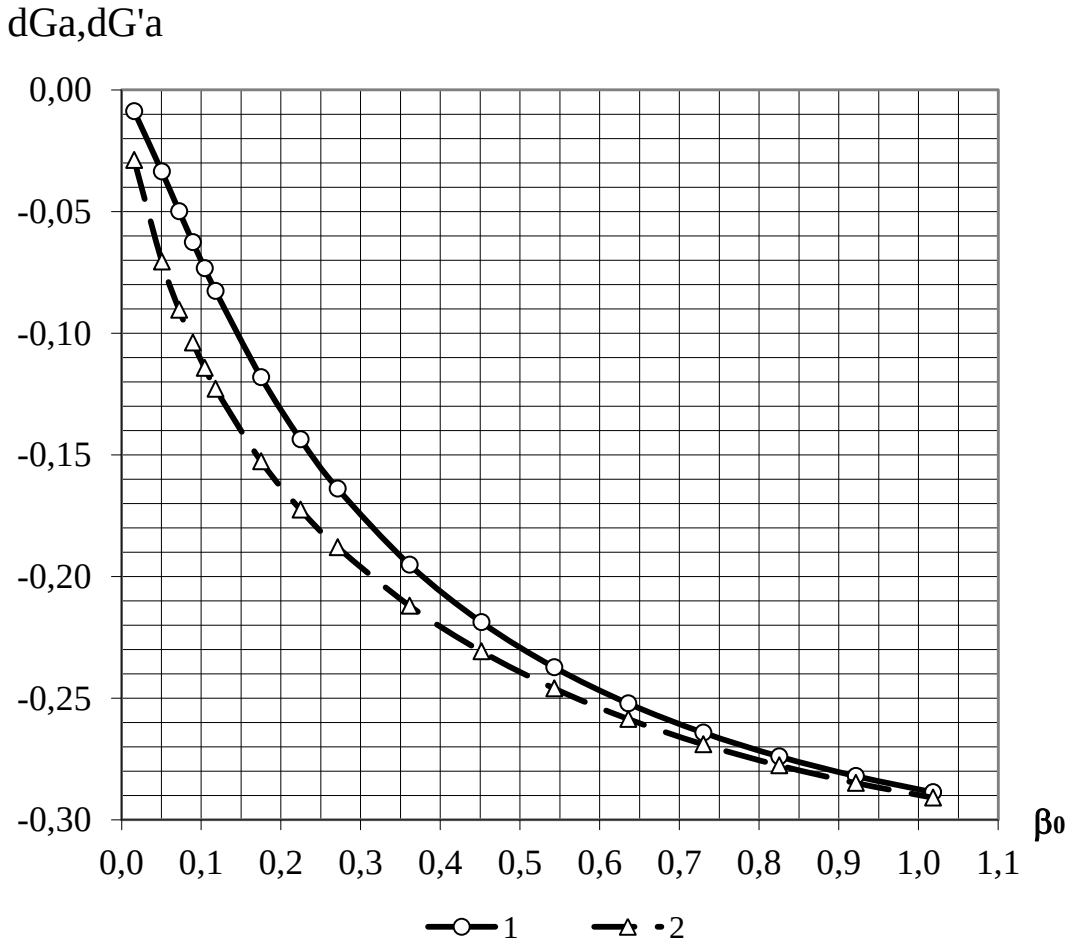
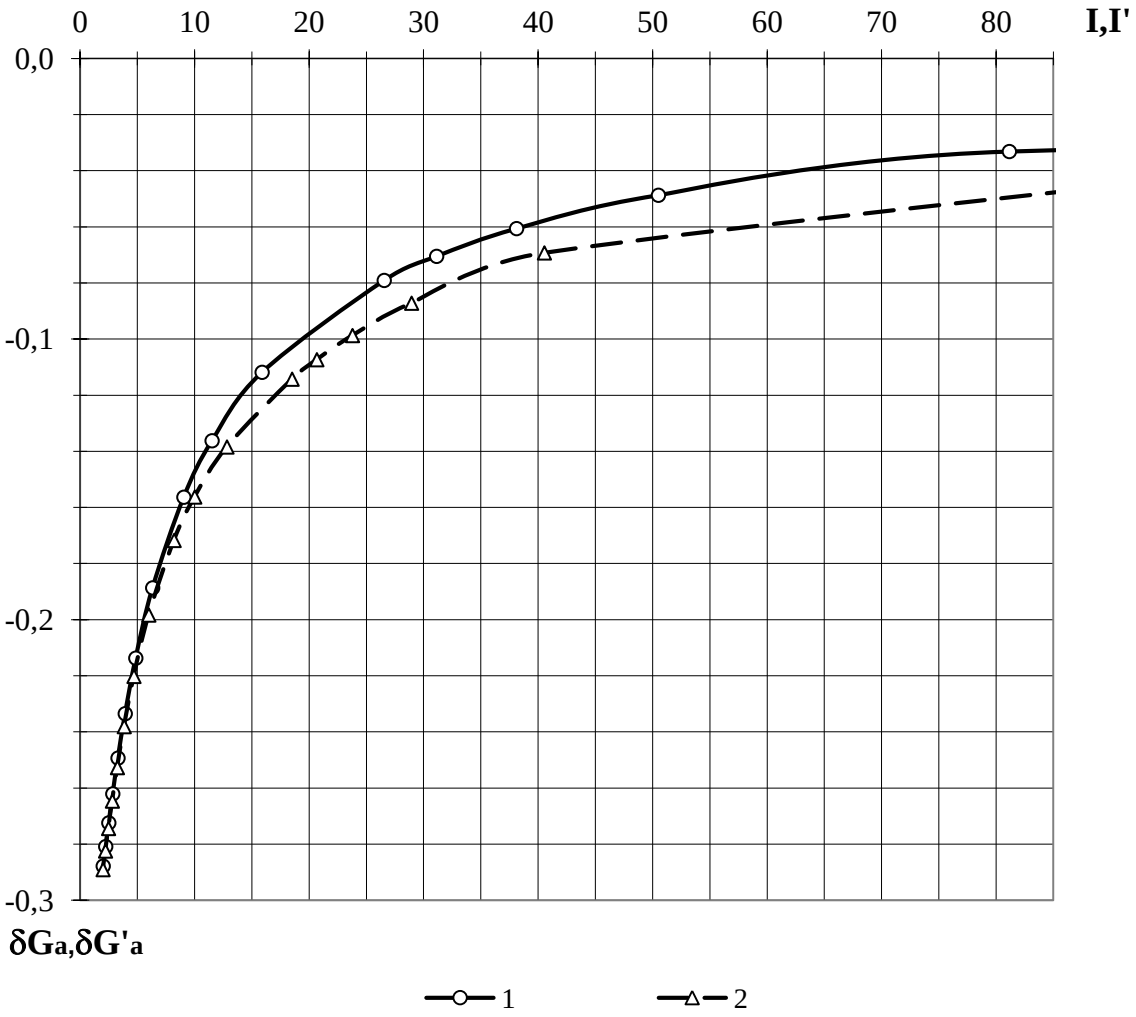


Рисунок 6 – Графіки залежностей похибки апроксимації $\delta\hat{G}_a$, $\delta\hat{G}'_a$ ідеального спектрального вікна від коефіцієнта загасання β_0



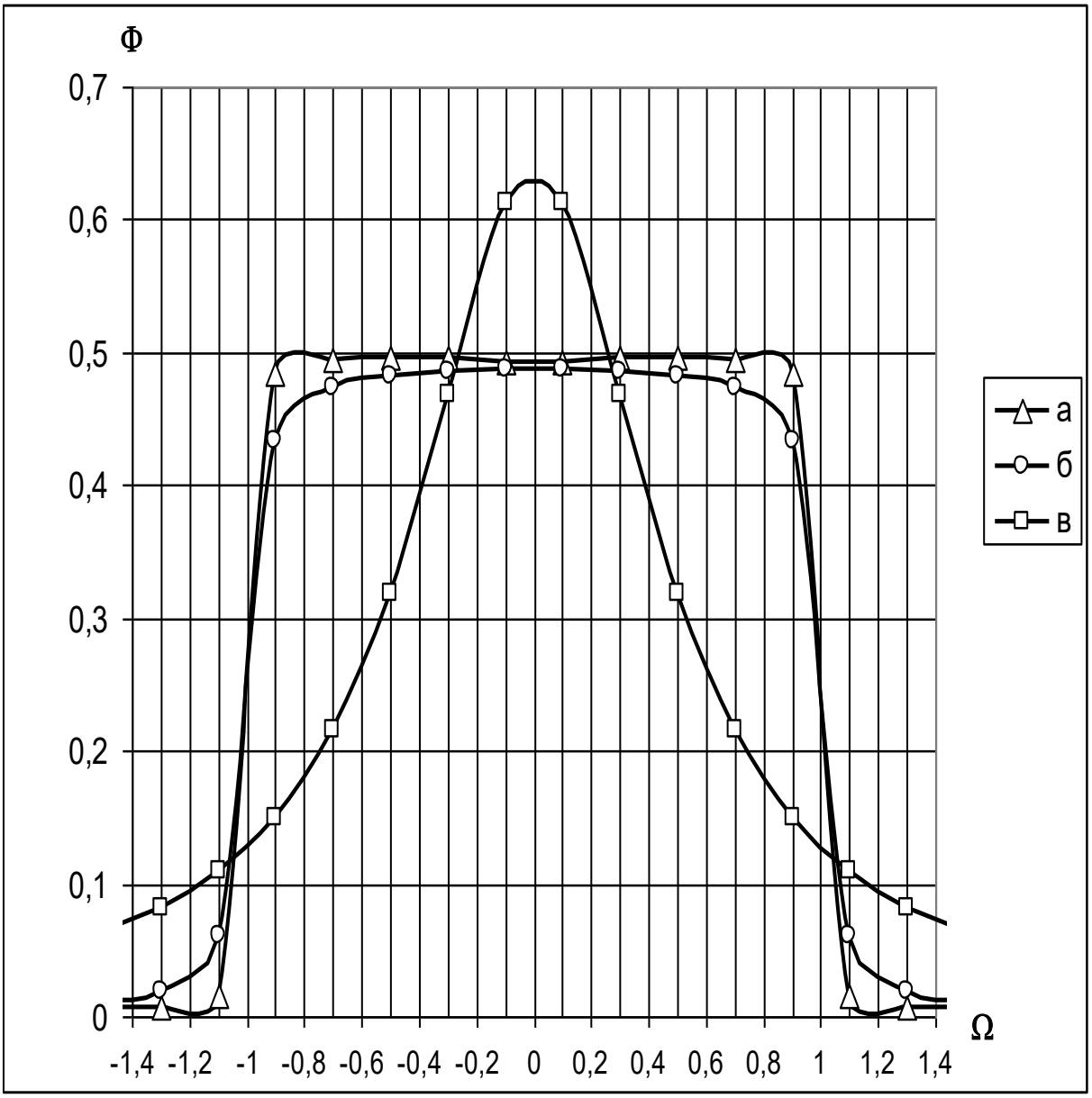
$\delta\hat{G}_a = f_6(I)$ – крива 1 і $\delta\hat{G}'_a = f'_6(I')$ – крива 2

Рисунок 7 – Графіки залежностей функцій

Отже, синтезований динамічний фільтр для спектрального аналізу випадкових сигналів при контролі технічного стану двигунів засобів водного транспорту, згідно співвідношення (11) з розрахованими характеристиками, має ФСВ, яка прагне до «ідеального» (рис. 8) [17]. На рис. 8 залежності відображають наступні ФСВ:

- крива а – «ідеальний» фільтр;
- крива б – синтезований фільтр за допомогою запропонованого методу множення;

– крива в – відомий фільтр, синтезований за допомогою методу безпосередньої фільтрації.



а) «ідеальний» фільтр; б) синтезований фільтр; в) відомий фільтр

Рисунок 8 – Функції спектрального вікна фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів

Висновки. Аналіз залежностей на рис.8 показують переваги синтезованого фільтру для спектрального аналізу. За рахунок наближення форми ФСВ синтезованого фільтру до «ідеальної» такий фільтр дозволить точно виділяти необхідні частоти спектру випадкового сигналу, який характеризує дефекти (несправності) двигунів засобів водного транспорту. Отже, такий фільтр при більш точному виділенні складових спектру випадкових сигналів дозволить підвищити достовірність контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

Список літератури

1. Барзилович Е.Ю. Модели технического обслуживания сложных систем. М.: Высшая школа, 1982. 231 с.

2. Узагальнений показник ефективності контролю технічного стану радіотехнічних засобів і методика його оцінювання / Богом'я В.І., Шапран Ю.Є., Кас'яненко М.В., Якобінчук О.В. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. 2017. № 3 (30). С. 5–8.

3. Большаков В.Ф., Фомин Ю.Я., Павленко В.И. Эксплуатация судовых среднеоборотных дизелей. М.: Транспорт, 1983. 160 с.

4. Буравлев А.И., Доценко Б.И., Казаков И.Е. Управление техническим состоянием динамических систем / под общ. ред. И.Е. Казакова. М.: Машиностроение, 1995. 240 с.

5. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1978. 400 с.

6. Василенко В.М., Вечурко О.М., Штрибець В.В. Модель оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів морських навігаційних приладів. *Наукоємні технології*. 2018. №4 (40). С. 487–491.

7. Управление и оптимизация производственно-технологическими процессами / Н.М. Вихров, Д.В. Гаскаров, А.А. Грищенков, А.А. Шнуренко; под ред. Гаскарова Д.В. С-Пб.: Изд. Энергоатомиздат, 1995. 301 с.

8. Герасимов С.В., Штрибец В.В. Оптимизация законов перестройки динамического фильтра для аппаратурного спектрального анализа технического состояния судовых двигательных установок. *XIV International scientific-technical conference on «Water transport problems»* (Bakı, 2–3 May 2019). Bakı 2019. С. 16.

9. Elmi Əsərləri. Proceedings Of Azerbaijan State Marine Academy. BAKI-2019. № 2. P. 102–106.

10. Герасимов С.В., Штрибец В.В. Оптимизация законов перестройки динамического фильтра для аппаратурного спектрального анализа технического состояния судовых двигательных установок. *XIV International scientific-technical conference on «Water transport problems»* (Bakı, 2–3 May 2019). Bakı, 2019. С. 16.

11. Герасимов С.В., Штрибець В.В. Розробка методу діагностичного контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту для зменшення витрат на перевезення вантажів. *Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційна безпека та інформаційні технології»*, (Харків, 24–25 квітня 2019 р.) Х.: ХНЕУ імені Семена Кузнеця, 2019. С. 3.

12. Дакі О.А., Трофіменко А.О., Штрибець В.В. Аналіз методів формування вимірювальних сигналів для контролю систем навігації. *Наукоємні технології*. 2019. № 1(41). С. 88–94. DOI: 10.18372/2310-5461.41.13534.

13. Данилов А.А. Метрологическое обеспечение измерительных систем / А.А. Данилов. Пенза: Профессионал, 2008. 63 с.

14. Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики. М.: Астрель, 2001. 655 с.

15. Новицкий П.В., Зограф И.В. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 245 с.

16. Чинков В.Н., Тищенко В.А. Основные направления совершенствования фильтровых методов спектрального анализа. *Системи обробки інформації*. 1999. Вип. 2 (6). С. 44–47.

17. Чинков В.Н., Тищенко В.А. Основы теории оптимизации полосовых фильтров для спектрального анализа случайных сигналов. *Вестник ХГПУ.* 1998. Вып. 21. С. 129–133.

18. Шильман С.В. Адаптивные фильтры Кальмана. Докл. РАН. 1994. Т. 338. № 6. С. 724–744.

УДК 623.463.5.001.57(06) https://doi.org/10.33298/mataparat.11

Федунов В.М. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

ДОСЛІДЖЕННЯ СИНТЕЗОВАНОГО ФІЛЬТРУ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ ПРИ КОНТРОЛІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДВИГУНІВ

Мета статті – дослідження синтезованого фільтру для спектрального аналізу випадкових сигналів при контролі технічного стану двигунів.

Постановка проблеми. Розглянемо діагностику дефектів (несправностей) електродвигуна засобу водного транспорту при терті ротора о статор.

На рис.1 наведено вібраційний сигнал (рис. 1, а) і його спектр (рис. 1, б) при терті ротора о статор електродвигуна [1].

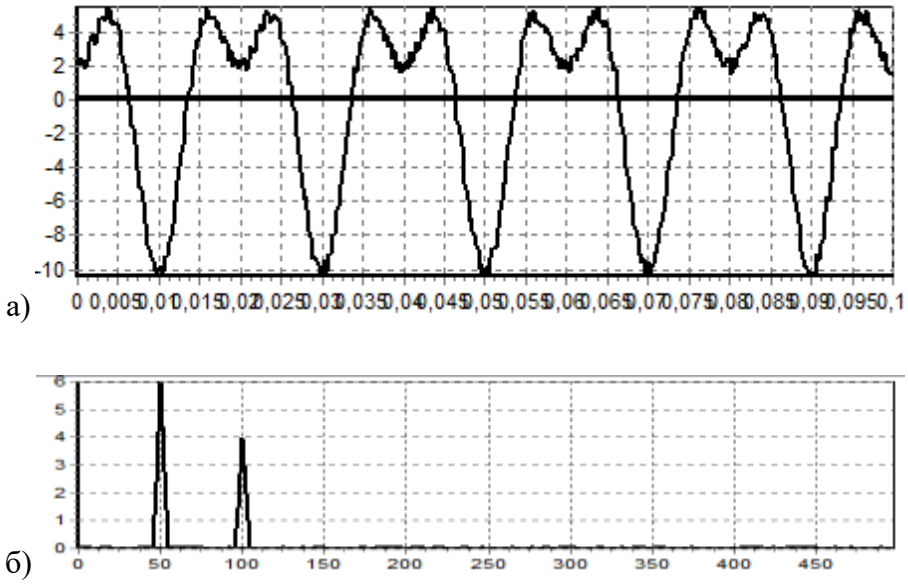


Рисунок 1 – Вібраційний сигнал а) і його спектр б) при терті ротора о статор електродвигуна

Аналіз форми вібраційного сигналу (рис. 4.10, а), то видно фазову зону, при позитивних значеннях вібраційного сигналу, в якій відбувається тертя ротора. Ця зона показує «дзеркальний відскік ротора», Верхня частина вібраційного сигналу в цій зоні не зростає, а зменшується. Початок відскоку характеризується деяким імпульсним високочастотним піком [2].

На графіку вібраційного сигналу (рис. 4.10, а) виділяється момент часу, коли відбувається зачіпання ротора о статор електродвигуна. При цьому верхня частина синусоїди деформована та представляє коливальний процес. Після виходу ротора із зони торкання форма часового сигналу «відновлюється» і процес коливання йде по синусоїді основної гармоніки вібрації. В даному прикладі зачіпання «вирізає» позитивний пік синусоїди [2].

Специфікою спектральної картини резонансних коливань при зачіпанні і затираннях є те, що зазвичай все несинхронні компоненти спектра зосереджуються поблизу синхронних. На загальному спектрі вібраційного сигналу це виражається не в загальному піднятті рівня спектра, а в «розширенні» підстави деяких синхронних гармонік, частоти яких близькі до частот власних резонансних елементів конструкції. Кількість таких «розширених» гармонік в спектрі зазвичай не перевищує двох, а найчастіше є одна. Такий спектр наведено на рис. 2 [3].

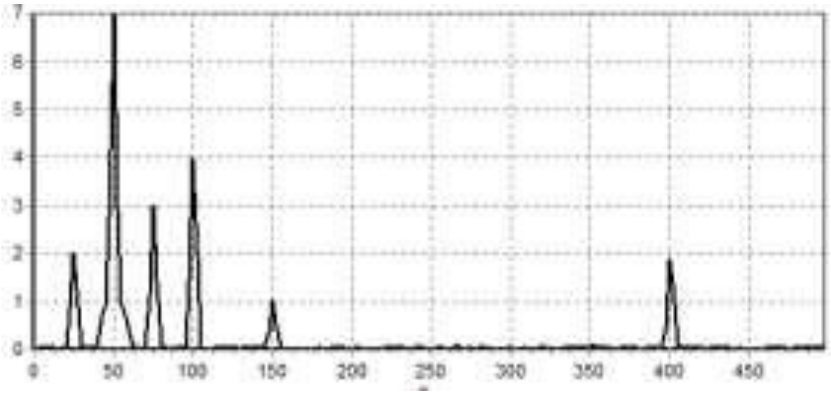


Рисунок 2 – Спектр вібраційного сигналу при розвиненому дефекті типу «затирання» ротора о статор електродвигуна

Часто зачіпання генерує підняття спектра на частоті власного резонансу одного з тертьових елементів. На спектрі є, як зазвичай, багато цілих і дробових гармонік, але більша частина потужності вібрації зосереджена в області власного резонансу конструкції. Така картина найчастіше спостерігається при затирання в ущільненнях, коли потужність від такого дефекту не дуже велика за величиною, але значно «розмазана» по частотному діапазону значної ширини.

Зовні такий прояв затирання виглядає як один або кілька «горбів» на спектрі. Частота цих «горбів» не пов'язана з частотою обертання, а повністю визначається власними частотами резонансу різних елементів конструкції. Це, в основному, несинхронні компоненти спектра.

На рис. 3 і 4 показаний приклад застосування «ідеального», синтезованого та відомого фільтрів при спектральному аналізі випадкового (вібраційного) сигналу, який характеризує початок дефекту (рис. 3) і його розвиток (рис. 4) у електродвигуні засобів водного транспорту [4].

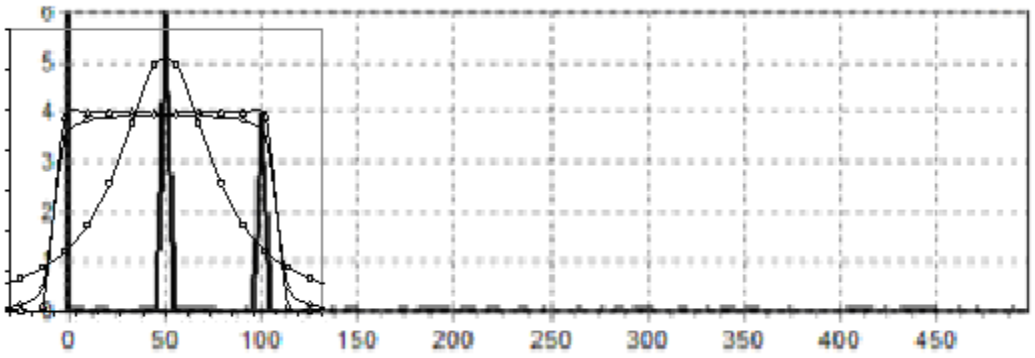


Рисунок 3 – Приклад застосування «ідеального», синтезованого та відомого фільтрів при спектральному аналізі початку дефекту у електродвигуні засобів водного транспорту

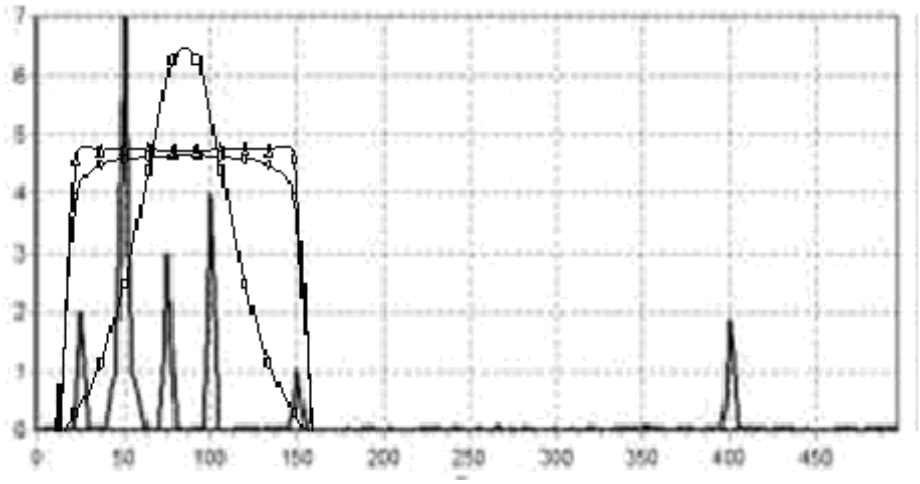


Рисунок 4 – Приклад застосування «ідеального», синтезованого та відомого фільтрів при спектральному аналізі розвитку дефекту у електродвигуні засобів водного транспорту

Аналіз залежностей на рис.3 і 4 доводить, що ФСВ існуючих фільтрів не дозволяють виявити своєчасно початок дефекту при спектральному аналізі вібраційного сигналу, а при його розвитку виявляють дефект як початковий. Це не дозволяє за допомогою існуючих фільтрів своєчасно виявити відмову двигунів, що може стати причинами відмови двигунів засобів водного транспорту під час рейсів. Отже, аналіз залежностей на рис.3 і 4 доводить про підвищення достовірності контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту за допомогою запропонованих фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів, які характеризують дефекти (несправності) двигунів [5].

Розрахуємо показники достовірності та економічності від застосування запропонованих фільтрів спектрального аналізу випадкових сигналів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту [5, 6].

На рисунках 5 і 6 показаний результати комп’ютерного моделювання запропонованого методу обробки випадкового сигналу при зміні роботи двигуна засобу водного транспорту [7–9].

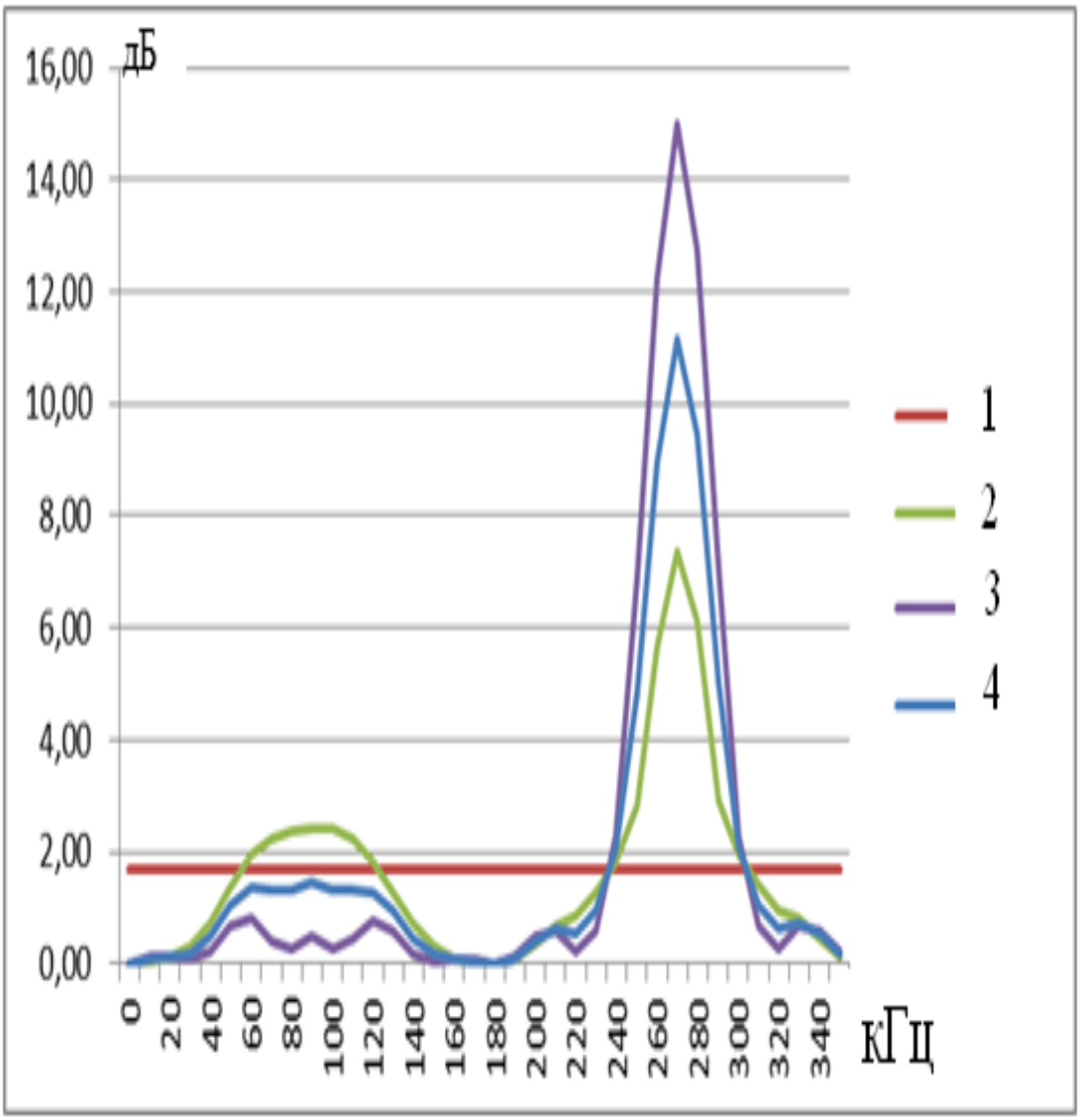


Рисунок 5 – Спектр роботи двигуна при несправності одного клапану:

1 – шумові зміни справного двигуна;

2 – шумові зміни при аналізі спектру роботи двигуна (запропоновано)

3 – шумові зміни при несправності двигуна (на «слух»);

4 – шумові зміни при аналізі спектру роботи двигуна (відомий метод)

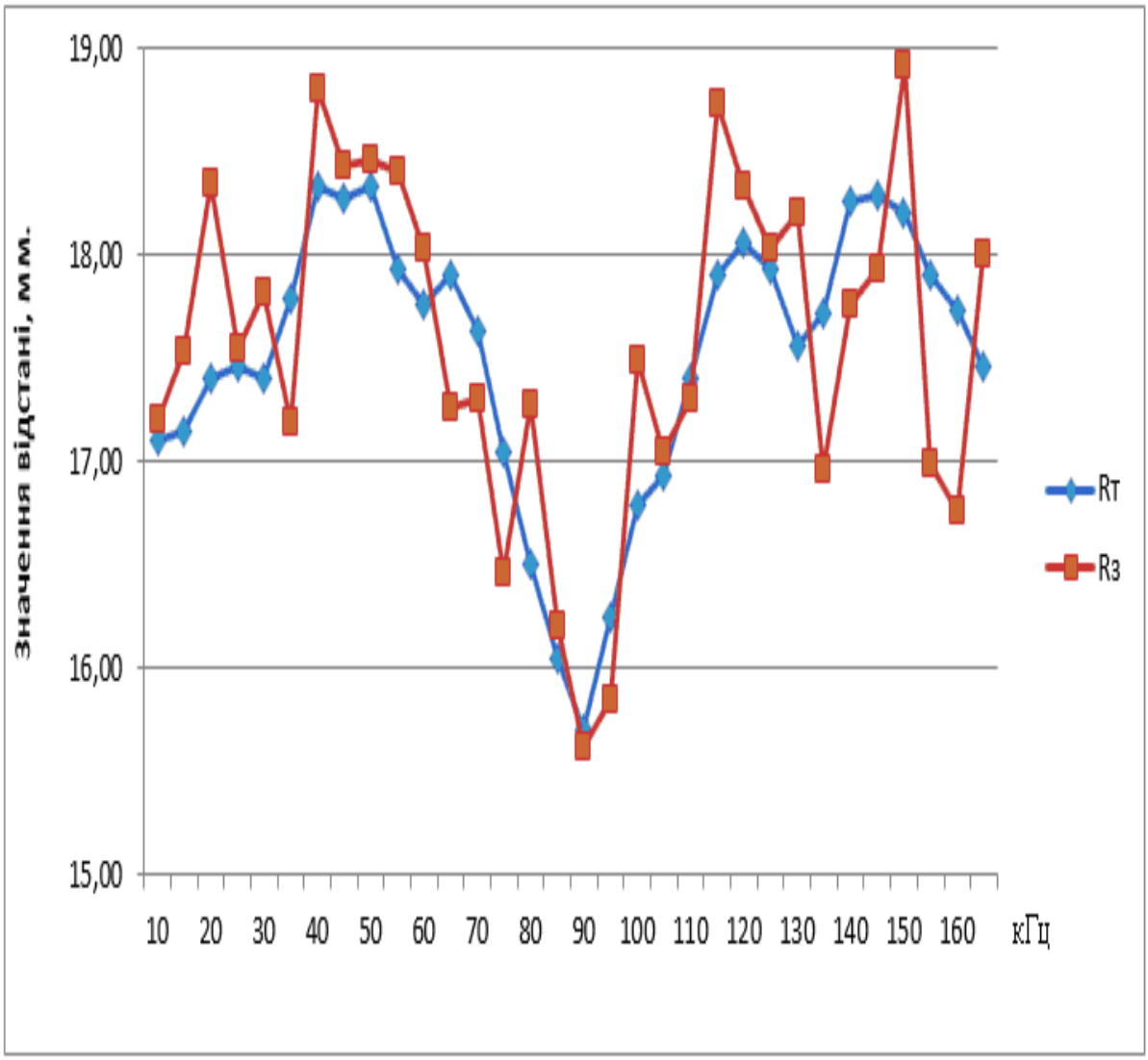


Рисунок 6 – Вібрація двигуна (мм) залежно від її частоти

Із рисунку 5 видно, що акустична вібродіагностика дозволяє виявити несправність двигуна засобу водного транспорту методом «на слух» при рівні шуму 15 дБ. Відомі методи вібродіагностування двигунів дозволяють визначити несправність двигуна при рівні шуму 11 дБ. Застосування запропонованого фільтру для спектрального аналізу вібраційного акустичного сигналу дозволяє визначити несправність при рівні шуму 7 дБ. Таким чином, підвищення достовірності контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту при застосуванні запропонованого фільтру для спектрального аналізу вібраційного акустичного сигналу становить до 36% [11, 12].

Із рисунку 6 видно, що значення механічної вібрації для виявлення несправності двигуна зменшується до 1 мм залежно від частоти при застосуванні запропонованого фільтру. Отже, підвищення достовірності контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту при застосуванні запропонованого фільтру для спектрального аналізу вібраційного сигналу становить до 10% [9, 13].

Результати комп'ютерного моделювання [14, 15], проведені за відомою методикою [6, 9], показали, що запропоновані методи при діагностичному контролі технічного стану двигунів засобів водного транспорту дозволяють зменшити витрати часу на простій транспорту до 30%. Це дозволяє економити кошти до 25% від річних витрат на обслуговування засобів водного транспорту. При цьому підвищується достовірність контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту від 10% до 36% (залежно від метод діагностичного контролю). Це дозволяє економити до 15% коштів при транспортуванні вантажів за рахунок виключення можливих відмов у двигунах при переміщенні за вказаним маршрутом руху.

Висновки. З використанням узагальнених виразів для ФСВ і відносної дисперсії оцінки СЩП динамічних фільтрів, отриманих в попередніх розділах, знайдені аналітичні співвідношення для характеристик динамічного вузько-смугового фільтру для спектрального аналізу випадкових сигналів, які характеризують дефекти (несправності) двигунів засобів водного транспорту. Визначено аналітичні залежності визначають закони перебудови характеристик (параметрів) динамічних фільтрів.

Із використанням запропонованих методів синтезу законів перебудови параметрів динамічного фільтра проведено моделювання ФСВ таких фільтрів на ЕОМ, результати якого підтвердили отримані теоретичні результати.

Сформульовані результати комп'ютерного моделювання отриманих результатів.

Список літератури

1. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1978. 400 с.

2. Варжапетян А.Г., Глущенко Д.В. Системы управления: учебное пособие. М.: Вузовская книга, 2000. 328 с.

3. Василенко В.М., Вечурко О.М., Штрибець В.В. Модель оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів морських навігаційних приладів. *Наукоємні технології*. 2018. №4 (40). С. 487–491.

4. Величко О.М., Коцюба А.М., Новиков В.М. Основи метрології та метрологічна діяльність. К: Техніка, 2000. 228 с.

5. Вишневський В.І. Дніпро біля Києва. К.: Інтерпрес ЛТД, 2005. 100 с.

6. Герасимов Б.М., Дивизинюк М.М., Субач І.Ю. Системи підтримки прийняття рішень: проектування, застосування, оцінка ефективності. Севастополь: Изд. Центр СНИЯЭ и П, 2004. 318 с.

7. Герасимов С.В., Козлов В.Є., Шамаєв Ю.П. Метрологічна надійність засобів вимірювальної техніки: навчальн. посіб. Х.: ХВУ, 2006. 175 с.

8. Герасимов С.В., Штрибец В.В. Оптимизация законов перестройки динамического фильтра для аппаратурного спектрального анализа технического состояния судовых двигательных установок. XIV International scientific-technical conference on «Water transport problems», 2–3 May 2019. Bakı, 2019. С. 16.

9. Герасимов С.В., Штрибець В.В. Розробка методу діагностичного контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту для зменшення витрат на перевезення вантажів. *Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційна безпека та інформаційні технології»,* 24–25 квітня 2019 р. Х.: ХНЕУ імені Семена Кузнеця, 2019. С. 3.

10. Дакі О.А., Трофіменко А.О., Штрибець В.В. Аналіз методів формування вимірювальних сигналів для контролю систем навігації. *Наукоємні технології.* 2019. № 1(41). С. 88–94. DOI: 10.18372/2310-5461.41.13534.

11. Данилов А.А. Метрологическое обеспечение измерительных систем. Пенза: Профессионал, 2008. 63 с.

12. Егупов Н.Д. Методы классической и современной теории автоматического управления / под редакцией Н.Д. Егупова. Том 3. Методы современной теории автоматического управления. М.: Изд. МГТУ, 2000. 748 с.

13. Захаров Г.В. Техническая эксплуатация судовых дизельных установок. М.: Транслит, 2009. 256 с.

14. Ивановский В.Г., Варбанец Р.А. Мониторинг рабочего процесса судовых дизелей в эксплуатации. *Всеукр. науч.-техн. журн*. 2004. Вып. 2. С. 138–141.

15. Измерительные информационные системы / под общей ред. Н.А. Рубичева. М.: Дрофа, 2010. 334 с.

РОЗДІЛ 5

ПОКРАЩЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

УДК 656.6 https://doi.org/10.33298/mataparat.12

Чебан В.І. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

ОБҐРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЇВ ОПТИМАЛЬНОСТІ СИНТЕЗУ ТЕСТОВИХ СИГНАЛІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ

Постановка проблеми. РТС, що входить до складу РНК засобів водного транспорту, призначена для перетворення вхідного тестового сигналу $u(t)$ у вихідний сигнал $y(t)$. У загальному випадку може бути кілька паралельних вхідних і вихідних сигналів, тому маємо вектори вхідних і вихідних сигналів. Якість перетворення описується оператором системи $\Phi(\{u\})$ і це перетворення можна записати у вигляді $y = \Phi(\{u\})$.

Мета статті – обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу тестових сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів.

Виклад основного матеріалу. Для лінійних ОК з зосередженими параметрами оператор $\Phi(\{u\})$ залежить від кінцевої кількості параметрів. Якщо $G(p)$ – лапласівське зображення передатної функції ОК

$$G(p) = \sum_{i=1}^{m} b_i p^i \Big/ \sum_{j=1}^{n} a_j p^j,$$

де a_j, b_i – коефіцієнти, $j = \overline{1,n}$, $i = \overline{1,m}$;

m, n – кількість параметрів контролю вихідного та вхідного тестового сигналу відповідно, то за такі параметри можна взяти, наприклад, коефіцієнти a_j і b_i або їх комбінації (коефіцієнт підсилення, постійні часу та затухання,

власні частоти), а для електричних систем – активний опір, індуктивність або ємність [1].

Оператор нелінійного ОК не визначається кінцевою кількістю параметрів. Але з відомим ступенем точності його завжди можна апроксимувати оператором (у загальному випадку нелінійним), але залежним від кінцевої кількості параметрів. Так, наприклад, якщо ОК вміщує ланки типу елементів з насиченням, то, представивши характеристику такої ланки на окремих ділянках відповідної функції апроксимації (відрізками прямих, арктангенсом, гіперболічним тангенсом тощо), можна за параметри контролю взяти параметри цих апроксимуючих функцій.

Позначимо параметри контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту вектором $q = \{q_1, q_2, ..., q_n\}$, $j = \overline{1,n}$, так, що оператор ОК $\Phi(\{u\})$ буде функцією цих параметрів: $\Phi(\{u\}) = \Phi(q_1, q_2, ..., q_n)$. Значення параметрів q_j є випадковими величинами, які в процесі зберігання та експлуатації ОК можуть змінюватися. Вважаємо в процесі контролю ці параметри незмінними, тому що час контрольних операцій зазвичай значно менший за час зміни параметрів [1,2].

Таким чином, технічний стан РНК засобів водного транспорту визначається вектором параметрів $q = \{q_1, q_2, ..., q_n\}$. Якщо відома апріорна функція розподілу параметрів (щільність розподілу якої ρ_1) або дисперсія параметрів і кореляційні зв’язки між ними, то відома й апріорна область, в якій знаходиться вектор q – апріорна область «відхилень» параметрів контролю комплексу (рис. 1). Чим меншою є апріорна інформація про ОК, тим ширшою є ця область «відхилення». Інформація, отримана за результатами контролю, уточнює функцію розподілу параметрів q_j, отже область «відхилення» параметрів звужується – апостеріорна область ρ_2 (рис. 1) [3, 5].

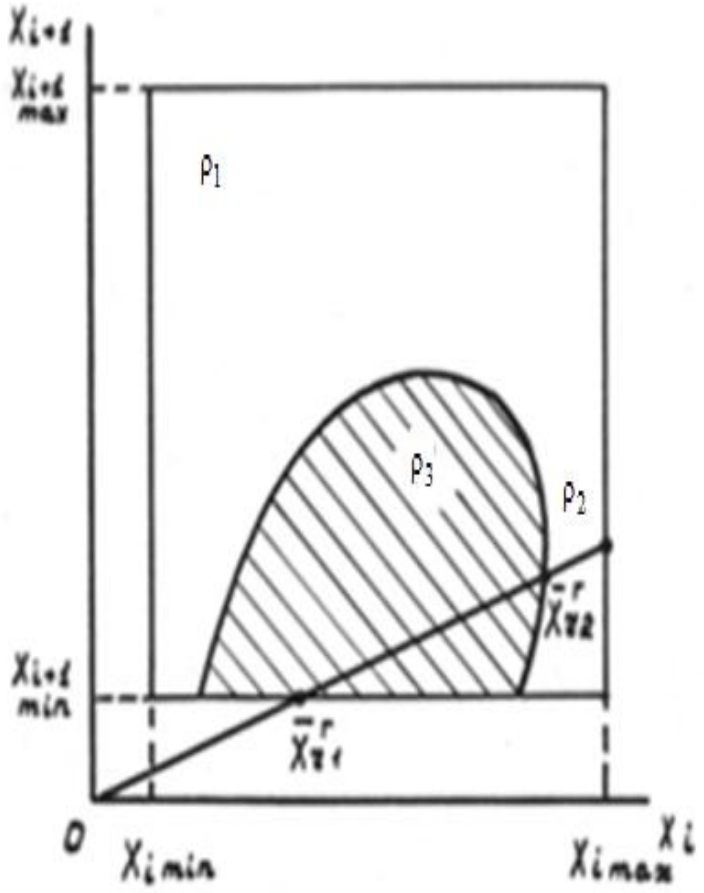


Рисунок 1 – Область відхилення параметрів контролю РНК

Чим точнішим та повнішим є проведений контроль, тим вужчою є апостеріорна область. Тому основою запропонованого методу обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу складних тестових сигналів є розрахована апостеріорна область ρ_3.

Часто метою контролю є визначення не самих параметрів q_j, а якоїсь функції від цих параметрів $Z = f(q_1, q_2, ..., q_n)$, тобто визначення технічного стану ОК за узагальненим параметром. Хоча функція Z (при m < n) несе меншу інформацію про ОК, ніж повний набір величин q_j, однак у більшості випадків вдалий вибір відносно невеликої кількості параметрів z_i, $i = \overline{1,m}$ вважається

достатнім для порівняно повної оцінки якості ОК, а з іншого боку, може істотно спростити контроль. Іноді параметри z_i можуть співпадати з q_j.

Отже, вихідний сигнал $y(t)$ є функцією від параметрів контролю q_j і функціоналом від вхідного тестового сигналу $u(t)$: $y = y_0(\{u\}, q, t)$. На цей вихідний сигнал накладаються завади, що виникають через похибку генератора, різного роду зовнішні завади, наводки і похибки ЗВТ. Ці завади з відомим ступенем точності можна вважати адитивними. Тоді вихідний сигнал можна записати так [4, 6]

$$y(t) = y_0(\{u\}, q, t) + \xi(t). \qquad (1)$$

До завади необхідно віднести також складові вихідного сигналу, обумовлені відхиленням від номінальних значень тих параметрів, які не підлягають визначенню в результаті контролю. З цієї точки зору складова вихідного сигналу, зумовлена відхиленням від номінальних значень параметрів, які підлягають визначенню, є корисним сигналом.

Задача синтезу вхідного складного тестового сигналу при контролі технічного стану РНК засобів водного транспорту набуває сенс тільки при врахуванні названих завад. Інакше, при відсутності завади, для визначення n параметрів контролю системи $\{q_1, q_2, ..., q_n\}$ достатньо провести вимірювання значень вихідного сигналу $y(t)$ в точках $\{t_1, t_2, ..., t_s\}$, де s – кількість моментів відліку (точок дискретизації), і розв'язати систему рівнянь, складену для моментів часу $\{t_1, t_2, ..., t_s\}$ відносно параметрів $\{q_1, q_2, ..., q_n\}$.

Вибір вхідного тестового сигналу $u(t)$ значною мірою довільний. Єдиним обмеженням є те, що Якобіан відповідної системи рівнянь $J = \det\left|\frac{\partial y_0(t_k)}{\partial q_j}\right|$ не перетворюється в нуль. Усі вхідні сигнали $u(t)$, для яких $J \neq 0$, є

рівнозначними, тобто немає необхідності визначати оптимальний вихідний сигнал [5, 8].

Оскільки в реальних РНК засобів водного транспорту наведені вище завади можуть вносити значні похибки, то методика контролю без їх врахування достатньо наближена, що, в свою чергу, знижує достовірність контролю.

Тому необхідно проводити контроль комплексів з урахуванням завад вихідного сигналу. Задача контролю комплексів з урахуванням завад, що вносяться складовими комплексу (внутрішніми шумами), вимірювальними приладами й іншими факторами, може бути розв’язана за допомогою запропонованої оптимальної методики контролю в рамках методу обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу складних тестових сигналів.

Сформулюємо задачу визначення оптимальної методики контролю. Оптимальною є така методика, яка при заданій апріорній області «відхилення» параметрів ОК, заданому рівні завади, необхідному часі контролю дозволяє максимально звузити апостеріорну область «відхилення» параметрів системи (або функції цих параметрів). Еквівалентній попередній постановці задачі є задача визначення методики, яка забезпечує мінімальний час контролю при заданій апріорній області «відхилення» параметрів контролю, заданих розмірах апостеріорної області, або задача визначення методики, яка дозволяє при фіксованих умовах максимально знизити необхідну точність вимірювальних приладів. Вибір еквівалентних постановок задачі визначається конкретними ситуаціями [6, 9].

Визначення оптимальної методики контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту складається з декількох, не зв’язаних одна з іншою, задач.

По-перше, необхідно встановити кількісну оцінку методики контролю. Така оцінка повинна бути зв’язана з розмірами апостеріорної області «відхилення» параметрів z_i. Вся інформація про параметри z_i, отримана за

результатами контролю, міститься у функції розподілу $\rho(z/y)$, яка надає імовірність для різних значень z_i, за умови, що на виході комплексу, що контролюється, спостерігалася реакція $y(t)$. Апостеріорна область «відхилення» параметрів z_i є областю, імовірність знаходження всередині якої для z_i більше деякої встановленої ймовірності. Якщо є декілька параметрів, то для завдання цієї області необхідно відповідно декілька величин (наприклад, при нормальному законі розподілу можна задавати півосі еліпсоїду розсіювання).

Різні статистичні оцінки якості контролю інакше зв'язані з величинами, які характеризують область «відхилення». Виняток складає випадок однієї змінної, коли практично всі оцінки еквівалентні [7, 10].

По-друге, після встановлення кількісної міри оцінки необхідно вибрати такі вхідні впливи на ОК, які б забезпечували для даного об'єкта максимальне значення цієї кількісної оцінки. Визначення оптимальних тестових сигналів полягає для різних класів ОК у розв'язанні різних варіаційних задач [8, 11, 12].

При аналізі статистичних оцінок якості контролю будемо вважати, що зразковий (номінальний) вихідний сигнал $y_0(\{u\}, q, t)$ може бути розкладений у ряд за відхиленнями параметрів q_j від номінальних значень q_{0j}: $\Delta q_j = q_j - q_{0j}$. Утримуючи перший член цього розкладу отримаємо:

$$\Delta y = \sum_{j=1}^{n} a_j(\{u\}, q_0, t)\Delta q_j + \xi(t), \qquad (2)$$

де $\Delta y = y_j(\{u\}, \{q\}, t) - y_0(\{u\}, q_0, t)$;

$$a_j(\{u\}, q_0, t) = \left(\frac{\partial y(\{u\}, q, t)}{\partial q_j} \right)\Bigg|_{q_j = q_{j0}}.$$

Аналогічно, розкладаючи величини $z_i(q_j)$, отримаємо для відхилень:

$$\Delta z_i \approx \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} \Delta q_j , \qquad (3)$$

де $\Delta z_i = z_i(q) - z_i(q_0)$;

$$\alpha_{ij} = \left(\frac{\partial z_i}{\partial q_j} \right) \Bigg|_{q_j = q_{j0}} .$$

Доведемо правильність (адекватність) розкладів (2) і (3).

Під час контролю технічного комплексу необхідно вдосконалити методику контролю у випадках, коли відхилення параметрів невеликі, таким чином, що чутливості та точності вимірювальної апаратури при заданому часі, відведеному на контроль, виявляється недостатньо для виявлення цих відхилень або для визначення їх величини з потрібним ступенем точності. Тому методика контролю, яка є оптимальною при малих відхиленнях параметрів і за рахунок отримання максимально можливої чутливості й точності, що дозволяє виявляти такі відхилення, буде придатна й при нелінійних відхиленнях параметрів. При малих відхиленнях параметрів для визначення величини цих відхилень може бути застосована лінійна обробка сигналу $\Delta y(t)$. Оцінки параметрів q_j або z_i будуть лінійними функціями від значення вихідного сигналу $\Delta y(t)$ [9, 10, 13].

Якщо відхилення дійсно є малими, то лінійна обробка вихідного сигналу дозволяє визначити величину відхилень параметрів від номінальних значень. Якщо в результаті застосування методики обробки вихідного сигналу (співвідношення (2) і (3)) будь-які параметри будуть поза границями області лінійності, то в цьому випадку значення відхилень визначені не будуть, а буде встановлено факт виходу параметрів за ці границі. Ситуація, в якій комбінація великих відхилень декількох параметрів призводить до малого відхилення

якості комплексу від номінальних, малоймовірно, особливо при контролі достатньо великої кількості параметрів такого комплексу.

Для визначення величини відхилення параметра при великих відхиленнях необхідно застосувати нелінійну обробку вихідного сигналу. Методика контролю, за винятком останньої стадії обробки вихідного сигналу, може базуватися на співвідношеннях (2) і (3) [9, 10, 14].

Для лінійних ОК можна провести оцінку точності наближення (2). З цією метою передатну функцію ОК напишемо у вигляді [15, 16]:

$$G(p) = k_{п} \prod_{i=1}^{m} (\tau_i p + 1) \Big/ \prod_{j=1}^{n} (T_j p + 1),$$

де $k_{п}$ – коефіцієнт підсилення.

Серед величин τ_i і T_j при наявності коливальних ланок можуть бути пари комплексно зв'язаних величин. Якщо взяти за параметри Δq_j відносні уходи величин $k_{п}, \tau_i$ і T_j від їх номінальних значень $k_{п0}, \tau_{i0}$ і T_{j0}, тобто

$$\Delta q = \left\{ \frac{\Delta k_{п}}{k_{п0}}, \frac{\Delta \tau_i}{\tau_{i0}}, \frac{\Delta T_j}{T_{j0}} \right\},$$

то для величин $G(p)$ отримаємо [17]:

$$G(q_0 + \Delta q) = G(q_0)(1 + \delta k_{п}) \prod_{i=1}^{m} (1 + \gamma_i + \delta \tau_i) \Big/ \prod_{j=1}^{n} (1 + \gamma'_j + \delta T_j), \qquad (4)$$

де $\delta k = \dfrac{\Delta k_{п}}{k_{п0}}$; $\gamma_i = \dfrac{1}{\tau_i p}$; $\gamma'_j = \dfrac{1}{T_j p}$; $\delta \tau_i = \dfrac{\Delta \tau_i}{\tau_{i0}}$; $\delta T_j = \dfrac{\Delta T_j}{T_{j0}}$.

Оскільки величини γ_i і γ'_j за модулем не перевершують одиниці ($|\gamma_i| \le 1$, $|\gamma'_j| \le 1$), то останній член у формулі (4) буде мати порядок $0(\Delta q')$.

Висновки. Можна вважати, що процес ортогоналізації виконаний і всі змінні статистично незалежні й мають одиничні дисперсії. При необхідності можна повернутися до початкових статистично залежних змінних. Доведене відноситься також і до змінних z_i, які також можна вважати статистично незалежними.

Список літератури

1. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1978. 400 с.
2. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Аналіз сучасного стану та перспективні напрямки синтезу оптимальних полігармонічних сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки. *Системи обробки інформації*. 2002. Вип. 5 (21). С. 214–217.
3. Герасимов Б.М., Дивизинюк М.М., Субач І.Ю. Системи підтримки прийняття рішень: проектування, застосування, оцінка ефективності. Севастополь: Изд. Центр СНИЯЭ и П, 2004. 318 с.
4. Герасимов С.В., Козлов В.Є., Шамаєв Ю.П. Метрологічна надійність засобів вимірювальної техніки: навчальн. посіб. Х.: ХВУ, 2006. 175 с.
5. Варжапетян А.Г., Глущенко Д.В. Системы управления: учебное пособие. М.: Вузовская книга, 2000. 328 с.
6. Василенко В.М., Вечурко О.М., Штрибець В.В. Модель оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів морських навігаційних приладів. *Наукоємні технології*. 2018. №4 (40). С. 487–491.
7. Величко О.М., Коцюба А.М., Новиков В.М. Основи метрології та метрологічна діяльність. К: Техніка, 2000. 228 с.
8. Вишневський В.І. Дніпро біля Києва. К.: Інтерпрес ЛТД, 2005. 100 с.

9. Дакі О.А., Трофіменко А.О., Штрибець В.В. Аналіз методів формування вимірювальних сигналів для контролю систем навігації. *Наукоємні технології.* 2019. № 1(41). С. 88–94. DOI: 10.18372/2310-5461.41.13534.

10. Данилов А.А. Метрологическое обеспечение измерительных систем. Пенза: Профессионал, 2008. 63 с.

11. Егупов Н.Д. Методы классической и современной теории автоматического управления / под ред. Н.Д. Егупова. Том 3. Методы современной теории автоматического управления. М.: Изд. МГТУ, 2000. 748 с.

12. Измерительные информационные системы / под общей ред. Н.А. Рубичева. М.: Дрофа, 2010. 334 с.

13. Чинков В.Н., Крыхтин Ю.А. Адаптивный метод нахождения модуля амплитудного значения полигармонического сигнала. *Системи обробки інформації.* 2005. Вип. 2(42). С. 141–145.

14. Чинков В.М., Герасимов С.В. Варіаційний метод і методики синтезу оптимального вимірювального сигналу для контролю технічного стану системи автоматичного управління. *Український метрологічний журнал*. 2014. № 1. С. 59–64.

15. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Синтез бінарного сигналу з рівномірним спектром за критерієм мінімуму розкиду амплітуд корисних гармонік методом послідовного квадратичного програмування. *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. 2006. Вип. 3(9). С. 144–147.

16. Шестеркин А.Н. Система моделирования и исследования радиоэлектронных устройств Multisim 10. М.: ДКМ Пресс, 2012. 360 с.

17. Шильман С.В. Адаптивные фильтры Кальмана. Докл. РАН. 1994. Т. 338. № 6. С. 724–744.

УДК 681.5 https://doi.org/10.33298/mataparat.13

Іваненко В.М. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

РОЗРАХУНОК ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ ПАРАМЕТРІВ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ

Постановка проблеми. Перспективним напрямком розвитку методів і приладів контролю та діагностування технічного стану радіонавігаційних комплексів (РНК) засобів водного транспорту є їх автоматизація та універсалізація, що знайшло своє втілення у проектуванні й виробництві обчислювальних систем контролю та діагностування й вимірювальних інформаційних систем, оснащених сучасною мікропроцесорною технікою, пристроями спряження з персональним комп'ютером, зручним програмним забезпеченням тощо.

Водночас виникає відоме в практиці контролю технічного стану складних систем *протиріччя*: забезпечення заданої достовірності та оперативності отримання інформації про технічний стан РНК засобів водного транспорту потребує збільшення обсягу та точності вимірювань при оцінюванні їх характеристик з одного боку, а з іншого – відсутність методів автоматизації процесів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

У відповідності до протиріччя актуальною *науковою проблемою* є розроблення методів синтезу тестових сигналів і обробки відгуків на них для підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту [1, 2].

У статті запропоновано розв'язання цієї проблеми на базі розроблення методів синтезу та обробки тестових сигналів і обґрунтування варіантів створення гнучких програмнокерованих калібраторів сигналів з нормованими

характеристиками для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

Метою статті є наведення особливостей розрахунку функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів, що є підґрунтям для розроблення методів синтезу та обробки тестових сигналів.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Отримання кількісних оцінок

Для отримання кількісних оцінок визначимо функцію розподілу параметрів z_i за умови, що на виході комплексу, що контролюється, спостерігається реакція $y(t)$ [3].

З цією метою введемо в розгляд вектор

$$\varsigma = \{\Delta y, \Delta z\} \equiv \{\Delta y(t_1), \Delta y(t_2), ..., \Delta y(t_s), \Delta z_1, \Delta z_2, ..., \Delta z_m\}. \qquad (1)$$

У цьому співвідношенні вихідна реалізація $\Delta y(t)$ замінена дискретною вибіркою $\{\Delta y(t_1), \Delta y(t_2), ..., \Delta y(t_s)\}$. Саме ця вибірка й спостерігається при використанні дискретних (квантованих у часі) методах вимірювання відгуку (вихідного сигналу). Величина, яка визначає кількість вимірювання миттєвого значення сигналу за час контролю T, $t_k = \frac{T}{s}k$, $k = \overline{1,s}$, s – кількість точок дискретизації, і величина, яка характеризує крок квантування $\Delta t = T/s$.

При визначенні періоду дискретизації необхідно враховувати швидкодію вимірювального пристрою, швидкодію або об'єм пам'яті розрахункового пристрою та час кореляції завади $\xi(t)$. Очевидно, немає сенсу вибирати час Δt меншим часу кореляції завади, оскільки при такому збільшенні кількості відліків вихідного сигналу практично немає виграшу в інформації (згідно з теоремою Котельникова) [2, 4].

Таким чином, значення завади в різних точках відліку можна вважати статистично незалежними.

Введемо вектор $\xi(t)=\left\{\xi(t_1),\xi(t_2),...,\xi(t_s),\underbrace{0,...,0}_{m}\right\}$.

Позначимо композицію матриць $a_{kj}=a_j(t_k,q_0,\{u\})$ і α_{ji} через $A=A\begin{pmatrix}a\\ \alpha\end{pmatrix}$

.

Використовуючи ці позначення, рівняння (1) запишемо так [5]

$$\varsigma=A\cdot\Delta q+\xi. \qquad (2)$$

Складові векторів Δq і q будемо вважати розподіленими за нормальним законом. Щодо вектора ξ, то ця умова накладає на нього певні обмеження. Якщо основний внесок у заваду вносить похибка вимірювального пристрою, то в більшості випадків цю заваду можна вважати нормальною.

При великих відхиленнях розподілу параметрів Δq_j вектор Δq може і не бути нормальним. Якщо ці відхилення незначні, то поблизу центру розподілу практично будь-який розподіл є нормальним.

Таким чином, функції розподілу величин Δq і ξ можна записати так [6]:

$$\rho_1(\Delta q)=(2\pi)^{-n/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\Delta q^2\right\}; \qquad (3)$$

$$\rho_0(\xi)=(2\pi)^{-s/2}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\xi^2}\xi^2\right\}.$$

де n – кількість параметрів системи q_j;

s – кількість точок відліку вхідного сигналу;

σ_ξ^2 – дисперсія завади $\xi(t)$;

Δq^2 і ξ^2 – позначають квадрати норми відповідних векторів:

$$\Delta q^2 = \sum_{j=1}^{n} \Delta q_j^2 \text{ і } \xi^2 = \sum_{k=1}^{s} \sigma_\xi^2(t_k).$$

Припустимо, що величини Δq_j у формулі (3) статистично незалежні та мають одиничну дисперсію. В подальшому будуть розраховані формули для загального випадку лінійно незалежних величин Δq_j.

Апріорна функція розподілу параметрів z_i може бути отримана зі співвідношення (1). Оскільки ці величини є лінійними комбінаціями параметрів q_j, останні розподілені за нормальним законом (3), то і z_i також будуть розподілені за нормальним законом. З іншого боку, параметри z_i завжди можна вважати статистично незалежними, а вибором масштабу можна зробити дисперсії цих параметрів рівними одиниці. Згідно з (1), враховуючи зазначені умови, кореляційні моменти параметрів z_i будуть дорівнювати [7, 8]

$$(R_z)_{ik} = <\Delta z_i \, \Delta z_k> = \sum_{\ell, m} \alpha_{i\ell}\alpha_{km} <\Delta q_\ell \, \Delta q_m> = \delta_{ik}.$$

Оскільки кореляційна матриця параметрів q_j одинична, тобто $<\Delta q_i \, \Delta q_j> = \delta_{ij}$, то для матриці α отримаємо умову: $\sum_j \alpha_{ij}\alpha_{kj} = \delta_{ik}$ або

$$R_j = \alpha \cdot \alpha^T = E, \qquad (4)$$

де α^{T} – транспонована матриця;

E – одинична матриця.

Кореляційна матриця параметрів z_i одинична й ці величини розподілені за нормальним законом, тому їх апріорна функція розподілу дорівнює [9, 10]

$$\rho(z)=(2\pi)^{-m/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\Delta z^2\right\}, \qquad (5)$$

де $\Delta z^2=\sum_{i=1}^{m}\Delta z_i^2$.

Для визначення умовної функції $\rho(z/y)$, яка визначає апостеріорний розподіл параметрів z_i, можливо скористатися тотожністю $\rho(z/y)=\rho(z,y)/\rho_y(y)$.

Функцію розподілу $\rho(z,y)=\rho(\varsigma)$ визначимо за допомогою виразу (2). Оскільки величина ς є лінійною комбінацією величин Δq і ξ, розподілених за нормальним законом, то й величина ς буде розподілена за нормальним законом. Для визначення характеристик цього розподілу необхідно розрахувати кореляційну матрицю величин ς. Зі співвідношення (2) отримаємо [10, 11]:

$$\left(R_\varsigma\right)_{ij}=<\varsigma_i\,\varsigma_j>=\sum_{k,s}A_{ik}A_{js}<\Delta q_k\,\Delta q_s>+<\xi_i\,\xi_j>=\sum_{s}A_{is}A_{js}+<\xi_i\,\xi_j>,$$

або в матричній формі:

$$R_\varsigma=A\cdot A^{T}+\begin{pmatrix}\sigma_\xi^2\cdot E\\ 0\end{pmatrix}\begin{matrix}\}n\\ \}m\end{matrix}.$$

Підставивши вираз для матриці $A = \begin{pmatrix} a \\ \alpha \end{pmatrix}$, отримаємо:

$$A \cdot A^T = \frac{a}{\alpha}\left(a^T \cdot \alpha^T\right) = \begin{pmatrix} a \cdot a^T & a \cdot \alpha^T \\ \alpha \cdot a^T & \alpha \cdot \alpha^T \end{pmatrix}.$$

Використавши співвідношення (4), можна записати:

$$R_\varsigma = \begin{pmatrix} a \cdot a^T + \sigma_\xi^2 E & a \cdot \alpha^T \\ \alpha \cdot a^T & E \end{pmatrix}.$$

Зі співвідношення (1) видно, що матриця $a \cdot a^T + \sigma_\xi^2 E$ є кореляційною матрицею R_y величин Δy_i. Дійсно, з виразу (1) отримаємо [12]

$$\left(R_y\right)_{ij} = < \Delta y(t_i)\,\Delta y(t_j) > = \sum_{k,s} a_k(t_i) a_s(t_i) < \Delta q_k\, \Delta q_s > + < \xi(t_i)\,\xi(t_j) > =$$
$$= \sum_s a_s(t_i) a_s(t_j) + \sigma_\xi^2 \xi_{ij}$$

або в матричній формі:

$$R_y = a \cdot a^T + \sigma_\xi^2 E. \qquad (6)$$

Таким чином, для матриці R_ς остаточно запишемо [13]:

$$R_\varsigma = \begin{pmatrix} R_y & a \cdot \alpha^T \\ \alpha \cdot a^T & E \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

За допомогою кореляційної матриці R_ς можна визначити функцію розподілу величин ς:

$$\rho(\varsigma)=\rho(z,\,y)=(2\pi)^{-(s+m)/2}\left|\det R_\varsigma\right|^{-1/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\varsigma R_\varsigma^{-1}\varsigma\right)\right\}. \qquad (8)$$

Вираз $(\varsigma R_\varsigma^{-1}\varsigma)$ є результатом скалярного множення векторів ς і $R_\varsigma^{-1}\varsigma$, тобто $\varsigma R_\varsigma^{-1}\varsigma=\sum\limits_j \varsigma_j\left(R_\varsigma^{-1}\varsigma\right)_j=\sum\limits_{j,\,k}\left(R_\varsigma^{-1}\right)_{jk}\varsigma_j\varsigma_k$.

Зазначимо, що кореляційні матриці величин y і Z є симетричними: $R_y^T=R_y,\ R_\varsigma^T=R_\varsigma$. Це буде використане в подальших розрахунках.

Розрахуємо функцію розподілу величин $\Delta y(t)$. Оскільки ці величини, як виходить з (1), розподілені за нормальним законом, а їх кореляційна матриця була розрахована раніше, то [14]

$$\rho_y(y)=(2\pi)^{-s/2}\left|\det R_y\right|^{-1/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\Delta y R_y^{-1}\Delta y\right)\right\}. \qquad (9)$$

Після підстановки виразів (8) і (9) у співвідношення для функції $\rho(z/y)$: $\rho(z/y)=\rho(z,\,y)\rho(y)$, отримаємо:

$$\rho(z/y)=\frac{\rho(\varsigma)}{\rho_y(y)}=(2\pi)^{-m/2}\left|\frac{\det R_\varsigma}{\det R_y}\right|^{-1/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\varsigma R_\varsigma^{-1}\varsigma\right)+\frac{1}{2}\left(\Delta y R_y^{-1}\Delta y\right)\right\}. \qquad (10)$$

У формулі (10), вираз, який знаходиться у фігурних дужках, необхідно привести до квадратичного відносно величин Δz. Для цього необхідно

розрахувати матрицю R_ς^{-1}. Зазначимо, що матриця R_ς, як видно з виразу (7), складається з блоків, при цьому блоки R_y і E є неособливими квадратними матрицями рангу n і m відповідно. Тому для розрахунку R_ς^{-1} можна застосувати формулу Фробеніуса для звертання блочної матриці [15].

При цьому будемо мати

$$R_\varsigma^{-1} = \begin{pmatrix} K & L \\ L^T & N \end{pmatrix}, \tag{11}$$

де $K = R_y^{-1} + R_y^{-1} a\alpha^T - H^{-1}\alpha a^T R_y^{-1}$; (12)

$$L = -R_y^{-1} a\alpha^T - H^{-1}; \tag{13}$$

$$N = H^{-1}; \tag{14}$$

$$H^{-1} = E - \alpha a^T R_y^{-1} a\alpha^T. \tag{15}$$

Використовуючи співвідношення (11)–(15), перетворимо вираз у фігурних дужках формули (10):

$$\Phi = -\frac{1}{2}\left(\varsigma R_\varsigma^{-1}\varsigma\right) + \frac{1}{2}\left(\Delta y R_y^{-1}\Delta y\right) = -\frac{1}{2}(\Delta y, \Delta z)\begin{pmatrix} K & L \\ L^T & N \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\Delta y R_y^{-1}\Delta y =$$
$$= -\frac{1}{2}\Delta y K\Delta y + \frac{1}{2}\Delta y R_y^{-1}\Delta y - \frac{1}{2}\Delta y L\Delta z - \frac{1}{2}\Delta z L^T\Delta y - \frac{1}{2}\Delta z N\Delta z.$$

Для приведення цього виразу до квадратичного вигляду знайдемо вектор Δz^o, який відповідає екстремуму Ф:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\Delta z} = -L^T\Delta y - N\Delta z^o = 0, \tag{16}$$

$$z^{o} = -N^{-1}L^{T}\Delta y.$$

Оскільки H – симетрична матриця ($H^{T} = H$), то з (13) знайдемо [10, 16]:

$$L^{T} = -H^{-1}\alpha a^{T}R_{y}^{-1}; \tag{17}$$

$$N^{-1} = H.$$

Підставивши (17) у формулу (16), отримаємо:

$$\Delta z^{o} = \alpha a^{T}R_{y}^{-1}\Delta y. \tag{18}$$

Вектор Δz_{o} визначає центр розподілу $\rho(z/y)$. Позначимо величину відхилення від цього центра $\nu = \Delta z - \Delta z^{o}$ і підставимо цю величину в співвідношення для Ф:

$$\begin{aligned}\Phi &= -\frac{1}{2}\Delta yK\Delta y + \frac{1}{2}\Delta yR_{y}^{-1}\Delta y - \frac{1}{2}\Delta yL\Delta z^{o} - \frac{1}{2}\Delta z^{o}L^{T}\Delta y - \\ &- \frac{1}{2}\Delta z_{o}N\Delta z_{o} - \frac{1}{2}\nu N\nu = -\frac{1}{2}\Delta y\left\{K - R_{y}^{-1} - LN^{-1}L^{T}\right\} - \frac{1}{2}\nu N\nu.\end{aligned} \tag{19}$$

При врахуванні у (19) співвідношень (12)–(14), отримаємо вираз:

$$\Phi = -\frac{1}{2}\nu H^{-1}\nu. \tag{20}$$

Для розрахунку детермінанту $\det R_\varsigma$ використаємо узагальнений алгоритм Гауса [10, 17]:

$$\det R_\varsigma = \det R_y \cdot \det\left(E - \alpha a^T R_y^{-1} a\alpha^T\right) = \det R_y \cdot \det H^{-1}. \qquad (21)$$

Після підстановки (20) і (21) у формулу (9) отримаємо остаточне співвідношення для умовної функції розподілу:

$$\rho(z/y) = (2\pi)^{-m/2} \left|\det H\right|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\nu H^{-1}\nu\right)\right\}, \qquad (22)$$

а Δz^o визначається з виразу (19).

У формулу (15) для матриці H входить R_y матриця кореляції величин Δy. Ця матриця, також як і матриця R_y^{-1}, має ранг s, який дорівнює кількості відліків вихідного сигналу. При великій кількості відліків великий ранг матриці R_y^{-1} може суттєво ускладнити розрахунки за формулою (15). Формулу (15) можна перетворити так, щоб до неї входили лише матриці, ранг яких не перевищує n – кількість параметрів системи контролю. При $n < s$ таке перетворення спрощує вираз (15). Запишемо вираз для R_y^{-1} у вигляді ряду [10]

$$R_y^{-1} = \left(a \cdot a^T - \sigma_\xi^2 E\right)^{-1} = \frac{1}{\sigma_\xi^2} \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \frac{\left(a \cdot a^T\right)^s}{\sigma_\xi^{2s}}.$$

Помножимо це співвідношення зліва на a^T, а справа на a:

$$a^{T}R_{y}^{-1}a=\frac{1}{\sigma_{\xi}^{2}}a^{T}\sum_{s=0}^{\infty}(-1)^{s}\frac{\left(a\cdot a^{T}\right)^{s}}{\sigma_{\xi}^{2s}}a=-\sum_{s=1}^{\infty}(-1)^{s}\frac{\left(a\cdot a^{T}\right)^{s}}{\sigma_{\xi}^{2s}}.$$

У цьому співвідношенні використаємо те, що $a^{T}\left(a\cdot a^{T}\right)^{s}a=\left(a^{T}\cdot a\right)^{s+1}$.

Додавання та віднімання одиничної матриці E дозволяє отримати:

$$a^{T}R_{y}^{-1}a=E-\sum_{s=0}^{\infty}(-1)^{s}\frac{\left(a^{T}\cdot a\right)^{s}}{\sigma_{\xi}^{2s}}=E-\sigma_{\xi}^{2}\left(a^{T}\cdot a+\sigma_{\xi}^{2}E\right)^{-1}. \qquad (23)$$

Підставивши вираз (15) і враховуючи (14), маємо:

$$H=E-\alpha\left[E-\sigma_{\xi}^{2}\left(a^{T}\cdot a+\sigma_{\xi}^{2}E\right)^{-1}\right]=\sigma_{\xi}^{2}\alpha\left(a^{T}\cdot a+\sigma_{\xi}^{2}E\right)^{-1}\alpha^{T}. \qquad (24)$$

Позначимо $\tilde{R}_{y}=a^{T}\cdot a+\sigma_{\xi}^{2}E$.

Матриця $\tilde{R}_{y}$ має ранг n. За допомогою цієї матриці вираз для H може бути остаточно записано в наступному вигляді:

$$H=\sigma_{\xi}^{2}\alpha\tilde{R}_{y}^{-1}\alpha^{T}. \qquad (25)$$

Зазначимо, що формули (24) і (25) є точними, хоча вони й отримані за допомогою розкладу в ряд, у законність якого можна виявити сумнів. Покажемо це. Дійсно, помножив обидві частини формули (23) на матрицю (25) і після перетворень перейдемо до тотожності.

Такий перехід від матриці R_{y} до матриці $\tilde{R}_{y}$ можна виконати і у формулі (18) для ΔZ^{o}. Це можна зробити за допомогою тотожності:

$$a^{\tau}\tilde{R}_y^{-1} = \tilde{R}_y^{-1}a^{\tau}. \qquad (26)$$

Для доказу отриманої тотожності можна підставити в (26) вираз для R_y^{-1} у вигляді ряду та виконати перетворення, аналогічні тим, що проводилися для отримання формули (23). Це також можна зробити і безпосередньо. Так, помноживши тотожність (26) зліва на $\tilde{R}_y$, а справа на $\tilde{R}_y^{-1}$, отримаємо $\tilde{R}_y a^{\tau} = a^{\tau}R_y$. Після заміни виразу $\tilde{R}_y$ на формулу (24), а R_y на (16), будемо мати: $\left(a^{\tau}\cdot a + \sigma_\xi^2 E\right)a^{\tau} \equiv a^{\tau}\left(a\cdot a^{\tau} + \sigma_\xi^2 E\right)$, що є очевидною тотожністю [8, 11].

З урахуванням співвідношення (26) величина Δz^o (18) може бути виражена через матрицю $\tilde{R}_y$ таким чином:

$$\Delta z^o = \alpha\tilde{R}_y^{-1}a^{\tau}\Delta y. \qquad (27)$$

У проведених обчисленнях передбачалось існування зворотних матриць $\tilde{R}_y^{-1}$ і R_y^{-1}. Доведемо це зауваження. Розглянемо квадратичні форми:

$$\Phi_1 = \left(x, \tilde{R}_y, x\right) = \sum_{i,j=1}^{n}\left(\tilde{R}_y\right)_{ij}x_i x_j \text{ і } \Phi_2 = \left(x, R_y, x\right) = \sum_{i,j=1}^{n}\left(R_y\right)_{ij}x_i x_j;$$

де $\left(\tilde{R}_y\right)_{ij}$ і $\left(R_y\right)_{ij}$, згідно з (23) , дорівнюють:

$$\left(\tilde{R}_y\right)_{ij} = \left(a^{\tau}\cdot a\right)_{ij} + \sigma_\xi^2\xi_{ij} = \sum_{k=1}^{s}a_i(t_k)a_j(t_k) + \sigma_\xi^2\xi_{ij};$$

$$\left(R_y\right)_{ij} = \left(a\cdot a^{\tau}\right)_{ij} + \sigma_\xi^2\xi_{ij} = \sum_{k=1}^{n}a_k(t_i)a_k(t_j) + \sigma_\xi^2\xi_{ij}.$$

При цьому для Φ_1 і Φ_2 отримаємо:

$$\Phi_1 = \sum_{k=1}^{s} \sum_{i,j=1}^{n} a_i(t_k) a_j(t_k) x_i x_j + \sigma_\xi^2 \sum_{j=1}^{n} x_j^2 = \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{i=1}^{n} a_i(t_k) x_i \right)^2 + \sigma_\xi^2 \sum_{j=1}^{n} x_j^2 ,$$

$$\Phi_2 = \sum_{i,j=1}^{s} \sum_{k=1}^{n} a_k(t_i) a_k(t_j) x_i x_j + \sigma_\xi^2 \sum_{i=1}^{s} x_i^2 = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{s} a_k(t_i) x_i \right)^2 + \sigma_\xi^2 \sum_{i=1}^{s} x_i^2 .$$

Таким чином, квадратичні формули Φ_1 і Φ_2 позитивні за будь-яких $x_i \neq 0$, тобто є позитивно визначеними.

З іншого боку, як видно з виразу (23), матриці $\tilde{R}_y$ і R_y є симетричними: $R_y^T = R_y$ і $\tilde{R}_y^T = \tilde{R}_y$. Як відомо, всі власні значення позитивно визначених симетричних матриць позитивні. В цьому випадку існують обернені матриці.

Як зазначалося вище, наявність завади є необхідною умовою для існування обернених матриць $\tilde{R}_y$ і R_y. При $\sigma_\xi^2 = 0$ квадратичні форми Φ_1 і Φ_2 не є позитивно визначеними, бо вони можуть перетворюватися в нуль при $x_i \neq 0$ і матриці $\tilde{R}_y^{-1}$ і R_y^{-1} можуть не існувати. У цьому випадку також існують границі виразів (25) і (27) при $\sigma_\xi^2 \to 0$.

Умовна функція розподілу $\rho(z/y)$, яка визначається формулами (22), (25) (27) або (22), (15), (16), є основною кількісною характеристикою контролю. Вона містить усю інформацію про параметри z_i, яку можна отримати в результаті контролю, і з неї можуть бути розраховані можливі оцінки. При використанні цих оцінок обов'язково втрачається частина інформації, яка міститься у функції розподілу $\rho(z/y)$. Однак введення таких оцінок є виправданим, оскільки за рахунок часткової втрати інформації досягається суттєве спрощення самих оцінок. Пояснимо це.

Функція $\rho(z/y)$ повністю визначається завданням m параметрів z_i^o, які задають положення центру розподілу, і елементами матриці H, що описують відхилення від центру. Оскільки матриця H симетрична, то недіагональні її елементи попарно рівні. Загальна кількість елементів цієї матриці дорівнює $(m+1)/2$.

Висновки. Отже, відхилення функції розподілу (апостеріорна область параметрів z_i) задається $m(m+1)/2$ незалежними величинами (m – дисперсій і $m(m-1)/2$ коефіцієнтів кореляції). Тому відхилення однієї функції від цих величин призводить до втрати частини інформації, яка міститься у функції $\rho(z/y)$. Виняток складає випадок $m=1$, тобто при $m(m+1)/2=1$.

Максимально повний опис апостеріорної області відхилення потребує таким чином завдання $m(m+1)/2$ незалежних величин-функцій від m дисперсій і $m(m-1)/2$ коефіцієнтів кореляції. При цьому обмежуються тільки інваріантними функціями дисперсій і кореляцій. Під інваріантною розуміємо таку функцію, яка не змінює свого значення при відмінному від початкового вибору незалежних ортонормованих величин q_j.

Так, існує нескінченна множина способів вибору величин Δq_j, які задовольняють умові: $<\Delta q_i\, \Delta q_j>=\delta_{ij}$. Якщо, наприклад, Δq_j – один з таких наборів, то $\Delta q'_j=\sum_{i=1}^{n} U_{ji}\Delta q_i$, де U_{ji} – унітарна матриця (матриця повороту) теж буде ортонормованим набором, тобто буде задовольняти умові $<\Delta q'_i\, \Delta q'_j>=\delta_{ij}$. Якщо за оцінку вибрати неінваріантну функцію, то така оцінка буде характеризувати не тільки якість контролю, але й у значному ступені довільний вибір базису (змінних Δq_j). Так, наприклад, апостеріорні дисперсії та коефіцієнти кореляції параметрів z_i є невдало вибраними оцінками. В подальшому будемо розглядати тільки інваріантні оцінки.

Список літератури

1. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод оптимізації параметрів вимірювального полігармонійного сигналу з використанням функції Лагранжа. Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля. 2019. № 2 (250). С.89–94.

2. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод синтезу вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля*. 2019. № 3 (251). С. 176–180.

3. Тимощук О.М., Дакі О.А. Критерії синтезу вимірювальних сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів управління рухом. *МНТК «Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ».* Львів: НАСВ. 2019. С. 269.

4. Тихонов І.В. Методика підвищення ефективності навігаційного забезпечення плавання на внутрішніх водних шляхах. *Вісник Національного технічного університету України «КПІ». Серія «Радіотехніка. Радіоапаратобудування»*. К.: 2010. Вип. № 40. С. 199–201.

5. Трегубов И.С. Развитие радионавигации в Китае. *Морской транспорт*. Экспресс-информация. Серия Судовождение, связь и безопасность мореплавания. М. Выпуск 9. 1996. 328 с.

6. Трояновский А.Д. Бортовое оборудование радиосистем ближней навигации. М.: Транспорт, 1990. 182 с.

7. Харисов В.А., Перов А.И., Болдин В.А. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС. М.: ИПРЖР, 1998. 400 с.

8. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Аналіз сучасного стану та перспективні напрямки синтезу оптимальних полігармонічних сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки. *Системи обробки інформації*. 2002. Вип. 5 (21). С. 214–217.

9. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1982. 272 с.

10. Чинков В.М., Герасимов С.В. Варіаційний метод і методики синтезу оптимального вимірювального сигналу для контролю технічного стану системи автоматичного управління. *Український метрологічний журнал*. 2014. № 1. С. 59–64.

11. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Синтез бінарного сигналу з рівномірним спектром за критерієм мінімуму розкиду амплітуд корисних гармонік методом послідовного квадратичного програмування. *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. 2006. Вип. 3(9). С. 144–147.

12. Шестеркин А.Н. Система моделирования и исследования радиоэлектронных устройств Multisim 10. М.: ДКМ Пресс, 2012. 360 с.

13. Шильман С.В. Адаптивные фильтры Кальмана Докл. *РАН*. 1994. Т. 338. № 6. С. 724–744.

14. Глобальная морская система связи при бедствии и для обеспечения безопасности мореплавания / А.В. Шишкин, В.М. Кошевой, В.И. Купровський, С.Л. Ефимов. С-Пб.: РосКонсульт, 2001. 272 с.

15. Шорохов М.Н. Вибросейсмическая полевая приемо-регистрирующая станция. *Труды Международной конференции "Информационные системы и технологии"* (ИСТ 2003). Том 2. Новосибирск: НГТУ. 2003. С. 182–187.

16. Admiralty list of radio signals "Coast radio stations". Vol. 1(2). NP 281(2). 2000. P. 361.

17. Admiralty list of radio signals "Global maritime distress and safety system (GMDSS)". Vol 5. NP 285. 2000. P. 338.

УДК 656.6:681.5 https://doi.org/10.33298/mataparat.14

Федунов В.М. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

ОБГРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЮ ТОЧНОСТІ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ

Постановка проблеми. Точність контролю характеризується величиною середньоквадра-тичного відхилення оцінки параметрів z_i^*, отриманих у результаті вимірювання, від їх істинних значень параметрів z_i [1]. Вона залежить від ряду факторів.

Мета статті – обгрунтування критерію точності контролю радіонавігаційних комплексів.

По-перше, похибки генератора, що задає тестовий сигнал, похибки ЗВТ, рівня шумів у системі, що контролюється. По-друге, на формат середньоквадратичного відхилення впливає методика обробки вихідного сигналу та прийнятий спосіб оцінки параметрів z_i. По-третє, величина цього відхилення залежить від величини і форми вхідного тестового сигналу. Вчетверте, СКЗ похибки залежить від часу проведення контролю.

Оптимальна, з погляду точності, процедура (методика) контролю повинна забезпечувати такий спосіб обробки вихідного сигналу й такий вибір вхідного впливу на комплекс, що контролюється, при яких досягається мінімум СКЗ похибки при заданій точності генератора і вимірювального пристрою, заданому рівні завад і часі контролю [1,2].

Тобто, така методика забезпечує мінімальний час контролю при заданій точності або при заданій точності контролю й заданому часі контролю дозволяє застосовувати менш точні ЗВТ, або провести контроль при наявності завади великого рівня.

Таким чином обгрунтування критерію точності контролю радіонавігаційних комплексів є дуже актуальним, що обумовлює тему статті.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Обгрунтування критерію точності контролю

Як відомо, мінімум СКЗ похибки досягається, якщо за оцінку z_i^* використовувати апостеріорне середнє параметрів z_i:

$$z_i^* = \int_1^n z_i \rho(z/y) dz .$$

Для нормального закону середнє значення співпадає з центром розподілу Δz_i^o [3]:

$$z_i^* = \Delta z^o = \alpha \tilde{R}_y^{-1} a^T \Delta y . \qquad (1)$$

Формула (1) дозволяє визначити оптимальний за точністю алгоритм обробки вихідного сигналу для розрахунку апостеріорного значення Δz_i^o.

Таким чином, оцінка (1) мінімізує СКЗ похибки порівняно з усіма іншими можливими оцінками. При цьому величина цієї мінімальної похибки буде дорівнювати

$$\varepsilon_{min} = \sum_{i=1}^m < \left(\Delta z_i - \Delta z_i^o\right)^2 > = \sum_{i=1}^m \int_1^m \left(\Delta z_i - \Delta z_i^o\right)^2 \rho(z/y) dz , \qquad (2)$$

а величина $\rho(z/y)$ еквівалентна функції розподілу. Розрахунки у виразі (1) легко виконати, якщо відмітити, що діагональні елементи матриці H є

апостеріорними дисперсіями параметрів Δz_i, тоді для величин ε_{min} отримаємо [4]:

$$\varepsilon_{min} = \sum_{i=1}^{n} H_{ii} = SpH = \sigma_\xi^2 Sp\left(\alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^T\right). \quad (3)$$

Знак Sp означає суму діагональних елементів матриці [3, 4]. Кожен член суми (3) є апостеріорною похибкою вимірювання параметрів

$$z_i : \varepsilon_{i\,min} = H_{ii} = \sigma_\xi^2 \sum_{k=1}^{s} \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} \alpha_{ik} \left(\tilde{R}_y^{-1}\right)_{jk}.$$

Оскільки в загальному випадку матриця $\tilde{R}_y$ недіагональна, то апостеріорна похибка кожного параметра залежить від функцій чутливості $a_j(t)$ всіх інших параметрів. У випадку, коли функції $a_i(t)$ і $a_j(t)$ при $i \neq j$ ортогональні, тобто $\int_0^T a_i(t) a_j(t) dt = 0$, матриця $\tilde{R}_y$ буде діагональною. Обернена матриця $\tilde{R}_y^{-1}$ також буде діагональною та її діагональні елементи будуть дорівнювати $\left(\tilde{R}_y^{-1}\right)_{ij} = \left\{\sigma_\xi^2 + \int_0^T a_j(t) dt\right\}^{-1}$, отже, похибка кожного параметра буде визначатися тільки функцією чутливості, яка зв'язана з цим параметром [4, 5].

Хоча припущення про ортогональність функцій $a_i(t)$ і $a_j(t)$ вносить суттєві спрощення, воно зазвичай не виконується. Елементи матриці $\tilde{R}_y$ залежать від вхідного сигналу $u(t)$. Тому спроба перейти від початкової системи параметрів контролю до нової системи параметрів, для якої матриця діагональна, приводить до того, що ця нова система параметрів суттєво

залежить від вхідного сигналу. З іншого боку, можна показати, що залишивши незмінною систему параметрів, неможливо в загальному випадку досягти ортогональності функцій $a_i(t)$ і $a_j(t)$ вибором вхідного сигналу [6].

З'ясуємо геометричний зміст співвідношення (2.33) і доведемо його інваріантність [5, 6]. Оскільки оператор H, який дорівнює $\sigma_\xi^2 \alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^T$, діє в підпросторі змінних z_i розмірності m, саме тоді, як оператор $\tilde{R}_y^{-1}$ діє в просторі змінних q_j розмірності $n(m \le n)$, отже оператор H отримується проектуванням оператора $\tilde{R}_y^{-1}$ на простір q розмірності n у підпростір z розмірності m. Різний вибір ортонормованих параметрів z_i геометрично означає поворот системи координат в підпросторі векторів z [7].

Відомо, що при повороті системи координат Sp (сума діагональних матричних елементів оператора) не змінюється. Отже, доведена інваріантність величини ε_{min} відносно зміни параметрів z_i.

З іншого боку, оператор H інваріантний відносно вибору різних ортонормованих базисів у просторі векторів q, тобто відносно зміни початкового набору величин q. Дійсно, перехід до інших ортонормованих величин q'_j означає поворот у просторі векторів q. Такий поворот описується унітарним оператором $U : q = Uq'$, при цьому $U^{-1} = U^T$, отже $U \cdot U^T = E$.

При такому повороті оператор $\tilde{R}_y^{-1}$ перетворюється в $\left(\tilde{R}_y^{-1}\right)' = U^T \tilde{R}_y^{-1} U$, а матриця α в $\alpha' = \alpha U$. При цьому оператор H перетворюється в $H' = \alpha' \left(\tilde{R}_y^{-1}\right)' \left(\alpha^T\right)' = \alpha U U^T \tilde{R}_y^{-1} U U^T \alpha^T = \alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^T = H$.

Це фактично очевидно, бо повороти в просторі векторів q не впливають на підпростір векторів z. Інваріантністю оператора $\breve{H}$ відносно поворотів у просторі векторів q можна скористатися для того, щоб вибрати в цьому просторі зручний базис [8].

Повернемо систему координат у просторі q так, щоб її m перших ортів співпали з ортами підпростору векторів z, а інші $n-m$ ортів направимо довільно, але ортогонально один одному й до попередніх ортів. У цієї системі координат матриця α набуває вигляду [8, 9]:

$$\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}}_{m}\!\!\!\!\underbrace{\begin{matrix} \dots & 0 \\ \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ 0\dots & 0 \end{matrix}}_{n-m} \Bigg\}m\,.$$

Після підстановки цього виразу у формулу, яка визначає матрицю H, отримаємо:

$$H = \sigma_\xi^2 \alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^{\mathrm{T}} = \sigma_\xi^2 \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{R}_y^{-1} & \dots & \tilde{R}_y^{-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \tilde{R}_y^{-1} & \dots & \tilde{R}_y^{-1} \end{pmatrix}}_{m} \Bigg\}m. \qquad (4)$$

Таким чином, матриця H є матрицею $\tilde{R}_y^{-1}$, яка спроектована з простору векторів q розмірності n у простір векторів z розмірності m. Позначимо власне значення матриці $\tilde{R}_y^{-1}$ в підпросторі векторів z через λ_i^{-1}, $i = \overline{1,m}$. Як відомо, Sp матриці дорівнює сумі її власних значень. Скориставшись тепер співвідношеннями (4) і (2), отримаємо для СКЗ похибки:

$$\varepsilon_{\min} = \sigma_\xi^2 \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\lambda_i}. \qquad (5)$$

Величина ε_{min} являє собою апостеріорне СКЗ похибки, яка зведена до мінімуму за всіма можливими оцінкам z_i^* параметрів z_i. Після такої мінімізації величина ε_{min} залежить від величини дисперсії завади або похибки вимірювання σ_ξ^2, від часу спостереження вихідного сигналу T (або від кількості його відліків s) і від величини і форми вхідного сигналу $u(t)$.

Величина σ_ξ^2 входить до співвідношення (5) для ε_{min} і до виразу (6) для матриці $\tilde{R}_y^{-1}$. Час вимірювання T або кількість відліків s також входить до виразу для матриці $\tilde{R}_y$. Для безперервного спостереження вихідного сигналу впродовж часу T елементи матриці $\tilde{R}_y$ представимо в такому вигляді [10, 11]:

$$\left(\tilde{R}_y\right)_{ij} = \int_0^T a_i(t)a_j(t)dt + \sigma_\xi^2\xi_{ij}, \qquad (6)$$

а для випадку s дискретних відліків [12, 13] –

$$\left(\tilde{R}_y\right)_{ij} = \sum_{k=1}^{s} a_i(t_k)a_j(t_k) + \sigma_\xi^2\xi_{ij}. \qquad (7)$$

Сигнал входить до величини $a_i(t_k)$, тому ці величини є функціоналами від вхідного сигналу: $a_i(t) = a_i(t, \{u\})$. Ці величини також визначають і власні значення матриці $\tilde{R}_y^{-1}$, а тим самим і величину ε_{min}. У неявній формі величина ε_{min} залежить також від апріорних дисперсій і кореляцій початкових неортонормованих величин q'_j, оскільки при перетворенні величин q'_j до ортонормованих величин q_j коефіцієнти перетворення визначаються цими дисперсіями і кореляціями, а, з іншого боку, коефіцієнти перетворення входять і до формул, які розраховують величини $a_i(t)$ [14].

При заданих дисперсії завади σ_ξ^2 і часі спостереження T (кількості відліків s) величина ε_{min} допускає подальшу мінімізацію за всіма можливими вхідними сигналами $u(t)$. Задача оптимізації методики контролю за точністю полягає у знаходженні такого оптимального тестового сигналу $u_{опт}(t)$, який забезпечує мінімум похибки контролю, тобто знаходження $\min\limits_{\{u\}} \varepsilon(\{u\})$ у класі можливих вхідних сигналів $u(t)$ [15]:

$$\varepsilon_{min}(\{u\}) = \min_{\{u\}} \varepsilon(\{u\}). \qquad (8)$$

Висновки. Оскільки, як видно з виразів (2.35) – (2.38), величина $\varepsilon(\{u\})$ є монотонно спадною функцією часу спостереження T або кількості відліків s, то розв'язання поставленої задачі визначає також вхідний сигнал $u_{опт}(t)$, який забезпечує мінімальний час контролю або кількість відліків s, при заданій точності контролю.

Список літератури

1. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод оптимізації параметрів вимірювального полігармонійного сигналу з використанням функції Лагранжа. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля.* 2019. № 2 (250). С.89–94.

2. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод синтезу вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля*. 2019. № 3 (251). С. 176–180.

3. Тимощук О.М., Дакі О.А. Критерії синтезу вимірювальних сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів управління рухом. МНТК

«Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ». Львів: НАСВ. 2019. С. 269.

4. Тихонов І.В. Методика підвищення ефективності навігаційного забезпечення плавання на внутрішніх водних шляхах. *Вісник Національного технічного університету України «КПІ». Серія «Радіотехніка. Радіоапаратобудування»*. К.: 2010. Вип. № 40. С. 199–201.

5. Тучин Д.А. Кодовые измерения псевдодальности системы GPS. Модель ошибок и априорная оценка точности определения вектора положения. *Российская Академия Наук, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша.* М.: 2002. 17 с.

6. Харисов В.А., Перов А.И., Болдин В.А. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС. М.: ИПРЖР, 1998. 400 с.

7. Чарльз Калверт. Delphi 5. Энциклопедия пользователя. К.: Изд. ДиаСофт Лтд. 1996. 736 с.

8. Чинков В.М., Герасимов С.В. Варіаційний метод і методики синтезу оптимального вимірювального сигналу для контролю технічного стану системи автоматичного управління. Український метрологічний журнал. 2014. № 1. С. 59–64.

9. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Синтез бінарного сигналу з рівномірним спектром за критерієм мінімуму розкиду амплітуд корисних гармонік методом послідовного квадратичного програмування. *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. 2006. Вип. 3(9). С. 144–147.

10. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1982. 272 с.

11. Шестеркин А.Н. Система моделирования и исследования радиоэлектронных устройств Multisim 10. М.: ДКМ Пресс, 2012. 360 с.

12. Шильман С.В. Адаптивные фильтры Кальмана. Докл. РАН. 1994. Т. 338. № 6. С. 724–744.

13. Глобальная морская система связи при бедствии и для обеспечения безопасности мореплавания / А.В. Шишкин, В.М. Кошевой, В.И. Купровський, С.Л. Ефимов. С-Пб.: РосКонсульт, 2001. 272 с.

14. Дакі О.А. Метод динамічного програмування щодо синтезу вхідного вимірювального сигналу для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів. *Авіаційно-космічна техніка і технологія.* 2019. № 3(155). С. 57–63. DOI: https://doi.org/10.32620/aktt.2019.3.07.

15. Дакі О.А., Асланов А.В., Билима Р.М., Дениченко А.А., Дехтяр В.В. Метод синтезу вимірювального сигналу для контролю технічного стану суднових радіонавігаційних комплексів. *Новітні технології*. 2019. Вип. 2(9). С. 32–40. DOI: https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.2.09.04.

УДК 656.6:681.5 https://doi.org/10.33298/mataparat.15

Іваненко В.М. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

ОБГРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЇВ ЕФЕКТИВНОСТІ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ

Постановка проблеми. У практиці контролю (вимірювання) параметрів широко використовуються інформаційні оцінки. Згідно з теорією інформації контроль призводить до зменшення міри невизначеності в значеннях параметрів системи порівняно з невизначеністю значень цих параметрів до контролю [1].

Мета статті – обгрунтування критеріїв ефективності радіонавігаційних комплексів.

Невизначеність значень параметрів характеризується ентропією, тому ентропія величини X дорівнює [2]:

$$H(X) = -\int \rho(X) \ln \rho(X) dX . \qquad (1)$$

Виклад основго матеріалу дослідження.

1. Ефективність контролю

Під інформацією про величину X, яку надає результат контролю (вимірювання), будемо розуміти зменшення ентропії цієї величини за рахунок дослідження Д, тобто різницю апріорного та апостеріорного значення ентропії [1,2]

$$I(X, Д) = H(X) - H(X / Д).$$

Дослідження Д складається з вимірювання миттєвих значень вихідного сигналу, тобто в спостереженні вибірки $\Delta y = \{\Delta y(t_1), ..., \Delta y(t_s)\}$. Тому інформація про значення величин $\Delta z = \{\Delta z_1, ..., \Delta z_m\}$, яку надає контроль, дорівнює [3, 4]:

$$I(z, y) = H(\Delta z) - H(\Delta z / \Delta y). \qquad (2)$$

З виразу (2) на підставі (1) отримаємо:

$$I(z, y) = -\int \rho(\Delta z) \ln \rho(\Delta z) d\Delta z + \int \rho(\Delta z / \Delta y) \ln \rho(\Delta z / \Delta y) d\Delta z.$$

Для $\rho(z)$ будемо мати:

$$H(\Delta z) = \int \rho(z) \left[\frac{m}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \Delta z_i^2 \right] dz = \frac{m}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} < \Delta z_i^2 > .$$

Оскільки величини Δz_i вибираються так, що $< \Delta z_i^2 >= 1$, то:

$$H(\Delta z) = \frac{1}{2} \ln (2\pi e)^m. \qquad (3)$$

Аналогічно знайдемо [5]:

$$H(z / y) = -\int \rho(z / y) \left[\frac{m}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln |\det H| + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{m} H_{ij} \nu_i \nu_j \right] d\nu =$$

$$= -\frac{1}{2} \ln (2\pi)^m |\det H| - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{m} H_{ij}^{-1} \int \nu_i \nu_j \rho(z / y) d\nu.$$

Оскільки $\int \nu_i \nu_j \rho(z/y) dz = H_{ij}$, то

$$H(z/y) = -\frac{1}{2}\ln(2\pi)^m |\det H|. \qquad (4)$$

Якщо підставити вираз для $H(\Delta z)$ (3) і $H(z/y)$ (4) в (2), то величина інформації $I(z/y)$, отримана в результаті контролю, розраховується [6]

$$I(z/y) = -\frac{1}{2}\ln|\det H|. \qquad (5)$$

Позначимо через λ_i^{-1}, $i = \overline{1, m}$, власні значення матриці $\tilde{R}_y^{-1}$ у підпросторі векторів z.

Як видно власні значення матриці H дорівнюють σ_ξ^2 / λ_i. Перейдемо до системи координат, в якій матриця H діагональна. У такому запису матриця має вигляд:

$$H = \begin{pmatrix} \sigma_\xi^2/\lambda_1 & ... & ... & 0 \\ 0 & \sigma_\xi^2/\lambda_2 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & ... & ... & \sigma_\xi^2/\lambda_m \end{pmatrix}.$$

При цьому для детермінанта матриці H отримаємо:

$$\det H = \sigma_\xi^{2m}(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m)^{-1}.$$

Отже, величина інформації $I(z/y)$ буде дорівнювати [7]:

$$I(z,y)=\frac{1}{2}\ln(\lambda_1,...,\lambda_m)+m\ln\sigma_\xi=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\ln\lambda_i+m\ln\sigma_\xi. \qquad (6)$$

Оскільки власні значення матриці є інваріантами, тобто не залежать від вибору системи ортонормованих параметрів q_j і z_i, то інваріантом буде й величина інформації $I(z/y)$. Геометричний зміст величини $I(z/y)$: ця величина пропорційна логарифму об'єму еліпсоїду, який породжено матрицею H у підпросторі Z, тобто об'єму апостеріорної області невизначеності параметрів z_i.

Величина $I(z/y)$ залежить від величини дисперсії завади σ_ξ^2, часу спостереження T (або кількості точок відліків s) вихідного сигналу, величини і форми вхідного сигналу $u(t)$. Це виходить з того, що величина $I(z/y)$ визначається елементами матриці $\tilde{R}_y^{-1}$, а вони, у свою чергу, залежать від вказаних величин [8].

Оптимізація процедури (методики) контролю з інформаційної точки зору полягає, таким чином, у знаходженні вхідного сигналу $u_{опт}(t)$, який при заданому рівні завади σ_ξ^2 і заданому часі спостереження T (або кількості відліків s) відгуку забезпечував би максимальне значення величини $I(z/y)$.

Ця функція оптимізації $u_{опт}(t)$ має задовольняти співвідношенню:

$$I(z,y;\{u_{опт}\})=\max_{\{u\}} I(z,y;\{u\}).$$

Величина $I(z/y)$ є монотонно зростаючою функцією часу спостереження T (кількості відліків s). Тому розв'язання поставленої вище задачі для різних значень T одночасно дає також розв'язання задачі зі знаходження такого

вхідного сигналу $u(t)$, який при заданій кількості інформації та дисперсії завади забезпечує максимальний час спостереження T або мінімальну кількість відліків вихідного сигналу s [8, 9].

2. Обгрунтування критерію чутливості контролю радіонавігаційних комплексів

Під чутливістю методу контролю розуміємо ступінь реакції відгуку (вихідного сигналу) на зміну параметрів ОК. Наприклад, за оцінку можна взяти максимальну величину непогодження за час спостереження вихідного сигналу T або середнє за час спостереження значення модулю непогодження [56] тощо. Величина непогодження, яка викликана виходом даного параметра q_j, пропорційна коефіцієнту чутливості за цим параметром $a_j(t) = \partial y(t) / \partial q_j$.

Геометрично величина $a_j(t)$ являє собою складові градієнта функції $y(t, q)$ у просторі змінних q (рис. 1):

$$\nabla y(t, q) = \{a_1(t), a_2(t), ..., a_n(t)\}.$$

При контролі технічного стану РНК засобів водного транспорту визначають зазвичай не параметри q_j, а величини

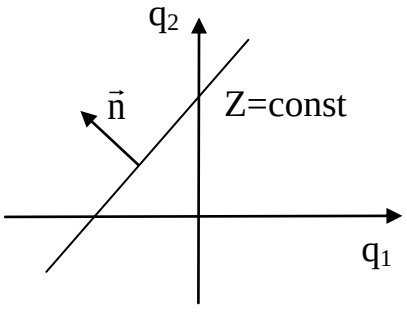


Рисунок 1 – Положення одиничного вектора нормалі та гіперплощини

$\Delta z_i = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} \Delta q_j$, які утворюють лінійний підпростір змінних q_j, розмірності m. Тому від коефіцієнтів чутливості за параметрами q_j слід перейти до коефіцієнтів чутливості за параметрами z_i. Ці коефіцієнти повинні визначатися як похідні величини $\Delta y(t)$ за величинами z_i при умові, що інші величини z_j при $j \neq i$ залишаються постійними [9]. Оскільки підпростір Z ортонормований, то коефіцієнти

чутливості $b_i(t)$ за параметрами z_i є похідними величини $\Delta y(t)$ у напрямі нормалі до гіперплощини $\Delta z_i = \text{const}$, тобто до гіперплощини $\sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} q_j = \text{const}$.

Оскільки, величини α_{ij} задовольняють умові $\sum_{k=1}^{n} \alpha_{ik} \alpha_{jk} = \delta_{ij}$, то при кожному фіксованому значенні коефіцієнта чутливості $b_i(t)$ величини α_{ij} являють собою складові одиничного вектора нормалі до гіперплощини $\Delta z_i = \text{const}$ (рис. 1):

$$\vec{n}_i = \{\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, ..., \alpha_{in}\},\ i = \overline{1, m}.$$

Похідна величини Δy в напрямі нормалі до гіперплощини $\Delta z_i = \text{const}$, тобто $b_i(t)$ буде, отже, дорівнювати множенню ∇y і $\vec{n}_i$ [10]:

$$b_i(t) = \left.\frac{\partial y}{\partial z_i}\right|_{\substack{z_j = \text{const} \\ j \neq i}} = (\vec{n}_i, \nabla y) = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\alpha_{ij}} a_j(t). \qquad (7)$$

У матричній формі коефіцієнти чутливості за величинами множини z запишемо так:

$$b^T = \frac{1}{\alpha} a^T. \qquad (8)$$

За допомогою коефіцієнтів чутливості $b_i(t)$ зміна величини вихідного сигналу Δy на підпросторі величин z може бути записана наступним чином [11, 12]:

$$\Delta y/z = \sum_{i=1}^{m} b_i(t)\Delta z_i = \Delta y_1(t).$$

Величина $\Delta y/z$, яка визначена таким чином, не чутлива до тих змін величин q_j, які не змінюють величини z_i.

За величину непогодження приймемо середньоквадратичну оцінку, тобто інтеграл від квадрата величини $\Delta y/z$, узятий за час $[0, T]$. Така оцінка не є одинично можливою і її вибір обґрунтовано тільки наочністю та простотою отриманих співвідношень [12].

Усереднену за всіма значеннями Δz_i величину цієї оцінки будемо в подальшому називати чутливістю S. Таким чином,

$$S = \int_0^T < \Delta y_1^2(t) > dt = \sum_{i,k} < \Delta z_i \ \Delta z_k > \int_0^T b_i(t) b_k(t) dt . \qquad (9)$$

Оскільки величини Δz_i ортонормовані, то $< \Delta z_i \ \Delta z_k >= \delta_{ik}$ і для величини S отримаємо [13]:

$$S = \int_0^T \sum_{i=1}^{m} b_i^2(t) dt . \qquad (10)$$

У випадку дискретної вибірки вихідного в моменти часу (точках дискретизації) t_k $(k = \overline{1,s})$ будемо мати:

$$S = \sum_{k=1}^{s} \sum_{i=1}^{m} b_i^2(t_k). \qquad (11)$$

У матричній формі співвідношення (19) і (11) приймають вигляд [14]

$$S = Sp\left(b^T b\right).$$

Після підстановки замість b^T його значення з (2.46) і з врахуванням $b = \left(b^T\right)^T = \left(\frac{1}{\alpha} a^T\right)^T = a\left(\frac{1}{\alpha}\right)^T$ знайдемо:

$$S = Sp\left[\frac{1}{\alpha} a^T a\left(\frac{1}{\alpha}\right)^T\right]. \qquad (12)$$

Отримаємо [15]:

$$S = Sp\left[\frac{1}{\alpha}\tilde{R}_y\left(\frac{1}{\alpha}\right)^T\right] - \sigma_\xi^2 SpE = Sp\left[\frac{1}{\alpha}\tilde{R}_y\left(\frac{1}{\alpha}\right)^T\right] - m\sigma_\xi^2.$$

Для спрощення подальших розрахунків за міру чутливості використаємо величину S', яка дорівнює:

$$S' = Sp\left[\frac{1}{\alpha}\tilde{R}_y\left(\frac{1}{\alpha}\right)^T\right]. \qquad (13)$$

Оскільки при заданій заваді величина σ_ξ^2 постійна, то оптимізація величини S' повністю еквівалентна оптимізації величини S [16].

Позначимо $\tilde{R}'_y = \frac{1}{\alpha}\tilde{R}_y\left(\frac{1}{\alpha}\right)^T$. Як було показано вище, множення оператора, діючого в просторі векторів q, зліва на $\frac{1}{\alpha}$, а справа на $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^T$, проектує цей оператор з простору q розмірності n в підпростір z розмірності m, отже $\tilde{R}'_y$ – це оператор, діючий у підпросторі z. Власні значення цього оператора позначимо через λ'_i, $i = \overline{1,m}$. Оскільки Sp оператора дорівнює сумі його власних значень, то з (13) [17]

$$S' = \sum_{i=1}^{m} \lambda'_i . \qquad (14)$$

Як видно з цієї формули, чутливість S або S' також є інваріантною оцінкою контролю, тобто не залежить від вибору змінних q_j і z_i.

Зміст розглянутої вище оцінки можна пояснити також іншим чином. Розіб'ємо увесь простір q на підпростір z розмірності m і ортогональний до нього підпростір z' розмірності $n - m$. Орти підпростору z' ортогональні всім ортам підпростору z. Сукупність ортів підпростору z і підпростору z' утворює повну ортонормовану систему, яку отримано деяким поворотом в просторі q. За допомогою цієї системи ортів запишемо величину вихідного сигналу [18]:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{m} b_i(t)\Delta z_i + \sum_{j=m+1}^{n} b'_j(t)\Delta z_j + \xi(t) = \Delta y_1(t) + \Delta y_2(t) + \xi(t). \qquad (15)$$

Корисну інформацію про величини z_i несе тільки частина вихідного сигналу $\Delta y_1(t)$. Складова вихідного сигналу $\Delta y_2(t)$ не залежить від величин z_i. Вона визначається тільки тими змінними z'_i, які не підлягають визначенню в

результаті контролю. Ця складова при контролі заважає визначенню величин z_i і є, отже, завадою. Оскільки підпростори z і z' ортогональні друг другу, то величини z_i і z'_i незалежні, що означає $< z_i\, z'_i >= 0$. Звідси виходить, що складові відгуку $\Delta y_1(t)$ і $\Delta y_2(t)$ також незалежні (некорельовані). Дійсно, з формули (15) отримаємо:

$$< \Delta y_1(t)\, \Delta y_2(t) >= \sum_{i,j} b_i(t) b'_j(t) < \Delta z_i\, \Delta z'_j > = 0 .$$

Відміна складової $\Delta y_2(t)$ від завади $\xi(t)$ полягає в тому, що величини $\Delta y_2(t)$ у різні моменти часу t_1 і t_2 залежать одна від одної протягом усього інтервалу контролю $[0, T]$ [19]:

$$< \Delta y_2(t_1)\, \Delta y_2(t_2) >= \sum_{i} b'_i(t_1) b'_i(t_2) \neq 0 .$$

Величина чутливості S визначає чутливість тільки корисної частини сигналу $\Delta y_1(t)$.

Задача оптимізації процедури (методики) контролю за чутливістю може бути сформульована наступним чином: при заданій тривалості контролю T або кількості відліків вихідного сигналу s знайти такий оптимальний тестовий сигнал $u_{опт}(t)$, при якому величина чутливості S найбільша (максимальна) [20, 21]:

$$S(\{u_{опт}\}) = \max_{\{u\}} S(\{u\}).$$

Як видно з виразів (10) і (11), чутливість S зі збільшенням тривалості контролю T або кількості відліків s монотонно зростає, то розв’язання

поставленої задачі визначає також оптимальний тестовий сигнал $u_{опт}(t)$, який при заданій чутливості забезпечує мінімальну тривалість контролю [20].

Причому величина S не залежить від дисперсії завади σ_ξ^2, а величина чутливості S' залежить від неї адитивно, отже, оптимальний тестовий сигнал не буде залежати від завади σ_ξ^2. Інакше сигнал $u_{опт}(t)$, який забезпечує максимальну чутливість або мінімальний час контролю при деякому рівні завади, буде їх забезпечувати і при іншій заваді [20, 21].

Висновки. У статті обгрунтовано взаємозв'язок між запропонованими показниками оптимізації вхідних тестових сигналів. Доведено, що метод синтезу складного тестового сигналу, який оснований на максимальній чутливості, одночасно буде призводити до мінімальної похибки та максимальної кількості інформації про технічний стан РНК засобів водного транспорту, що контролюються.

Наведені результати пояснюють зв'язок між методами синтезу складних тестових сигналів, основаними на різних оцінках.

Таким чином, розроблений метод обґрунтування критеріїв оптимальності тестових сигналів дозволяє запропонувати задачу синтезу вхідних сигналів: знайти такий вхідний складний тестовий сигнал u(t), при якому за час контролю T функція апріорної щільності розподілу параметрів контролю ρ переходить з початкового стану ρ_1 у той, при якому $\rho \to \min$, тобто в запропонований стан ρ_3 .

Список літератури

1. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод оптимізації параметрів вимірювального полігармонійного сигналу з використанням функції Лагранжа. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля.* 2019. № 2 (250). С.89–94.

2. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод синтезу вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля.* 2019. № 3 (251). С. 176–180.

3. Тимощук О.М., Дакі О.А. Критерії синтезу вимірювальних сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів управління рухом. *МНТК «Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ».* Львів: НАСВ. 2019. С. 269.

4. Тихонов І.В., Баранов Г.Л.,. Банішевський С.А Аналітична модель інформаційної технології підвищення безпеки руху на внутрішніх водних шляхах. *«Автоматика – 2008». Доклади XV Міжнародної конференції з автоматичного управління.* Одеса: ОНМА. 2008. С. 945–946.

5. Тихонов І.В. Методика підвищення ефективності навігаційного забезпечення плавання на внутрішніх водних шляхах. *Вісник Національного технічного університету України «КПІ». Серія «Радіотехніка. Радіоапаратобудування»*. К., 2010. Вип. № 40. С. 199–201.

6. Трегубов И.С. Развитие радионавигации в Китае. *Морской транспорт. Экспресс-информация. Серия Судовождение, связь и безопасность мореплавания.* М., Выпуск 9. 1996. 328 с.

7. Трояновский А.Д., Клуга А.М., Цилькер Б.Я. Бортовое оборудование радиосистем ближней навигации. М.: Транспорт, 1990. 182 с.

8. Тучин Д.А. Кодовые измерения псевдодальности системы GPS. Модель ошибок и априорная оценка точности определения вектора положения. Российская Академия Наук, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша. М., 2002. 17 с.

9. Харисов В.А., Перов А.И., Болдин В.А. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС. М.: ИПРЖР, 1998. 400 с.

10. Чарльз Калверт. Delphi 5. Энциклопедия пользователя. К.: Изд. ДиаСофт Лтд. 1996. 736 с.

11. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Аналіз сучасного стану та перспективні

напрямки синтезу оптимальних полігармонічних сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки. *Системи обробки інформації*. 2002. Вип. 5 (21). С. 214–217.

12. Чинков В.Н., Крыхтин Ю.А. Адаптивный метод нахождения модуля амплитудного значения полигармонического сигнала. *Системи обробки інформації.* 2005. Вип. 2(42). С. 141–145.

13. Чинков В.М., Герасимов С.В. Варіаційний метод і методики синтезу оптимального вимірювального сигналу для контролю технічного стану системи автоматичного управління. Український метрологічний журнал. 2014. № 1. С. 59–64.

14. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Синтез бінарного сигналу з рівномірним спектром за критерієм мінімуму розкиду амплітуд корисних гармонік методом послідовного квадратичного програмування. *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. 2006. Вип. 3(9). С. 144–147.

15. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1982. 272 с.

16. Шестеркин А.Н. Система моделирования и исследования радиоэлектронных устройств Multisim. М.: ДКМ Пресс, 2012. 360 с.

17. Шильман С.В. Адаптивные фильтры Кальмана. Докл. РАН. 1994. Т. 338. № 6. С. 724–744.

18. Глобальная морская система связи при бедствии и для обеспечения безопасности мореплавания / А.В. Шишкин, В.М. Кошевой, В.И. Купровський, С.Л. Ефимов. С-Пб.: РосКонсульт, 2001. 272 с.

19. Шорохов М.Н. Вибросейсмическая полевая приемо-регистрирующая станция. *Труды Международной конференции "Информационные системы и технологии" (ИСТ 2003).* Том 2. Новосибирск: НГТУ. 2003. С. 182–187.

20. Admiralty list of radio signals "Coast radio stations". Vol. 1(2). NP 281(2). 2000. P. 361.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У матеріалах монографії наведено оригінальне вирішення актуальної науково-технічної задачі розвитку фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів для діагностичного контролю технічного стану енергетичних установок та радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. Розроблені у роботі методи і математична модель дозволяють:

– зменшити витрати на обслуговування та експлуатацію засобів водного транспорту за рахунок зменшення часу його простою при контролі технічного стану та підвищення рівня його готовності до експлуатації;

– підвищити достовірність контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту за рахунок застосування динамічних фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів, які характеризують дефекти (несправність) двигунів.

1. Проведений аналіз сучасного стану методів і засобів контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту та напрямків розвитку методів спектрального аналізу характеристик випадкових сигналів для діагностичного контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту. Обґрунтовані часткові завдання дослідження та методи їх розв’язання. Доведено, що розробка фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів для діагностичного контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту є актуальним завданням.

2. У монографії наведене теоретичне узагальнення та нове розв’язання науково-технічної задачі, мета розв’язання якої полягає у підвищенні достовірності діагностичного контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту та зменшення витрат на експлуатацію таких засобів.

У рамках поставленої задачі вирішені часткові завдання: проведено аналіз сучасного стану методів вимірювання оцінок спектральної щільності

потужності випадкових сигналів; розроблена узагальнена математична модель оцінок спектральної щільності потужності для апаратурних методів спектрального аналізу; розроблено метод множення вимірювання оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів; узагальнені методи апаратурного спектрального аналізу випадкових сигналів; отримані аналітичні вирази для математичного очікування та дисперсії оцінок спектральної щільності потужності, які необхідні для оптимізації форми амплітýдно-частóтної характери́стики вузько-смугових фільтрів для спектрального аналізу; розроблено метод оптимізації амплітýдно-частóтної характери́стики вузько-смугового фільтра для спектрального аналізу випадкових сигналів за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки апроксимації ідеальної (прямокутної) амплітýдно-частóтної характери́стики фільтра; проведено моделювання амплітýдно-частóтної характери́стики динамічного вузько-смугового фільтра для методу множення вимірювання оцінки спектральної щільності потужності для двох окремих законів зміни характеристик фільтра в процесі вимірювання характеристик випадкових сигналів для контролю технічного стану засобів водного транспорту.

3. Отримані у роботі теоретичні результати можуть бути застосовані при створенні мобільних контрольно-діагностичних комплексів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту. Це дозволяє скоротити витрати часу на проведення контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту та підвищити його достовірність.

Результати імітаційного моделювання отриманих результатів показали, що застосування запропонованих методів при діагностичному контролі технічного стану двигунів засобів водного транспорту зменшує витрати часу на простій транспорту до 30%. Це дозволяє економити кошти до 25% від річних витрат на обслуговування засобів водного транспорту та до 15% коштів при транспортуванні вантажів за рахунок виключення можливих відмов у двигунах при переміщенні за вказаним маршрутом руху. При цьому підвищується

достовірність діагностування технічного стану двигунів на (10…36)% залежно від методу діагностичного контролю.

Також, отримані результати показали, що застосування запропонованих результатів при контролі технічного стану енергетичних установок та радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту доцільно як за інформаційним показником (підвищується достовірність визначення технічного стану двигунів), так і за показником економічності (порівняно з застосуванням відомих методів, наприклад постійного моніторингу окремих параметрів або вібродіагностування).

Теоретичні результати можуть бути застосовані при створенні мобільних контрольно-діагностичних комплексів для контролю технічного стану енергетичних установок та радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. Це дозволить скоротити витрати часу на проведення контролю технічного стану та підвищити його достовірність його визначення.

Практичне значення отриманих у роботі результатів полягає у тому, що запропоновані методи синтезу фільтрів використовуються для оцінки характеристик випадкових сигналів при контролі технічного стану енергетичних установок та радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. Це дозволить обґрунтовувати рішення про прийняття в експлуатацію нових або модернізацію існуючих контрольно-діагностичних комплексів, що є складовою аналізу та синтезу системи контролю технічного стану засобів водного транспорту.

4. Максимально повну інформацію про результати контролю містить умовна апостеріорна функція розподілу. Ця функція, з одного боку, дозволяє отримати максимально можливу при даному вихідному сигналі інформацію про технічний стан РНК засобів водного транспорту. З іншого боку, умовна апостеріорна функція розподілу дозволяє визначити кількісні оцінки завадозахищеності контролю. При нормальному законі розподілу завади всі

кількісні оцінки контролю можуть бути отримані через елементи кореляційної матриці умовної апостеріорної функції розподілу.

5. Власні числа кореляційної матриці умовної апостеріорної функції розподілу повністю визначають геометричні розміри та форму апостеріорної області, в якій знаходяться параметри комплексу після контролю.

Різні кількісні оцінки (чутливість, точність і кількість інформації контролю) визначаються різними геометричними характеристиками апостеріорної області, зв’язаної з кореляційною матрицею.

6. Введено поняття «інваріантної оцінки». Величина інваріантної оцінки не змінюється при переході від початкової системи параметрів до іншої ортонормованої системи параметрів. Це дозволяє вважати інваріантні оцінки об’єктивними характеристиками методу контролю. Максимально повною характеристикою методу контролю є вся сукупність інваріантних оцінок. Точність, чутливість і кількість інформації є інваріантними оцінками.

7. Усі інваріантні оцінки є функціоналами, які залежать від вхідного сигналу. Оскільки вигляд цих функціоналів відомий, то кожна з цих оцінок дозволяє сформулювати задачу про визначення вхідного сигналу, який оптимізує контроль з погляду даної оцінки, наприклад, визначити вхідний сигнал, який забезпечує максимальну точність, або максимальну чутливість, або максимальну кількість інформації.

8. Оскільки вигляд функціоналів, які визначають показники оптимізації, різний, то вхідні сигнали, які є оптимальними за різними показниками, також є різними. Так, вхідний сигнал, який забезпечує максимальну чутливість контролю, може не забезпечувати максимальну точність. Наведено, що при значному рівні завади або незначній тривалості контролю, усі варіаційні характеристики еквівалентні та вхідний сигнал, який є оптимальним за одним з показників, одночасно є оптимальним й за іншими показниками.

Також наведено, що при всіх випадках, за винятком особливого, використовувати для визначення оптимального вхідного сигналу будь-яку з

інваріантних оцінок. Із них найпростіше використовувати показник чутливості контролю, оскільки, з одного боку, цей показник є квадратичним за вхідним сигналом функціоналом, а, з іншого боку, розрахований за допомогою цього показника вхідний сигнал не залежить від рівня завади.