

Штрибець В.В. Державний університет інфраструктури та технологій, кандидат технічних наук, доцент кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

ОЦІНКА СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ПОТУЖНОСТІ МЕТОДУ ВИМІРЮВАННЯ НА УСЕРЕДНЕННІ КОЕФІЦІЄНТІВ ФУР'Є ВИПАДКОВОГО СИГНАЛУ ПО ЧАСТОТАХ

Постановка проблеми. Основним методом визначення несправності двигунів є метод вібродіагностики. Недоліком такого методу є низька достовірність визначення реального технічного стану двигунів [1, 2].

Одним з поширених методів контролю технічного стану силових установок (двигунів) є виявлення та аналіз поточної концентрації деяких шкідливих речовин в оливі (наприклад, домішок зносу металу). Такий аналіз дозволяє визначити наявність несправностей у двигуні (через наявне зношення деталей двигуна), які омиваються оливою. Основними для контролю домішок у оливі є колориметричний, полярографічний, індукційний, спектральний методи [3, 4].

Руйнування деталей вузлів тертя часто починається з викришування або стирання поверхневого шару матеріалу деталей, що під впливом динамічних навантажень в поєднанні з силами тертя. Утворені при цьому продукти зносу потрапляють до оливи двигуна. Так як засоби водного транспорту для перевезення вантажів, навіть без навантаження, мають значну вагу, здійснюють рух зі значним опором навколишнього середовища (вода, підвищена вологість тощо), то силові установки працюють під значним навантаженням. Таким чином, олива двигуна засобів водного транспорту надає інформацію про інтенсивність протікання процесів тертя. Кількість продуктів зношування, що надходять до оливи двигуна, залежить від швидкості зношування, яка, в свою чергу, обумовлена рівнем навантажень і умовами тертя.

Отже, поширеним способом технічної діагностики стану двигунів є метод спектрального аналізу оливи, який полягає у визначенні концентрації в оливі продуктів зносу деталей, що труться, порівнюючи ці концентрації з нормами вмісту продуктів зносу металу, та визначенні ступеня зносу деталей, що труться [4].

Однак, на результати аналізів сильно впливає заміна оливи в ході експлуатації або після ремонту. Однак, при частій заміні оливи концентрація металу виявляється настільки незначною, що проведений аналіз не дозволяє виділити корисну інформацію про аварійний стан двигуна або темпи зносу його деталей. Навіть контрольний огляд фільтра оливи з двигуна при її заміні при технічному обслуговуванні малоефективний, так як розмір зношених часток металу є незначним (до 5 мкм). Кількість продуктів зносу, що надходять в оливу, залежить від швидкості зношування, яка в свою чергу залежить від ступеня пошкодження елемента. Кожному виду зносу відповідає певний вид і склад продуктів [3, 4]. Отже, необхідні методи визначення (діагностування) технічного стану двигунів засобів водного транспорту для попередження можливих аварійних ситуацій під час транспортування вантажів або перевезення пасажирів.

Таким чином, науково-технічна задача, яка полягає у подальшому розвитку фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів для діагностичного контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту, є актуальною.

Зазвичай при дослідженні характеристик випадкових сигналів використовується два підходи: спектральний, який полягає у вимірюванні оцінок спектральних характеристик (наприклад, спектральної щільності потужності), та часовий, при якому вимірюються оцінки кореляційних функцій [1–4].

Кожен із зазначених підходів має свої переваги і недоліки, кожному з них віддається перевага при вирішенні тих чи інших конкретних завдань, а при

окремих дослідженнях необхідно поєднання цих підходів. Тим більше, що можливість і доцільність поєднання спектрально-кореляційних методів аналізу випадкових сигналів забезпечується теоремою Вінера-Хинчина [3].

Тому, спектрально-кореляційний аналіз є потужним засобом отримання корисної інформації з експериментальних даних, який дозволяє проводити глибоку кількісну оцінку параметрів випадкових процесів. До найважливіших переваг спектрально-кореляційного аналізу випадкових сигналів слід також віднести універсальність, тобто застосування, як зазначалося вище, в самих різних областях діяльності.

Запропонував використовувати «спектральний підхід» для визначення зміни характеристик технічних систем Харкевич А.А. [1, 2]. Але, так як методи вимірювання характеристик випадкових сигналів є більш складними, ніж методи вимірювання детермінованих (регулярних) сигналів (і процесів) [3, 4], то до сьогоднішнього часу вони не нашли значного розповсюдження. Розвиток сучасної обчислювальної техніки дозволяє апаратурну реалізацію методів вимірювання спектральних характеристик випадкових сигналів у реальному часі. Саме складність апаратурної реалізації методів спектрального аналізу та відсутність необхідної технічної бази довгий час стримували створення і застосування апаратури спектрального аналізу, у тому числі для контролю технічного стану двигунів [5].

Отже, *метою статті є* подальший розвиток фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів для діагностичного контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Розвиток фільтрових методів спектрального аналізу випадкових сигналів

Наприклад, метод вимірювання описується співвідношенням

$$\hat{G}_3 = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt \int_0^T dt' x(t)x(t')f(\omega)e^{j\omega(t-t')}$$

Перетворимо даний вираз так:

$$\begin{aligned} \hat{G}_3 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt \int_0^T dt' x(t)x(t')f(\omega)\cos\omega(t-t') = \\ &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt \int_{t>t'} dt' x(t)x(t')f(\omega)\cos\omega(t-t') = \\ &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt \int_0^t dt' x(t)x(t')f(\omega)\cos\omega(t-t'). \end{aligned}$$

Провівши заміну змінних $t - t' = u$, отримаємо

$$\hat{G}_3 = 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T dt \int_0^t du x(t)x(t-u)f(\omega)\cos\omega u = 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^T du \int_u^T dt x(t)x(t-u)f(\omega)\cos\omega u$$

Представимо цей вираз у вигляді:

$$\hat{G}_3 = \int_0^T H_3(u)\hat{R}_3(u)du, \quad (1)$$

$$\text{де } \hat{R}_3(u) = \frac{1}{T-u} \int_u^T x(t)x(t-u)dt = \hat{R}_{\text{ii}\delta}(u); \quad (2)$$

$$H_3(u) = 2(T-u) \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega)\cos\omega u d\omega. \quad (3)$$

Порівняння отриманої оцінки кореляційної функції (2) і її оцінки доводить, що в розглянутому методі використовується оптимальна оцінка

кореляційної функції. Функція $H_3(u)$ відмінна від нуля лише в області $u \ll T$, то справедлива наступна приближена рівність

$$H_3(u) \approx 2T \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) \cos \omega u du.$$

Якщо усереднення проводиться підсумовуванням, а не інтеграцією, то з виразу (3) для перетворюючої функції маємо

$$H_3(u) = 2(T - u) \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_i \cos \omega_i u, \quad (4)$$

де прийнято $f(\omega_i) \equiv f_i$.

2. Оцінка спектральної щільності потужності непрямого вимірювання часового усереднення коефіцієнтів Фур'є випадкового сигналу

Суть даного методу описується виразом

$$\hat{G}_4 = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n \left| \int_{(q-1)T'}^{qT'} x(t) e^{-j\omega t} dt \right|^2 = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n \left| \int_0^{T'} x[t + (q-1)T'] e^{-j\omega t} dt \right|^2.$$

Перетворимо цей вираз

$$\begin{aligned} \hat{G}_4 &= \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n \int_0^{T'} \int_0^{T'} x[t + (q-1)T'] x[t' + (q-1)T'] e^{-j\omega(t-t')} dt dt' = \\ &= \frac{2}{n} \sum_{q=1}^n \int_0^{T'} dt' \int_{t'}^{T'} dt x[t + (q-1)T'] x[t' + (q-1)T'] \cos \omega(t-t'). \end{aligned}$$

Використовуючи заміну $t - t' = u$, проведемо подальші перетворення

$$\begin{aligned}\hat{G}_4 &= \frac{2}{n} \sum_{q=1}^n \int_{t'=0}^{T'} dt' \int_0^{T'-t'} du x[t' + u + (q-1)T'] x[t' + (q-1)T'] \cos \omega u = \\ &= \frac{2}{n} \sum_{q=1}^n \int_{t'=0}^{T'} du \cos \omega u \int_0^{T-u} x[t' + u + (q-1)T'] x[t' + (q-1)T'] dt'.\end{aligned}$$

Остаточно оцінку СЩП \hat{G}_4 представимо у вигляді

$$\hat{G}_4 = \int_0^{T'} (T' - u) \cos \omega u \hat{R}_4(u) du, \quad (5)$$

де

$$\hat{R}_4(u) = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n \hat{R}_q(u); \quad (6)$$

$$R_q(u) = \frac{1}{T' - u} \int_0^{T'-u} x[t + (q-1)T'] x[t + (q-1)T' + u] dt. \quad (7)$$

Оцінка $\hat{R}_4(u)$, згідно з виразом (6), може бути записана так:

$$\hat{R}_4(u) = \frac{1}{n(T' - u)} \int_0^{nT'} f(t, u) x(t) x(t + u) dt,$$

де функція $f(t, u) = \begin{cases} 1, & \text{при } qT' \leq t \leq qT' + u; \\ 0, & \text{при остальных } t, \end{cases}$

що пояснюється рис. 1.

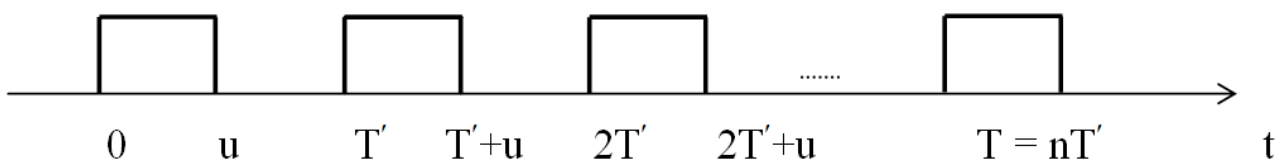


Рисунок 1 – Графік функції $f(t, u)$

Очевидно, оцінка кореляційної функції $\hat{R}_4(u)$ не є оптимальною, тому що для її побудови використовується не весь інтервал вимірювання $nT' = T$, а лише його частина, яка дорівнює $n(T' - u) = T - nu$.

Функція $H_4(\tau)$ визначається формулою

$$H_4(\tau) = \begin{cases} (T' - \tau) \cos \omega \tau & \tau \leq T'; \\ 0, & T' < \tau \leq T. \end{cases} \quad (8)$$

Функція $H_4(\tau)$ є усіченою функцією Бартлетта (трикутне усічення). Отже, і для четвертого методу вимірювання оцінки СЦП отримуємо той же вигляд узагальненої формули

$$\hat{G}_4 = \int_0^T H_4(\tau) \hat{R}_4(\tau) d\tau. \quad (9)$$

3. Метод вимірювання оцінки спектральної щільності потужності на основі часового усереднення

Даний метод вимірювання оцінки СЦП заснований на часовому усередненні виразів вихідної та фільтрованої реалізацій випадкового сигналу, який досліджується [5, 6]. Ця оцінка визначається виразом

$$\hat{G}_5(\omega_0, \Delta\omega) = \int_0^T x(t) y(t) dt, \quad (10)$$

де $x(t)$ – досліджуваний (вихідний) випадковий сигнал;

$y(t)$ – його фільтрована реалізація.

Функція $y(t)$ описує вихідний сигнал фільтра з перехідною характеристикою $h(\tau)$, на вхід якого надходить сигнал $x(t)$. Суть методу множення пояснюється структурною схемою, наведеною на рис.2.

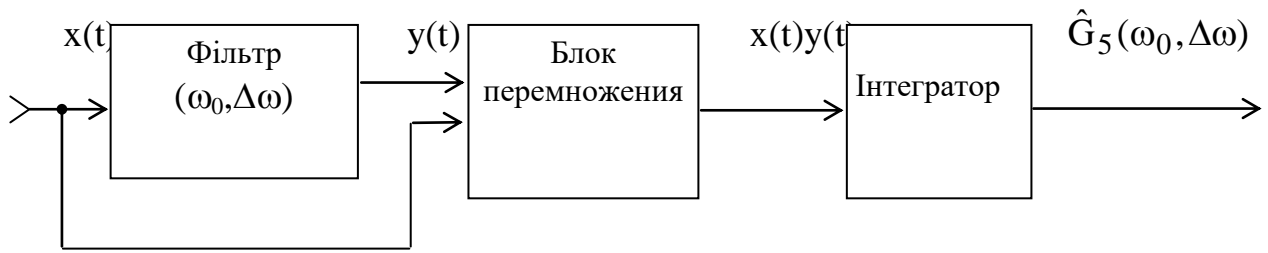


Рисунок 2 – Структурна схема методу множення

З формули (10) отримаємо після перетворення

$$\hat{G}_5 = \int_0^T dt \int_0^t d\tau h(\tau) x(t) x(t - \tau) = \int_0^T d\tau \int_{\tau}^T dt h(\tau) x(t) x(t - \tau)$$

$$\text{або } \hat{G}_5 = \int_0^T H_5(\tau) \hat{R}_5(\tau) d\tau, \quad (11)$$

$$\text{де } H_5(\tau) = (T - \tau) h(\tau), \quad (12)$$

$$\hat{R}_5 = \frac{1}{T - \tau} \int_{\tau}^T x(t) x(t - \tau) dt = R_{\text{опт}}(\tau). \quad (13)$$

Порівнюючи отриману оцінку кореляційної функції (13) із оптимальною оцінкою, видно, що вона є оптимальною. З виразу (12) виходить, що вибором імпульсної характеристики фільтра $h(\tau)$ може бути забезпечена будь-яка форма функції $H_5(\tau)$ методу множення.

4. Порівняння методу множення вимірювання оцінок спектральної щільності потужності з методом безпосередньої фільтрації

Проведемо порівняння методу множення на основі розробленої математичної моделі оптимальної оцінки спектральної щільності потужності випадкових сигналів з одним з найбільш поширених класичних апаратурних методів оцінки СЦП стаціонарних випадкових сигналів – «фільтровим» методом, що використовують тимчасове усереднення квадрата випадкового сигналу $y(t)$ на виході фільтра.

Структурна схема фільтрового вимірювача оцінки СЦП (аналізатора спектра) приведена на рисунку 3.

Запишемо вирази для математичних очікувань оцінок СЦП для обох методів.

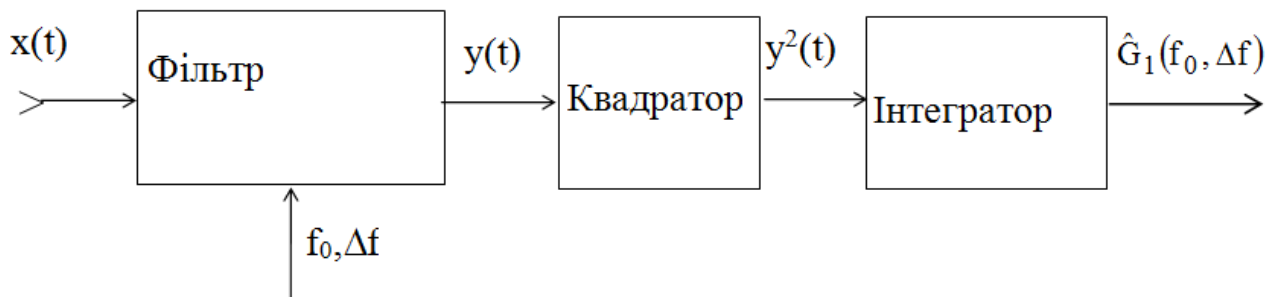


Рисунок 3 – Структурна схема аналізатора спектра за методом безпосередньої фільтрації

Математичне очікування оцінки СЦП для методу множення

$$M[\hat{G}_5] = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_5(\omega) G_5(\omega) d\omega = 2 \int_0^{\infty} \Phi_5(\omega) G_5(\omega) d\omega, \quad (14)$$

$$\text{де } \Phi_5(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re } W_5(j\omega) dt - \quad (15)$$

функція спектрального вікна (фільтруюча функція) для методу множення;

$$W_5(j\omega) = \int_0^t h_5(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \text{ — комплексна частотна характеристика фільтра}$$

для методу множення;

$$\operatorname{Re} W_5(j\omega) = \operatorname{Re} \int_0^t h_5(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_0^t h(\tau) \cos \omega\tau d\tau. \quad (16)$$

Математичне очікування оцінки СЦП для «фільтрового» методу

$$M[\hat{G}_1] = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_1(\omega) G_1(\omega) d\omega = 2 \int_0^{\infty} \Phi_1(\omega) G_1(\omega) d\omega, \quad (17)$$

$$\text{де } \Phi_1(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T |W_1(j\omega)|^2 dt \text{ —} \quad (18)$$

ФСВ (фільтруюча функція) для методу безпосередньої фільтрації, або «фільтрового» методу;

$$W_1(j\omega) = \int_0^t h_1(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \text{ —} \quad (19)$$

комплексна частотна характеристика фільтра для методу безпосередньої фільтрації.

Як відомо, кінцева оцінка СЦП може бути отримана тільки при кінцевій ширині $\Delta\omega$ «вікна прозорості» ФСВ $\Phi(\omega)$, причому відносна дисперсія оцінки СЦП \hat{G} має порядок $\delta\hat{G} \approx 1/(T\Delta\omega)$. З іншого боку, ФСВ $\Phi(\omega)$, при фіксованій величині $\Delta\omega$, буде тим краще, чим вона ближче до ідеальної, прямокутної

функції (рис. 4)

$$\Phi_0(\omega) = \begin{cases} \text{const}, & \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} < \omega < \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}; \\ 0, & \text{для остальных значений } \omega. \end{cases} \quad (20)$$

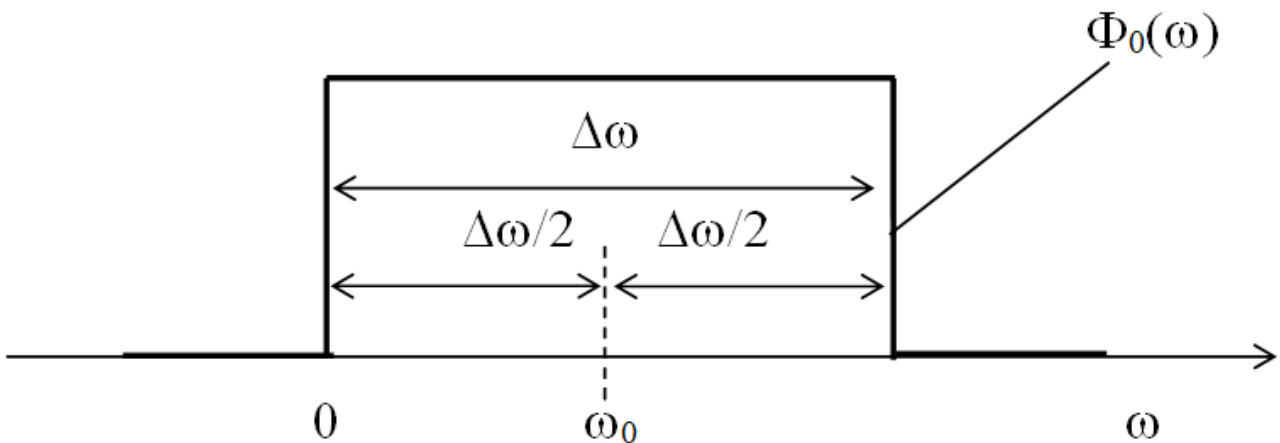


Рисунок 4 – Графік ідеальної ФСВ $\Phi_0(\omega)$

Для того, щоб ФСВ $\Phi(\omega)$ мала можливо різкіші спади поблизу частот $\omega_0 \pm \frac{\Delta\omega}{2}$, необхідно забезпечити виконання такої вимоги для функції $h(\tau)$:

- повинна мати на інтервалі аналізу $(0, T)$ випадкового сигналу огибающую, яка плавно змінюється, з максимумом у середині інтервалу $(0, T)$;
- повинна мати спадну по обидві сторони інтервалі аналізу $(0, T)$ випадкового сигналу за час порядку $1/\Delta\omega$.

Так, найкраще в середньоквадратичному сенсі наближення до ідеальної ФСВ $\Phi_0(\omega)$ для «фільтрового» методу забезпечується фільтром з перехідною характеристикою [6]

$$h_1(\tau) = A_1 \cos \omega_0 \left(\tau - \frac{T}{2} \right) \frac{\sin \Delta \omega \left(\tau - \frac{T}{2} \right)}{\tau - \frac{T}{2}}, \quad (21)$$

де A_1 – деяка постійна.

Порівняння співвідношень (14) – (16) для методу множення та аналогічних співвідношень (17) – (18) для «фільтрового» методу дозволяє зробити такий висновок. ФСВ при методі множення визначається величиною $\operatorname{Re} W_5(j\omega)$, тобто косинус-перетворенням Фур'є від імпульсної перехідної функції $h(\tau)$, а не величиною $|W_1(j\omega)|^2$ як в «фільтровому» методі.

Косинус-перетворення даної функції збігається з косинус-перетворенням Фур'є функції, парних чином продовженої на негативну вісь часу, що, втім, очевидно з формули (16). Ця властивість косинус-перетворення Фур'є дозволяє використовувати при синтезі фільтра для отримання оцінки СЦП $G(\omega)$ всіх дійсних спектрів функції $h(\tau)$, що має максимум ні при $\tau = \frac{T}{2}$, а при $\tau = 0$. Так, при методі множення реальна імпульсна перехідна характеристика фільтра $h_5(\tau)$, забезпечує найкраще середньоквадратичне наближення до ідеальної прямокутної ФСВ $\Phi_0(\omega)$, визначається виразом [9, 10]

$$h_5(\tau) = A_5 \cos \omega_0 \tau \frac{\sin \Delta \omega \tau}{\tau}, \quad (22)$$

де A_5 – деяка постійна, і має вигляд (рис. 5).

З порівняння виразів (21) і (22) можемо зробити висновок, що кореляційно-фільтровий метод дозволяє отримати ту саму якість фільтрації (або таку ж ступінь близькості до ідеального, прямокутного фільтра) як і при «фільтровому» методі, але за вдвічі менший час. Виграш в кінцевому підсумку

виходить за рахунок використання при кореляційно-фільтровому методі властивості симетрії кореляційної функції випадкового процесу та матеріальність його спектра потужності, тобто $R(\tau) = R(-\tau)$, $G(-\omega) = G(\omega)$, в той час як в «фільтровому» методі це властивість при фільтрації не використовується.

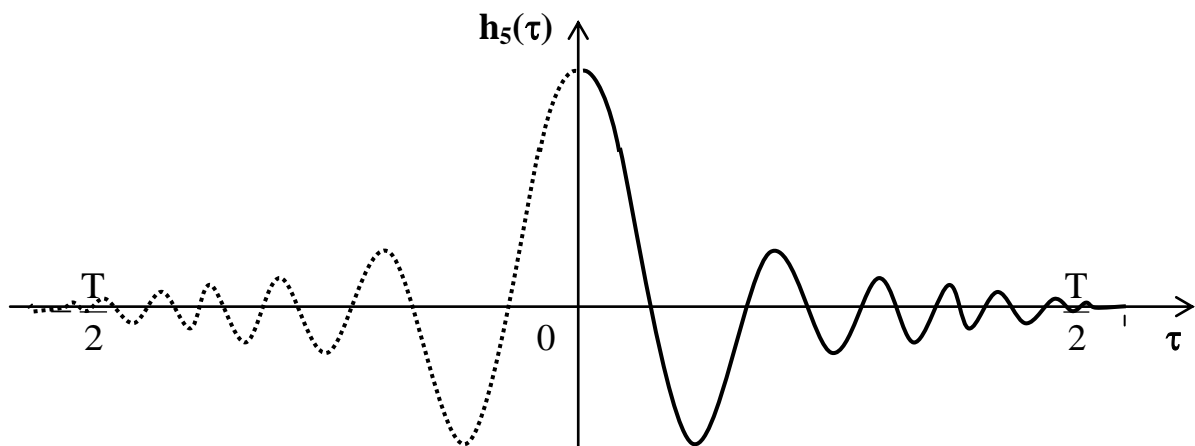


Рисунок 5 – Імпульсна перехідна характеристика фільтра для методу множення

Висновки. Відзначимо ще одну перевагу методу множення. Вона впливає з порівняння схемо-технічної реалізації вузько-смугових фільтрів, аналогових і цифрових, для одного чи іншого методу. Реалізація аналогового вузько-смугового фільтра з максимумом імпульсної перехідної характеристики $h(\tau)$, при $t = \frac{T}{2}$ («час розгону фільтра») і при досить великих, вимагає інерційних елементів (елементів затримки) з великими постійними часу ($T\omega_0 \gg T\Delta\omega \gg 1$), що викликає схемо-технічні труднощі, особливо в діапазоні низьких частот. При використанні для фільтрації випадкових сигналів вузько-смугових цифрових фільтрів скорочення вдвічі часу фільтрації призводить до можливості дворазового зменшення числа запам'ятовуючих елементів (елементів затримки).

Таким чином, метод множення порівняно з методом безпосередньої фільтрації забезпечує більш високу точність спектрального аналізу при більш простій апаратурній реалізації. Це дозволить підвищити точність вимірювання параметрів випадкового сигналу при спектральному аналізі, а, значить, збільшити достовірність контролю технічного стану двигунів засобів водного транспорту при незначних витратах на контрольно-вимірювальну апаратуру.

Список літератури

1. Барзилович Е.Ю. Модели технического обслуживания сложных систем. М.: Высшая школа, 1982. 231 с.
2. Безюков О.К., Жуков В.А., Воробей К.А. Анализ энергоэкологического эффекта применения газопоршневых двигателей в судовых энергетических установках. *Вестн. Гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С.О. Макарова*. 2015. № 6 (34). С. 143–151. DOI: 10.21821/2309-5180-2015-7-6-143-151.
3. Безюков О.К., Жуков В.А., Яценко О.И. Газомоторное топливо на водном транспорте. *Вестн. Гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С. О. Макарова*. 2014. № 6 (28). С. 31–39. DOI: 10.21821/2309-5180-2014-6-6-31-39.
4. Узагальнений показник ефективності контролю технічного стану радіотехнічних засобів і методика його оцінювання / Богом'я В.І., Шапран Ю.Є., Кас'яненко М.В., Якобінчук О.В. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. 2017. № 3 (30). С. 5–8.
5. Винокуров В.И., Каплин С.И., Петелин И.Г. Электрорадиоизмерения / под ред. В.И. Винокурова. М.: Высш. шк., 1986. 351 с.
6. Управление и оптимизация производственно-технологическими процессами / Вихров Н.М., Гаскаров Д.В., Грищенков А.А., Шнуренко А.А.; под ред. Гаскарова Д.В. С-Пб.: Изд. Энергоатомиздат, 1995. 301 с.