УДК 656.6:681.5 https://doi.org/10.33298/mataparat.15

Іваненко В.М. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

ОБГРУНТУВАННЯ КРИТЕРІІВ ЕФЕКТИВНОСТІ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ

Постановка проблеми. У практиці контролю (вимірювання) параметрів широко використовуються інформаційні оцінки. Згідно з теорією інформації контроль призводить до зменшення міри невизначеності в значеннях параметрів системи порівняно з невизначеністю значень цих параметрів до контролю [1].

Мета статті – обгрунтування критеріїв ефективності радіонавігаційних комплексів.

Невизначеність значень параметрів характеризується ентропією, тому ентропія величини Х дорівнює [2]:

$$H(X) = -\int \rho(X) \ln \rho(X) dX . \tag{1}$$

Виклад основго матеріалу дослідження.

1. Ефективність контролю

Під інформацією про величину Х, яку надає результат контролю (вимірювання), будемо розуміти зменшення ентропії цієї величини за рахунок дослідження Д, тобто різницю апріорного та апостеріорного значення ентропії [1,2]

$$I(X, Д) = H(X) - H(X / Д).$$

Дослідження Д складається з вимірювання миттєвих значень вихідного сигналу, тобто в спостереженні вибірки $\Delta y = \{\Delta y(t_1), ..., \Delta y(t_s)\}$. Тому інформація про значення величин $\Delta z = \{\Delta z_1, ..., \Delta z_m\}$, яку надає контроль, дорівнює [3, 4]:

$$I(z, y) = H(\Delta z) - H(\Delta z / \Delta y). \tag{2}$$

З виразу (2) на підставі (1) отримаємо:

$$I(z, y) = -\int \rho(\Delta z) \ln \rho(\Delta z) d\Delta z + \int \rho(\Delta z / \Delta y) \ln \rho(\Delta z / \Delta y) d\Delta z .$$

Для $\rho(z)$ будемо мати:

$$H(\Delta z) = \int \rho(z) \left[\frac{m}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \Delta z_i^2 \right] dz = \frac{m}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} < \Delta z_i^2 > .$$

Оскільки величини Δz_i вибираються так, що $< \Delta z_i^2 > = 1$, то:

$$H(\Delta z) = \frac{1}{2} \ln (2\pi e)^m . \tag{3}$$

Аналогічно знайдемо [5]:

$$H(z / y) = -\int \rho(z / y) \left[\frac{m}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln |\det H| + \frac{1}{2} \sum_{i, j=1}^{m} H_{ij} \nu_i \nu_j \right] d\nu =$$

$$= -\frac{1}{2} \ln (2\pi)^m |\det H| - \frac{1}{2} \sum_{i, j=1}^{m} H_{ij}^{-1} \int \nu_i \nu_j \rho(z / y) d\nu.$$

Оскільки $\int \nu_i \nu_j \rho(z/y) dz = H_{ij}$, то

$$H(z/y) = -\frac{1}{2}\ln(2\pi)^m |\det H|. \qquad (4)$$

Якщо підставити вираз для $H(\Delta z)$ (3) і $H(z/y)$ (4) в (2), то величина інформації $I(z/y)$, отримана в результаті контролю, розраховується [6]

$$I(z/y) = -\frac{1}{2}\ln|\det H|. \qquad (5)$$

Позначимо через λ_i^{-1}, $i = \overline{1, m}$, власні значення матриці $\tilde{R}_y^{-1}$ у підпросторі векторів z.

Як видно власні значення матриці H дорівнюють σ_ξ^2 / λ_i. Перейдемо до системи координат, в якій матриця H діагональна. У такому запису матриця має вигляд:

$$H = \begin{pmatrix} \sigma_\xi^2/\lambda_1 & ... & ... & 0 \\ 0 & \sigma_\xi^2/\lambda_2 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & ... & ... & \sigma_\xi^2/\lambda_m \end{pmatrix}.$$

При цьому для детермінанта матриці H отримаємо:

$$\det H = \sigma_\xi^{2m} (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m)^{-1}.$$

Отже, величина інформації $I(z/y)$ буде дорівнювати [7]:

$$I(z,y)=\frac{1}{2}\ln(\lambda_1,\ldots,\lambda_m)+m\ln\sigma_\xi=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\ln\lambda_i+m\ln\sigma_\xi. \qquad (6)$$

Оскільки власні значення матриці є інваріантами, тобто не залежать від вибору системи ортонормованих параметрів q_j і z_i, то інваріантом буде й величина інформації $I(z/y)$. Геометричний зміст величини $I(z/y)$: ця величина пропорційна логарифму об'єму еліпсоїду, який породжено матрицею H у підпросторі Z, тобто об'єму апостеріорної області невизначеності параметрів z_i.

Величина $I(z/y)$ залежить від величини дисперсії завади σ_ξ^2, часу спостереження T (або кількості точок відліків s) вихідного сигналу, величини і форми вхідного сигналу $u(t)$. Це виходить з того, що величина $I(z/y)$ визначається елементами матриці $\tilde{R}_y^{-1}$, а вони, у свою чергу, залежать від вказаних величин [8].

Оптимізація процедури (методики) контролю з інформаційної точки зору полягає, таким чином, у знаходженні вхідного сигналу $u_{опт}(t)$, який при заданому рівні завади σ_ξ^2 і заданому часі спостереження T (або кількості відліків s) відгуку забезпечував би максимальне значення величини $I(z/y)$.

Ця функція оптимізації $u_{опт}(t)$ має задовольняти співвідношенню:

$$I(z,y;\{u_{опт}\})=\max_{\{u\}} I(z,y;\{u\}).$$

Величина $I(z/y)$ є монотонно зростаючою функцією часу спостереження T (кількості відліків s). Тому розв'язання поставленої вище задачі для різних значень T одночасно дає також розв'язання задачі зі знаходження такого вхідного сигналу $u(t)$, який при заданій кількості інформації та дисперсії завади забезпечує максимальний час спостереження T або мінімальну кількість відліків вихідного сигналу s [8, 9].

2. Обгрунтування критерію чутливості контролю радіонавігаційних комплексів

Під чутливістю методу контролю розуміємо ступінь реакції відгуку (вихідного сигналу) на зміну параметрів ОК. Наприклад, за оцінку можна взяти максимальну величину непогодження за час спостереження вихідного сигналу T або середнє за час спостереження значення модулю непогодження [56] тощо. Величина непогодження, яка викликана виходом даного параметра q_j, пропорційна коефіцієнту чутливості за цим параметром $a_j(t) = \partial y(t)/\partial q_j$.

Геометрично величина $a_j(t)$ являє собою складові градієнта функції $y(t, q)$ у просторі змінних q (рис. 1):

$$\nabla y(t, q) = \{a_1(t), a_2(t), \ldots, a_n(t)\}.$$

При контролі технічного стану РНК засобів водного транспорту визначають зазвичай не параметри q_j, а величини

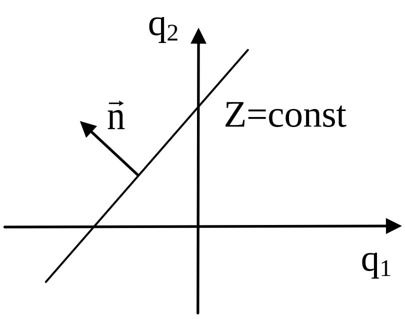

Рисунок 1 – Положення одиничного вектора нормалі та гіперплощини

$\Delta z_i = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} \Delta q_j$, які утворюють лінійний підпростір змінних q_j, розмірності m. Тому від коефіцієнтів чутливості за параметрами q_j слід перейти до коефіцієнтів чутливості за параметрами z_i. Ці коефіцієнти повинні визначатися як похідні величини $\Delta y(t)$ за величинами z_i при умові, що інші величини z_j при $j \neq i$ залишаються постійними [9]. Оскільки підпростір Z ортонормований, то коефіцієнти чутливості $b_i(t)$ за параметрами z_i є похідними величини $\Delta y(t)$ у напрямі нормалі до гіперплощини $\Delta z_i = \text{const}$, тобто до гіперплощини $\sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} q_j = \text{const}$. Оскільки, величини α_{ij} задовольняють умові $\sum_{k=1}^{n} \alpha_{ik} \alpha_{jk} = \delta_{ij}$, то при кожному фіксованому значенні коефіцієнта чутливості $b_i(t)$ величини α_{ij} являють собою складові одиничного вектора нормалі до гіперплощини $\Delta z_i = \text{const}$ (рис. 1):

$$\vec{n}_i = \{\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, ..., \alpha_{in}\},\ i = \overline{1, m}.$$

Похідна величини Δy в напрямі нормалі до гіперплощини $\Delta z_i = \text{const}$, тобто $b_i(t)$ буде, отже, дорівнювати множенню ∇y і $\vec{n}_i$ [10]:

$$b_i(t) = \left.\frac{\partial y}{\partial z_i}\right|_{\substack{z_j = \text{const} \\ j \neq i}} = (\vec{n}_i, \nabla y) = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\alpha_{ij}} a_j(t). \tag{7}$$

У матричній формі коефіцієнти чутливості за величинами множини z запишемо так:

$$b^{\text{т}} = \frac{1}{\alpha} a^{\text{т}}. \tag{8}$$

За допомогою коефіцієнтів чутливості $b_i(t)$ зміна величини вихідного сигналу Δy на підпросторі величин z може бути записана наступним чином [11, 12]:

$$\Delta y / z = \sum_{i=1}^{m} b_i(t) \Delta z_i = \Delta y_1(t).$$

Величина $\Delta y / z$, яка визначена таким чином, не чутлива до тих змін величин q_j, які не змінюють величини z_i.

За величину непогодження приймемо середньоквадратичну оцінку, тобто інтеграл від квадрата величини $\Delta y / z$, узятий за час $[0, T]$. Така оцінка не є одинично можливою і її вибір обґрунтовано тільки наочністю та простотою отриманих співвідношень [12].

Усереднену за всіма значеннями Δz_i величину цієї оцінки будемо в подальшому називати чутливістю S. Таким чином,

$$S = \int_0^T < \Delta y_1^2(t) > dt = \sum_{i,k} < \Delta z_i \ \Delta z_k > \int_0^T b_i(t) b_k(t) dt . \tag{9}$$

Оскільки величини Δz_i ортонормовані, то $< \Delta z_i \ \Delta z_k >= \delta_{ik}$ і для величини S отримаємо [13]:

$$S = \int_0^T \sum_{i=1}^{m} b_i^2(t) dt . \tag{10}$$

У випадку дискретної вибірки вихідного в моменти часу (точках дискретизації) t_k $\left(k = \overline{1, s}\right)$ будемо мати:

$$S = \sum_{k=1}^{s} \sum_{i=1}^{m} b_i^2(t_k). \tag{11}$$

У матричній формі співвідношення (19) і (11) приймають вигляд [14]

$$S = Sp\left(b^{T} b\right).$$

Після підстановки замість b^{T} його значення з (2.46) і з врахуванням $b = \left(b^{T}\right)^{T} = \left(\frac{1}{\alpha} a^{T}\right)^{T} = a\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{T}$ знайдемо:

$$S = Sp\left[\frac{1}{\alpha} a^{T} a \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{T}\right]. \qquad (12)$$

Отримаємо [15]:

$$S = Sp\left[\frac{1}{\alpha}\tilde{R}_{y}\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{T}\right] - \sigma_{\xi}^{2} SpE = Sp\left[\frac{1}{\alpha}\tilde{R}_{y}\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{T}\right] - m\sigma_{\xi}^{2}.$$

Для спрощення подальших розрахунків за міру чутливості використаємо величину S', яка дорівнює:

$$S' = Sp\left[\frac{1}{\alpha}\tilde{R}_{y}\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{T}\right]. \qquad (13)$$

Оскільки при заданій заваді величина σ_{ξ}^{2} постійна, то оптимізація величини S' повністю еквівалентна оптимізації величини S [16].

Позначимо $\tilde{R}'_y = \frac{1}{\alpha}\tilde{R}_y\left(\frac{1}{\alpha}\right)^T$. Як було показано вище, множення оператора, діючого в просторі векторів q, зліва на $\frac{1}{\alpha}$, а справа на $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^T$, проектує цей оператор з простору q розмірності n в підпростір z розмірності m, отже $\tilde{R}'_y$ – це оператор, діючий у підпросторі z. Власні значення цього оператора позначимо через λ'_i, $i = \overline{1, m}$. Оскільки Sp оператора дорівнює сумі його власних значень, то з (13) [17]

$$S' = \sum_{i=1}^{m} \lambda'_i . \tag{14}$$

Як видно з цієї формули, чутливість S або S' також є інваріантною оцінкою контролю, тобто не залежить від вибору змінних q_j і z_i.

Зміст розглянутої вище оцінки можна пояснити також іншим чином. Розіб'ємо увесь простір q на підпростір z розмірності m і ортогональний до нього підпростір z' розмірності $n - m$. Орти підпростору z' ортогональні всім ортам підпростору z. Сукупність ортів підпростору z і підпростору z' утворює повну ортонормовану систему, яку отримано деяким поворотом в просторі q. За допомогою цієї системи ортів запишемо величину вихідного сигналу [18]:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{m} b_i(t)\Delta z_i + \sum_{j=m+1}^{n} b'_j(t)\Delta z_j + \xi(t) = \Delta y_1(t) + \Delta y_2(t) + \xi(t). \tag{15}$$

Корисну інформацію про величини z_i несе тільки частина вихідного сигналу $\Delta y_1(t)$. Складова вихідного сигналу $\Delta y_2(t)$ не залежить від величин z_i. Вона визначається тільки тими змінними z'_i, які не підлягають визначенню в результаті контролю. Ця складова при контролі заважає визначенню величин z_i і є, отже, завадою. Оскільки підпростори z і z' ортогональні друг другу, то величини z_i і z'_i незалежні, що означає $< z_i z'_i >= 0$. Звідси виходить, що складові відгуку $\Delta y_1(t)$ і $\Delta y_2(t)$ також незалежні (некорельовані). Дійсно, з формули (15) отримаємо:

$$< \Delta y_1(t) \Delta y_2(t) >= \sum_{i,j} b_i(t) b'_j(t) < \Delta z_i \, \Delta z'_j > = 0 .$$

Відміна складової $\Delta y_2(t)$ від завади $\xi(t)$ полягає в тому, що величини $\Delta y_2(t)$ у різні моменти часу t_1 і t_2 залежать одна від одної протягом усього інтервалу контролю $[0, T]$ [19]:

$$< \Delta y_2(t_1) \Delta y_2(t_2) >= \sum_{i} b'_i(t_1) b'_i(t_2) \neq 0 .$$

Величина чутливості S визначає чутливість тільки корисної частини сигналу $\Delta y_1(t)$.

Задача оптимізації процедури (методики) контролю за чутливістю може бути сформульована наступним чином: при заданій тривалості контролю T або кількості відліків вихідного сигналу s знайти такий оптимальний тестовий сигнал $u_{опт}(t)$, при якому величина чутливості S найбільша (максимальна) [20, 21]:

$$S(\{u_{опт}\}) = \max_{\{u\}} S(\{u\}).$$

Як видно з виразів (10) і (11), чутливість S зі збільшенням тривалості контролю T або кількості відліків s монотонно зростає, то розв’язання поставленої задачі визначає також оптимальний тестовий сигнал $u_{опт}(t)$, який при заданій чутливості забезпечує мінімальну тривалість контролю [20].

Причому величина S не залежить від дисперсії завади σ_{ξ}^{2}, а величина чутливості S' залежить від неї адитивно, отже, оптимальний тестовий сигнал не буде залежати від завади σ_{ξ}^{2}. Інакше сигнал $u_{опт}(t)$, який забезпечує максимальну чутливість або мінімальний час контролю при деякому рівні завади, буде їх забезпечувати і при іншій заваді [20, 21].

Висновки. У статті обгрунтовано взаємозв'язок між запропонованими показниками оптимізації вхідних тестових сигналів. Доведено, що метод синтезу складного тестового сигналу, який оснований на максимальній чутливості, одночасно буде призводити до мінімальної похибки та максимальної кількості інформації про технічний стан РНК засобів водного транспорту, що контролюються.

Наведені результати пояснюють зв'язок між методами синтезу складних тестових сигналів, основаними на різних оцінках.

Таким чином, розроблений метод обґрунтування критеріїв оптимальності тестових сигналів дозволяє запропонувати задачу синтезу вхідних сигналів: знайти такий вхідний складний тестовий сигнал u(t), при якому за час контролю T функція апріорної щільності розподілу параметрів контролю ρ переходить з початкового стану ρ_1 у той, при якому $\rho \rightarrow \min$, тобто в запропонований стан ρ_3 .

Список літератури

1. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод оптимізації параметрів вимірювального полігармонійного сигналу з використанням функції Лагранжа. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля.* 2019. № 2 (250). С.89–94.

2. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод синтезу вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля.* 2019. № 3 (251). С. 176–180.

3. Тимощук О.М., Дакі О.А. Критерії синтезу вимірювальних сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів управління рухом. *МНТК «Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ».* Львів: НАСВ. 2019. С. 269.

4. Тихонов І.В., Баранов Г.Л.,. Банішевський С.А Аналітична модель інформаційної технології підвищення безпеки руху на внутрішніх водних шляхах. *«Автоматика – 2008». Доклади XV Міжнародної конференції з автоматичного управління.* Одеса: ОНМА. 2008. С. 945–946.

5. Тихонов І.В. Методика підвищення ефективності навігаційного забезпечення плавання на внутрішніх водних шляхах. *Вісник Національного технічного університету України «КПІ». Серія «Радіотехніка. Радіоапаратобудування»*. К., 2010. Вип. № 40. С. 199–201.

6. Трегубов И.С. Развитие радионавигации в Китае. *Морской транспорт. Экспресс-информация. Серия Судовождение, связь и безопасность мореплавания.* М., Выпуск 9. 1996. 328 с.

7. Трояновский А.Д., Клуга А.М., Цилькер Б.Я. Бортовое оборудование радиосистем ближней навигации. М.: Транспорт, 1990. 182 с.

8. Тучин Д.А. Кодовые измерения псевдодальности системы GPS. Модель ошибок и априорная оценка точности определения вектора положения. Российская Академия Наук, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша. М., 2002. 17 с.

9. Харисов В.А., Перов А.И., Болдин В.А. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС. М.: ИПРЖР, 1998. 400 с.

10. Чарльз Калверт. Delphi 5. Энциклопедия пользователя. К.: Изд. ДиаСофт Лтд. 1996. 736 с.

11. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Аналіз сучасного стану та перспективні

напрямки синтезу оптимальних полігармонічних сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки. *Системи обробки інформації*. 2002. Вип. 5 (21). С. 214–217.

12. Чинков В.Н., Крыхтин Ю.А. Адаптивный метод нахождения модуля амплитудного значения полигармонического сигнала. *Системи обробки інформації.* 2005. Вип. 2(42). С. 141–145.

13. Чинков В.М., Герасимов С.В. Варіаційний метод і методики синтезу оптимального вимірювального сигналу для контролю технічного стану системи автоматичного управління. Український метрологічний журнал. 2014. № 1. С. 59–64.

14. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Синтез бінарного сигналу з рівномірним спектром за критерієм мінімуму розкиду амплітуд корисних гармонік методом послідовного квадратичного програмування. *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. 2006. Вип. 3(9). С. 144–147.

15. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1982. 272 с.

16. Шестеркин А.Н. Система моделирования и исследования радиоэлектронных устройств Multisim. М.: ДКМ Пресс, 2012. 360 с.

17. Шильман С.В. Адаптивные фильтры Кальмана. Докл. РАН. 1994. Т. 338. № 6. С. 724–744.

18. Глобальная морская система связи при бедствии и для обеспечения безопасности мореплавания / А.В. Шишкин, В.М. Кошевой, В.И. Купровський, С.Л. Ефимов. С-Пб.: РосКонсульт, 2001. 272 с.

19. Шорохов М.Н. Вибросейсмическая полевая приемо-регистрирующая станция. *Труды Международной конференции “Информационные системы и технологии” (ИСТ 2003).* Том 2. Новосибирск: НГТУ. 2003. С. 182–187.

20. Admiralty list of radio signals “Coast radio stations”. Vol. 1(2). NP 281(2). 2000. P. 361.