

Ліганенко В.В. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ РЕАЛІЗАЦІЇ ОПТИМАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ СПЕКТРАЛЬНОГО ВІКНА ПРИ ЗАСТОСУВАННІ ДИНАМІЧНИХ ФІЛЬТРІВ

Постановка проблеми. Отримаємо вихідні співвідношення для оптимального синтезу параметрів смугових динамічних фільтрів для двох методів вимірювання оцінки СЦП: методу множення та методу безпосередньої фільтрації [1].

Мета статті – дослідження можливостей реалізації оптимальних функцій спектрального вікна при застосуванні динамічних фільтрів.

Для цих методів вимірювання оцінки СЦП описуються відповідно до виразів:

$$\hat{G}_1(\omega_0, \Delta\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t)dt, \quad (1)$$

$$\hat{G}_2(\omega_0, \Delta\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T y^2(t)dt. \quad (2)$$

Вихідний сигнал смугового динамічного фільтра з імпульсною перехідною характеристикою $h(t, \tau)$, що є функцією часу, описується виразом [1]

$$y(t) = \int_0^t h(t, \tau)x(\tau)d\tau = \int_0^t h_t(t - \tau)x(\tau)d\tau, \quad (3)$$

де $h_t(t - \tau) = h(t, t - \tau)$ – імпульсна перехідна характеристика динамічного фільтра;

індекс t тут і надалі – означає залежність, тобто перебудову в часі відповідних характеристик (параметрів) фільтра.

Знайдемо математичні очікування та дисперсії оцінок СЩП \hat{G}_1, \hat{G}_2 .

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Математичне очікування оцінок спектральної щільності потужності при використанні динамічних фільтрів

Для математичного очікування оцінки СЩП \hat{G}_1 методу множення з урахуванням співвідношення (1) маємо [2]

$$M[\hat{G}_1] = \frac{1}{T} \int_0^T \langle x(t)y(t) \rangle dt. \quad (4)$$

Обчислимо середнє значення добутку вхідного та відфільтрованого сигналів $x(t), y(t)$, тобто $\langle x(t)y(t) \rangle$. Беручи до уваги вираз (3), отримаємо

$$\langle x(t)y(t) \rangle = \int_0^t h_t(t - \tau) \langle x(t)x(\tau) \rangle dt,$$

$$\text{або } \langle x(t)y(t) \rangle = \int_0^t h_t(\tau) R_x(\tau) d\tau, \quad (5)$$

де $R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) e^{-j\omega\tau} d\omega$ – кореляційна функція сигналу $x(t)$;

$G_x(\omega)$ – СЩП сигналу $x(t)$.

З урахуванням співвідношення (5) формула (4) приймає вигляд [3]

$$\langle x(t)y(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^t d\tau h_t(\tau) G_x(\omega) e^{-j\omega\tau} = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) W_t(j\omega) d\omega, \quad (6)$$

де $W_t(j\omega) = \int_0^t h_t(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$ – комплексна частотна характеристика динамічного фільтра

(7)

Після підстановки рівності (6) в вираз (3) маємо

$$M[\hat{G}_1] = \frac{1}{T} \int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) W_t(j\omega) dt d\omega. \quad (8)$$

Так як функція $G_x(\omega)$ – речова парна функція, то для правої частини рівності (8) запишемо

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} G_x W_t(j\omega) d\omega &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) [W_t(j\omega) + W_t(-j\omega)] d\omega = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} G_x \operatorname{Re} W_t(j\omega) dt. \end{aligned}$$

Тоді

$$M[\hat{G}_1] = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) \Phi_1(\omega) d\omega, \quad (9)$$

де $\Phi_1(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{Re} W_t(j\omega) dt$ –

(10)

функція спектрального вікна вузько-смугового фільтра для методу множення спектрального аналізу.

Визначимо математичне очікування оцінки СЦП для методу безпосередньої фільтрації реалізованого на основі динамічних фільтрів. З використанням виразу (2) маємо [3, 4]

$$M[\hat{G}_2] = \frac{1}{T} \int_0^T \langle y^2(t) \rangle dt. \quad (11)$$

Обчислимо $\langle y^2(t) \rangle$. З урахуванням рівності (3) запишемо

$$\langle y^2(t) \rangle = \int_0^t d\tau \int_0^t dt' h_t(t-\tau) h_t(t-\tau') \langle x(\tau) x(\tau') \rangle,$$

або

$$\begin{aligned} \langle y^2(t) \rangle &= \int_0^t \int_0^t d\tau dt' h_t(t-\tau) h_t(t-\tau') R_x(\tau-\tau') = \\ &= \int_0^t \int_0^t d\tau dt' h_t(\tau) h_t(\tau') R_x(\tau-\tau'). \end{aligned} \quad (12)$$

На підставі теореми Вінера-Хінчіна вираз (11) представимо у вигляді

$$\langle y^2(t) \rangle = \int_0^t \int_0^t d\tau dt' h_t(\tau) h_t(\tau') e^{j\omega(\tau-\tau')} \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) |W_t(j\omega)|^2 d\omega. \quad (13)$$

Підставляючи співвідношення (13) в формулу (11), отримаємо [3, 11]

$$M[\hat{G}_2] = \frac{1}{T} \int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) |W_t(j\omega)|^2 dt d\omega.$$

Представимо цю рівність так:

$$M[\hat{G}_2] = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) \Phi_2(\omega) d\omega, \quad (14)$$

де $\Phi_2(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T |W_t(j\omega)|^2 dt$ – ФСВ вузько-смугового фільтра для методу безпосередньої фільтрації спектрального аналізу.

2. Дисперсія оцінок спектральної щільності потужності при використанні динамічних фільтрів

Дисперсію оцінки СЦП \hat{G}_1 для кореляційно-фільтрової методу спектрального аналізу визначимо, використовуючи співвідношення

$$D[\hat{G}_1] = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt dt' [\langle x(t)y(t)x(t')y(t') \rangle - \langle x(t)y(t) \rangle \langle x(t')y(t') \rangle] = \\ = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt dt' [\langle x(t)x(t') \rangle \langle y(t)y(t') \rangle + \langle x(t)y(t') \rangle \langle x(t')y(t) \rangle]. \quad (15)$$

Обчислимо величини:

$$a) \quad \langle y(t)y(t') \rangle = \int_0^t d\tau \int_0^{t'} d\tau' h_t(\tau) h_{t'}(\tau') \langle x(t-\tau)x(t'-\tau') \rangle = \\ = \int_0^t d\tau \int_0^{t'} d\tau' h_t(\tau) h_{t'}(\tau') R_x(t-t'-\tau+\tau').$$

На підставі теореми Вінера-Хинчина маємо

$$\langle y(t)y(t') \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^t d\tau \int_0^{t'} d\tau' h_t(\tau) h_{t'}(\tau') S_x(\omega) e^{j\omega(t-t'-\tau+\tau')}.$$

З урахуванням рівності (7) отримаємо

$$\langle y(t)y(t') \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) e^{j\omega(t-t')} W_t^*(j\omega) W_{t'}(j\omega) d\omega, \quad (16)$$

$$W_{t'}^*(j\omega) = \int_0^{t'} h_{t'}(\tau') e^{j\omega\tau'} d\tau';$$

$$\text{б) } \langle x(t)y(t') \rangle = \int_0^{t'} h_{t'}(\tau) \langle x(t)x(t' - \tau) \rangle d\tau = \int_0^{t'} h_{t'}(\tau) R(t - t' + \tau) d\tau.$$

Беручи до уваги теорему Вінера-Хинчина, маємо

$$\langle x(t)y(t') \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) e^{j\omega(t-t')} W_{t'}(j\omega) d\omega; \quad (17)$$

в) для величини $\langle x(t')y(t) \rangle$ аналогічно попередньому, тобто $\langle x(t)y(t') \rangle$, маємо

$$\langle x(t')y(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega') e^{j\omega'(t'-t)} W_{t'}(j\omega') d\omega'. \quad (18)$$

З огляду на рівності (11), (17) і (18) у формулі (15), отримаємо

$$D[\hat{G}_1] = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt dt' \left[R_x(t-t') \int_{-\infty}^{\infty} d\omega G_x(\omega) e^{j\omega(t-t')} W_t^*(j\omega) W_{t'}(j\omega) + \int_{-\infty}^{\infty} d\omega d\omega' G_x(\omega) G_x(\omega') e^{j\omega(t-t')} W_{t'}(j\omega) e^{j\omega'(t'-t)} W_t(j\omega') \right],$$

або, застосовуючи теорему Вінера-Хинчина для величини $R_x(t-t')$, маємо [4]

$$D[\hat{G}_1] = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega d\omega' G_x(\omega) G_x(\omega') \left\{ \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt dt' e^{j\omega(t-t') + j\omega'(t'-t)} \left[W_t^*(j\omega) W_{t'}(j\omega) + W_{t'}(j\omega) W_t(j\omega') \right] \right\}.$$

Дану рівність запишемо так

$$D[\hat{G}_1] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega d\omega' G_x(\omega) G_x(\omega') \Psi_1(\omega, \omega'), \quad (19)$$

де

$$\Psi_1(\omega, \omega') = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt dt' e^{j\omega(t-t') + j\omega'(t'-t)} [W_t^*(j\omega) W_{t'}(j\omega) + W_{t'}(j\omega) W_t(j\omega')]. \quad (20)$$

Так як дисперсію досить обчислити лише приблизно, а функція $\Psi_1(\omega, \omega')$ згідно з рівністю (21), має різкий максимум при $\omega = \omega' = \pm\omega_0$, то вираз (19) перетворимо до виду

$$D[\hat{G}_1] \approx G_x^2(\omega_0) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_1(\omega, \omega') d\omega d\omega'. \quad (21)$$

Обчислимо в цій формулі подвійний інтеграл, з урахуванням рівності (13) і (20) маємо

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_1(\omega, \omega') d\omega d\omega' &= \frac{4\pi^2}{T^2} \int_0^T dt \int_0^t d\tau h_t^2(\tau) = \\ &= \frac{2\pi}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt |W_t(j\omega)|^2 = \frac{4\pi}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt [\operatorname{Re} W_t(j\omega)]^2. \end{aligned} \quad (22)$$

З урахуванням рівності (22) для вираження (21) отримаємо [5]

$$D[\hat{G}_1] = \frac{4\pi}{T^2} G_x^2(\omega_0) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt [\operatorname{Re} W_t(j\omega)]^2. \quad (23)$$

Дисперсію оцінки СЩП \hat{G}_2 для методу безпосередньої фільтрації визначимо з виразу

$$D[\hat{G}_2] = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt dt' \left[\langle y^2(t)y^2(t') \rangle - \langle y^2(t) \rangle \langle y^2(t') \rangle \right]. \quad (24)$$

У цьому співвідношенні величину $\langle y^2(t)y^2(t') \rangle$, беручи до уваги нормальний закон розподілу вхідних сигналів, уявімо в такий спосіб

$$\langle y^2(t)y^2(t') \rangle = \langle y(t)y(t)y(t')y(t') \rangle = \langle y^2(t) \rangle \langle y^2(t') \rangle + 2(\langle y(t)y(t') \rangle)^2.$$

З урахуванням даної рівності зі співвідношення (24) знаходимо

$$D[\hat{G}_2] = \frac{2}{T^2} \int_0^T \int_0^T (\langle y(t)y(t') \rangle)^2 dt dt'.$$

Підставимо в цю формулу рівність (16), маємо

$$D\hat{G}_2 = \frac{2}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt dt' \left[\int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) e^{j\omega(t-t')} W_t(j\omega) W_{t'}(j\omega) d\omega \right]^2.$$

Запишемо дане співвідношення у вигляді [5, 6]

$$D[\hat{G}_2] = \frac{2}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt dt' \int_{-\infty}^{\infty} d\omega d\omega' G_x(\omega) G_x(\omega') e^{j\omega(t-t') - j\omega'(t-t')} \times \\ \times W_t^*(j\omega) W_{t'}(j\omega) W_t(j\omega') W_{t'}^*(j\omega'),$$

або, за аналогією з виразом (19),

$$D[\hat{G}_2] = \iint_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) G_x(\omega') \Psi_2(\omega, \omega') d\omega d\omega', \quad (25)$$

де

$$\Psi_2(\omega, \omega') = \frac{2}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt dt' e^{j\omega(t-t') - j\omega'(t-t')} W_t^*(j\omega) W_{t'}(j\omega) W_t(j\omega') W_{t'}^*(j\omega'). \quad (26)$$

Як слідує з формули (26), функція $\Psi_2(\omega, \omega')$, аналогічно функції $\Psi_1(\omega, \omega')$, має різкий максимум при $\omega = \omega' = \pm\omega_0$, тому наближено маємо

$$D[\hat{G}_2] \approx G_x^2(\omega_0) \int_0^T d\omega d\omega' \Psi_2(\omega, \omega'). \quad (27)$$

За аналогією з попередніми висловлюваннями (21) і (22), обчислимо наближено подвійний інтеграл [6]

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \Psi_2(\omega, \omega') d\omega d\omega' \approx \frac{4\pi}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T |W_t(j\omega)|^4 dt. \quad (28)$$

З урахуванням рівності (28) вираз (27) набуває вигляду

$$D[\hat{G}_2] = \frac{4\pi}{T^2} G_x^2(\omega_0) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T |W_t(j\omega)|^4 dt. \quad (29)$$

Визначимо відносні дисперсії оцінок СЦП \hat{G}_1 і \hat{G}_2 :

— для методу множення

$$\delta\hat{G}_1 = \frac{D[\hat{G}_1]}{(M[\hat{G}_1])^2} = \frac{4\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T [\operatorname{Re} W_t^{(1)}(j\omega)]^2 dt}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T \operatorname{Re} W_t^{(1)}(j\omega) dt \right]^2}; \quad (30)$$

– для методу безпосередньої фільтрації

$$\delta\hat{G}_2 = \frac{D[\hat{G}_2]}{(M[\hat{G}_2])^2} = \frac{4\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T [W_t^{(2)}(j\omega)]^4 dt}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T W_t^{(2)}(j\omega) dt \right]^2}, \quad (31)$$

де індекси (1) та (2) в позначеннях комплексної частотної характеристики $W_t(j\omega)$ введені відповідно для методу множення та методу безпосередньої оцінки [7].

З попарного порівняння виразів (30), (31) і (10), (14) робимо висновок, що метод множення та метод безпосередньої фільтрації вимірювання оцінок СЩП із застосуванням динамічних вузько-смугових фільтрів будуть еквівалентні, по-перше, по ФСВ, що означає виконання рівності $\Phi_1(\omega) = \Phi_2(\omega)$, і, по-друге, по точності, тобто відносної дисперсії оцінок СЩП ($\delta\hat{G}_1 = \delta\hat{G}_2$), при виконанні умови

$$\operatorname{Re} W_t^{(1)}(j\omega) = |W_t^{(2)}(j\omega)|^2. \quad (32)$$

Назвемо рівність (32) умовою еквівалентності розглянутих фільтрових методів вимірювання оцінок СЩП по точності. У загальному випадку ця умова виконана бути не може, оскільки права частина рівності є свідомо позитивною

величиною, а його ліва частина може бути як позитивною, так і негативною величиною, але в окремих випадках цю умову можна виконати.

У формулі (30), беручи до уваги рівність (8), перейдемо до часового подання

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T \operatorname{Re} W_t^{(1)}(j\omega) dt = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt \int_0^t h_t^{(1)}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau = \pi \int_0^T h_t^{(1)}(0) dt, \quad (33)$$

$$\text{де } h_t^{(1)}(0) = 2 \int_0^t h_t^{(1)}(\tau) \delta(\tau) d\tau.$$

З урахуванням співвідношення (33) формула (30) приймає вид

$$\delta \hat{G}_1 = \frac{4 \int_0^T dt \int_0^t [h^{(1)}(0)]^2 d\tau}{\left[\int_0^T h_t^{(1)}(0) dt \right]^2}. \quad (34)$$

Для стаціонарного фільтра за умови $T\Delta\omega \gg 1$ справедлива рівність [8]

$$\delta \hat{G}_1 = \frac{4}{T^2 [h^{(1)}(0)]^2} \int_0^T (T - \tau) [h^{(1)}(0)]^2 d\tau \approx \frac{4}{T [h^{(1)}(0)]^2} \int_0^T [h^{(1)}(\tau)]^2 d\tau.$$

Таким чином, формули (10) і (30) або (34) є вихідними для синтезу оптимального динамічного фільтра при апаратурній реалізації методу множення вимірювання оцінки СЦП, заснованого на тимчасовому усередненні твори вихідної і відфільтрованої реалізації випадкового сигналу, а формули (13), (32) – для синтезу оптимального динамічного фільтра методу

безпосередньої фільтрації, заснованого на часовому усередненні квадрата фільтрованої реалізації випадкового сигналу.

Для пояснення фізичного змісту завдань оптимізації динамічних фільтрів, використовуваних при спектральному аналізі випадкових сигналів, звернемося до формул функції спектрального вікна (15), (20) і відносної дисперсії оцінки СЦП (33), (34) для методу множення та методу безпосередньої оцінки. Із зазначених формул слідує, що всі вони містять комплексну частотну характеристику $W(j\omega)$. Тому кожен пару формул представимо в узагальненому вигляді [9]:

– для ФСВ динамічних фільтрів, виходячи із співвідношень (15) і (20), запишемо

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \varphi_t(\omega) d\omega \equiv \langle \varphi_t(\omega) \rangle, \quad (35)$$

– для відносної дисперсії оцінок СЦП, згідно з виразами (30) і (31), маємо

$$\delta \hat{G} = \frac{4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T \varphi_t^2(\omega) dt \right] d\omega}{T \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T \varphi_t(\omega) dt \right] d\omega \right\}^2} = \frac{4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \langle \varphi_t^2(\omega) \rangle d\omega}{T \left[\int_{-\infty}^{\infty} \langle \varphi_t(\omega) \rangle d\omega \right]^2}, \quad (36)$$

де $\varphi_t(\omega)$ – узагальнена функція, що залежить від комплексної частотної характеристики динамічного фільтра та методу спектрального аналізу, при реалізації якого він використовується [10].

Тоді запишемо для

– для методу множення спектрального аналізу

$$\varphi_t(\omega) = \operatorname{Re} W_t(j\omega);$$

– для методу безпосередньої фільтрації

$$\varphi_t(\omega) = |W_t(j\omega)|^2 .$$

Таким чином, з виразів (35), (36) відповідно для функції спектрального вікна фільтра $\Phi(\omega)$ і відносної дисперсії оцінки СЦП $\delta\hat{G}$, видно, що $\Phi(\omega)$ і $\delta\hat{G}$ залежать від однієї і тієї ж функції $\varphi_t(\omega)$.

Тому незалежно мінімізувати дисперсію оцінки СЦП і похибки апроксимації, що викликається відмінністю форми спектрального вікна фільтра $\Phi(\omega)$ від ідеальної, що призводить до зміщення оцінки СЦП не можна. Зменшення похибки зсуву в загальному випадку призводить до збільшення відносної дисперсії оцінки СЦП і навпаки [11, 12].

Оптимальний закон перебудови параметрів динамічного фільтра, тобто отримання оптимальної функції $\varphi_t(\omega)$, визначається рішенням задачі оптимізації, яка формулюється так: в заданому класі функцій $\varphi_t(\omega)$ знайти таку, яка забезпечувала б при заданому часі вимірювання (аналізу) T мінімум відносної дисперсії оцінки СЦП $\delta\hat{G}$ за умови, що похибка апроксимації ухилення форми спектрального вікна від ідеальної (прямокутної) форми не перевищує заданого допустимого значення.

Клас допустимих функцій $\varphi_t(\omega)$ і, отже, допустимих комплексних частотних характеристик $W(j\omega)$ визначається можливостями реалізації вузько-смугового динамічного фільтра. А так як складність реалізації вузько-смугового фільтра залежить, в основному, від його порядку, то, природно, порядком фільтра визначається і клас допустимих функцій $\varphi_t(\omega)$. При цьому оптимізація законів перебудови параметрів динамічного фільтра зводиться до

стандартної варіаційної задачі, яка може бути вирішена відомими методами [12].

Висновки. Таким чином, розроблений метод синтезу характеристик динамічного вузько-смугового фільтру для спектрального аналізу випадкових сигналів, які характеризують дефекти (несправності) двигунів засобів водного транспорту для контролю їх технічного стану.

Запропоновано метод оптимізації ФСВ (спектральної або частотної характеристики) вузько-смугового фільтру для спектрального аналізу випадкових сигналів за середньоквадратичним критерієм, тобто мінімуму середньоквадратичної похибки апроксимації ідеальної (прямокутної) ФСВ фільтру реальної ФСВ. Отримано вихідне співвідношення для імпульсної перехідної характеристики фільтру при методі множення вимірювання оцінки СЦП. Показано, що для методу безпосередньої фільтрації вимірювання оцінки СЦП оптимальна імпульсна характеристика не може бути отримана.

Розроблено метод оптимізації функції спектрального вікна вузько-смугових фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів по мінімуму впливу бічних пелюсток ФСВ на похибка вимірювання оцінки СЦП. Отримано співвідношення для оптимальної імпульсної перехідної характеристики фільтру.

В результаті постановки і розв'язання зазначених задач оптимізації отримані аналітичні співвідношення для ФСВ вузько-смугового фільтру, які дозволяють при заданих значеннях часу аналізу та відносної дисперсії оцінки СЦП оптимально (за відповідним критерієм) апроксимувати ідеальне спектральне вікно фільтру для спектрального аналізу випадкових сигналів, які характеризують дефекти (несправності) двигунів засобів водного транспорту.

Отримані вихідні співвідношення для оптимального синтезу законів перебудови характеристик динамічних смугових фільтрів для методу множення та методу безпосередньої фільтрації вимірювання оцінок СЦП. Ці співвідношення пов'язують статистичні характеристики оцінок СЦП

(математичне очікування й дисперсію) зазначеними методами з характеристиками динамічного фільтра (ФСВ, комплексної частотної характеристикою тощо) і вимірюваної СЦП. Отримано умову еквівалентності по точності методу множення та методу безпосередньої фільтрації.

Список літератури

1. Войтенко С.С., Герасимов С.В., Куценко В.В. Напрями удосконалення системи контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. Х.: ХНУПС. 2016. Вип. 3 (24). С. 127–131.
2. Особливості системного підходу до вирішення наукових завдань експлуатації суднового обладнання: підручник / В.І. Богом'я, А.В. Горбань, М.А. Павленко, О.І. Тимочко, О.М. Тимошук; за заг. ред. О. М. Тимошук. Київ, 2018. 305 с.
3. Каретников В.В., Пащенко И.В., Соколов А.И., Кузнецов И.Г. К вопросу построения автоматизированной системы мониторинга параметров высокоточного навигационного поля. *Морская радиоэлектроника*. 2015. № 2 (52). С. 24–27.
4. Coelli T., Prasada Rao D.S., Battese G.E. An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998. p. 275.
5. Diesel Directory. Marine Propulsion Perspective in association with MER. 2013. № 1. P. 10–23.
6. Ramakrishnan C.R., Sekar R. Model-Dased Analysis of Configuration Vulnerabilities. URL: [http://seclab.cs.sunisb.edu/sec lab1/pubs/papers/widsoo.pdf](http://seclab.cs.sunisb.edu/sec%20lab1/pubs/papers/widsoo.pdf)
7. Дослідження фільтрів для спектрального аналізу випадкових сигналів двигунів засобів водного транспорту / Штрибець В.В. та ін. *Новітні технології*. 2019. Вип.2(9). С.25–31.

8. Sheyner O., Wing J., Lippman R., Haines J. Automated Generation and Analysis of Attack Graphs. In 2002 IEEE Symposium on Security and Privacy. Oakland, California, 2002. URL: <http://csse.usc.edu>. (дата звернення: 03.09.2021)

9. Штрибець В.В., Трофіменко А.О., Шевченко А.П. Розроблення фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів для контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту. *Slovak international scientific journal*. Vol.1. No.34, 2019. P.30–38.

10. Thomson W.T.: «A Review of On-Line Condition Monitoring Techniques for Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motors – Past, Present and Future». Keynote address at IEEE Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, Gijon, Spain, Sept. 1999, p.p. 3–18.

11. Основи технічної експлуатації автоматизованої системи управління судном: підручник / В.І. Богом'я, О.П. Єлєзаров, М. А. Павленко, О. І. Тимочко, О.М. Тимощук за заг. ред О.М. Тимощук. Київ, 2018. 305 с.

12. Василенко В.М., Вечурко О.М., Штрибець В.В. Модель оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів морських навігаційних приладів. *Наукоємні технології*. 2018. №4 (40). С. 487–491.