УДК 656.6:681.5 https://doi.org/10.33298/mataparat.14

Федунов В.М. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

ОБГРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЮ ТОЧНОСТІ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ

Постановка проблеми. Точність контролю характеризується величиною середньоквадра-тичного відхилення оцінки параметрів z_i^*, отриманих у результаті вимірювання, від їх істинних значень параметрів z_i [1]. Вона залежить від ряду факторів.

Мета статті – обгрунтування критерію точності контролю радіонавігаційних комплексів.

По-перше, похибки генератора, що задає тестовий сигнал, похибки ЗВТ, рівня шумів у системі, що контролюється. По-друге, на формат середньоквадратичного відхилення впливає методика обробки вихідного сигналу та прийнятий спосіб оцінки параметрів z_i. По-третє, величина цього відхилення залежить від величини і форми вхідного тестового сигналу. Вчетверте, СКЗ похибки залежить від часу проведення контролю.

Оптимальна, з погляду точності, процедура (методика) контролю повинна забезпечувати такий спосіб обробки вихідного сигналу й такий вибір вхідного впливу на комплекс, що контролюється, при яких досягається мінімум СКЗ похибки при заданій точності генератора і вимірювального пристрою, заданому рівні завад і часі контролю [1,2].

Тобто, така методика забезпечує мінімальний час контролю при заданій точності або при заданій точності контролю й заданому часі контролю дозволяє застосовувати менш точні ЗВТ, або провести контроль при наявності завади великого рівня.

Таким чином обгрунтування критерію точності контролю радіонавігаційних комплексів є дуже актуальним, що обумовлює тему статті.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Обгрунтування критерію точності контролю

Як відомо, мінімум СКЗ похибки досягається, якщо за оцінку z_i^* використовувати апостеріорне середнє параметрів z_i:

$$z_i^* = \int_1^n z_i \rho(z/y) dz .$$

Для нормального закону середнє значення співпадає з центром розподілу Δz_i^o [3]:

$$z_i^* = \Delta z^o = \alpha \tilde{R}_y^{-1} a^т \Delta y . \tag{1}$$

Формула (1) дозволяє визначити оптимальний за точністю алгоритм обробки вихідного сигналу для розрахунку апостеріорного значення Δz_i^o.

Таким чином, оцінка (1) мінімізує СКЗ похибки порівняно з усіма іншими можливими оцінками. При цьому величина цієї мінімальної похибки буде дорівнювати

$$\varepsilon_{min} = \sum_{i=1}^m < \left(\Delta z_i - \Delta z_i^o\right)^2 > = \sum_{i=1}^m \int_1^m \left(\Delta z_i - \Delta z_i^o\right)^2 \rho(z/y) dz , \tag{2}$$

а величина $\rho(z/y)$ еквівалентна функції розподілу. Розрахунки у виразі (1) легко виконати, якщо відмітити, що діагональні елементи матриці Н є апостеріорними дисперсіями параметрів Δz_i, тоді для величин ε_{min} отримаємо [4]:

$$\varepsilon_{min} = \sum_{i=1}^{n} H_{ii} = SpH = \sigma_\xi^2 Sp\left(\alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^{т}\right). \qquad (3)$$

Знак Sp означає суму діагональних елементів матриці [3, 4]. Кожен член суми (3) є апостеріорною похибкою вимірювання параметрів

$$z_i : \varepsilon_{i\,min} = H_{ii} = \sigma_\xi^2 \sum_{k=1}^{s} \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} \alpha_{ik} \left(\tilde{R}_y^{-1}\right)_{jk}.$$

Оскільки в загальному випадку матриця $\tilde{R}_y$ недіагональна, то апостеріорна похибка кожного параметра залежить від функцій чутливості $a_j(t)$ всіх інших параметрів. У випадку, коли функції $a_i(t)$ і $a_j(t)$ при $i \neq j$ ортогональні, тобто $\int_0^T a_i(t) a_j(t) dt = 0$, матриця $\tilde{R}_y$ буде діагональною. Обернена матриця $\tilde{R}_y^{-1}$ також буде діагональною та її діагональні елементи будуть дорівнювати $\left(\tilde{R}_y^{-1}\right)_{ij} = \left\{\sigma_\xi^2 + \int_0^T a_j(t) dt\right\}^{-1}$, отже, похибка кожного параметра буде визначатися тільки функцією чутливості, яка зв'язана з цим параметром [4, 5].

Хоча припущення про ортогональність функцій $a_i(t)$ і $a_j(t)$ вносить суттєві спрощення, воно зазвичай не виконується. Елементи матриці $\tilde{R}_y$ залежать від вхідного сигналу $u(t)$. Тому спроба перейти від початкової системи параметрів контролю до нової системи параметрів, для якої матриця діагональна, приводить до того, що ця нова система параметрів суттєво залежить від вхідного сигналу. З іншого боку, можна показати, що залишивши незмінною систему параметрів, неможливо в загальному випадку досягти ортогональності функцій $a_i(t)$ і $a_j(t)$ вибором вхідного сигналу [6].

З'ясуємо геометричний зміст співвідношення (2.33) і доведемо його інваріантність [5, 6]. Оскільки оператор H, який дорівнює $\sigma_\xi^2 \alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^т$, діє в підпросторі змінних z_i розмірності m, саме тоді, як оператор $\tilde{R}_y^{-1}$ діє в просторі змінних q_j розмірності $n(m \le n)$, отже оператор H отримується проектуванням оператора $\tilde{R}_y^{-1}$ на простір q розмірності n у підпростір z розмірності m. Різний вибір ортонормованих параметрів z_i геометрично означає поворот системи координат в підпросторі векторів z [7].

Відомо, що при повороті системи координат Sp (сума діагональних матричних елементів оператора) не змінюється. Отже, доведена інваріантність величини ε_{min} відносно зміни параметрів z_i.

З іншого боку, оператор H інваріантний відносно вибору різних ортонормованих базисів у просторі векторів q, тобто відносно зміни початкового набору величин q. Дійсно, перехід до інших ортонормованих величин q'_j означає поворот у просторі векторів q. Такий поворот описується унітарним оператором $U : q = Uq'$, при цьому $U^{-1} = U^т$, отже $U \cdot U^т = E$.

При такому повороті оператор $\tilde{R}_y^{-1}$ перетворюється в $\left(\tilde{R}_y^{-1}\right)' = U^т \tilde{R}_y^{-1} U$, а матриця α в $\alpha' = \alpha U$. При цьому оператор H перетворюється в $H' = \alpha' \left(\tilde{R}_y^{-1}\right)' \left(\alpha^т\right)' = \alpha U U^т \tilde{R}_y^{-1} U U^т \alpha^т = \alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^т = H$.

Це фактично очевидно, бо повороти в просторі векторів q не впливають на підпростір векторів z. Інваріантністю оператора $\breve{H}$ відносно поворотів у просторі векторів q можна скористатися для того, щоб вибрати в цьому просторі зручний базис [8].

Повернемо систему координат у просторі q так, щоб її m перших ортів співпали з ортами підпростору векторів z, а інші $n-m$ ортів направимо довільно, але ортогонально один одному й до попередніх ортів. У цієї системі координат матриця α набуває вигляду [8, 9]:

$$\alpha = \left.\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \underbrace{0 \quad 0 \quad \dots \quad 1}_{m} & & & & \underbrace{0 \dots \quad 0}_{n-m} & \end{pmatrix}\right\} m .$$

Після підстановки цього виразу у формулу, яка визначає матрицю H, отримаємо:

$$H = \sigma_{\xi}^{2} \alpha \tilde{R}_{y}^{-1} \alpha^{\mathrm{T}} = \sigma_{\xi}^{2} \underbrace{\left.\begin{pmatrix} \tilde{R}_{y}^{-1} & \dots & \tilde{R}_{y}^{-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \tilde{R}_{y}^{-1} & \dots & \tilde{R}_{y}^{-1} \end{pmatrix}\right\}}_{m} m . \tag{4}$$

Таким чином, матриця H є матрицею $\tilde{R}_{y}^{-1}$, яка спроектована з простору векторів q розмірності n у простір векторів z розмірності m. Позначимо власне значення матриці $\tilde{R}_{y}^{-1}$ в підпросторі векторів z через λ_{i}^{-1}, $i = \overline{1, m}$. Як відомо, Sp матриці дорівнює сумі її власних значень. Скориставшись тепер співвідношеннями (4) і (2), отримаємо для СКЗ похибки:

$$\varepsilon_{\min} = \sigma_{\xi}^{2} \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\lambda_{i}} . \tag{5}$$

Величина ε_{min} являє собою апостеріорне СКЗ похибки, яка зведена до мінімуму за всіма можливими оцінкам z_i^* параметрів z_i. Після такої мінімізації величина ε_{min} залежить від величини дисперсії завади або похибки вимірювання σ_ξ^2, від часу спостереження вихідного сигналу T (або від кількості його відліків s) і від величини і форми вхідного сигналу $u(t)$.

Величина σ_ξ^2 входить до співвідношення (5) для ε_{min} і до виразу (6) для матриці $\tilde{R}_y^{-1}$. Час вимірювання T або кількість відліків s також входить до виразу для матриці $\tilde{R}_y$. Для безперервного спостереження вихідного сигналу впродовж часу T елементи матриці $\tilde{R}_y$ представимо в такому вигляді [10, 11]:

$$\left(\tilde{R}_y\right)_{ij} = \int_0^T a_i(t) a_j(t) dt + \sigma_\xi^2 \xi_{ij}, \tag{6}$$

а для випадку s дискретних відліків [12, 13] –

$$\left(\tilde{R}_y\right)_{ij} = \sum_{k=1}^{s} a_i(t_k) a_j(t_k) + \sigma_\xi^2 \xi_{ij}. \tag{7}$$

Сигнал входить до величини $a_i(t_k)$, тому ці величини є функціоналами від вхідного сигналу: $a_i(t) = a_i(t, \{u\})$. Ці величини також визначають і власні значення матриці $\tilde{R}_y^{-1}$, а тим самим і величину ε_{min}. У неявній формі величина ε_{min} залежить також від апріорних дисперсій і кореляцій початкових неортонормованих величин q'_j, оскільки при перетворенні величин q'_j до ортонормованих величин q_j коефіцієнти перетворення визначаються цими дисперсіями і кореляціями, а, з іншого боку, коефіцієнти перетворення входять і до формул, які розраховують величини $a_i(t)$ [14].

При заданих дисперсії завади σ_ξ^2 і часі спостереження T (кількості відліків s) величина $\varepsilon_{\min}$ допускає подальшу мінімізацію за всіма можливими вхідними сигналами $u(t)$. Задача оптимізації методики контролю за точністю полягає у знаходженні такого оптимального тестового сигналу $u_{опт}(t)$, який забезпечує мінімум похибки контролю, тобто знаходження $\min\limits_{\{u\}} \varepsilon(\{u\})$ у класі можливих вхідних сигналів $u(t)$ [15]:

$$\varepsilon_{\min}(\{u\}) = \min_{\{u\}} \varepsilon(\{u\}). \tag{8}$$

Висновки. Оскільки, як видно з виразів (2.35) – (2.38), величина $\varepsilon(\{u\})$ є монотонно спадною функцією часу спостереження T або кількості відліків s, то розв'язання поставленої задачі визначає також вхідний сигнал $u_{опт}(t)$, який забезпечує мінімальний час контролю або кількість відліків s, при заданій точності контролю.

Список літератури

1. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод оптимізації параметрів вимірювального полігармонійного сигналу з використанням функції Лагранжа. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля.* 2019. № 2 (250). С.89–94.

2. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод синтезу вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля*. 2019. № 3 (251). С. 176–180.

3. Тимощук О.М., Дакі О.А. Критерії синтезу вимірювальних сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів управління рухом. МНТК

«Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ». Львів: НАСВ. 2019. С. 269.

4. Тихонов І.В. Методика підвищення ефективності навігаційного забезпечення плавання на внутрішніх водних шляхах. *Вісник Національного технічного університету України «КПІ». Серія «Радіотехніка. Радіоапаратобудування»*. К.: 2010. Вип. № 40. С. 199–201.

5. Тучин Д.А. Кодовые измерения псевдодальности системы GPS. Модель ошибок и априорная оценка точности определения вектора положения. *Российская Академия Наук, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша.* М.: 2002. 17 с.

6. Харисов В.А., Перов А.И., Болдин В.А. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС. М.: ИПРЖР, 1998. 400 с.

7. Чарльз Калверт. Delphi 5. Энциклопедия пользователя. К.: Изд. ДиаСофт Лтд. 1996. 736 с.

8. Чинков В.М., Герасимов С.В. Варіаційний метод і методики синтезу оптимального вимірювального сигналу для контролю технічного стану системи автоматичного управління. Український метрологічний журнал. 2014. № 1. С. 59–64.

9. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Синтез бінарного сигналу з рівномірним спектром за критерієм мінімуму розкиду амплітуд корисних гармонік методом послідовного квадратичного програмування. *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. 2006. Вип. 3(9). С. 144–147.

10. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1982. 272 с.

11. Шестеркин А.Н. Система моделирования и исследования радиоэлектронных устройств Multisim 10. М.: ДКМ Пресс, 2012. 360 с.

12. Шильман С.В. Адаптивные фильтры Кальмана. Докл. РАН. 1994. Т. 338. № 6. С. 724–744.

13. Глобальная морская система связи при бедствии и для обеспечения безопасности мореплавания / А.В. Шишкин, В.М. Кошевой, В.И. Купровський, С.Л. Ефимов. С-Пб.: РосКонсульт, 2001. 272 с.

14. Дакі О.А. Метод динамічного програмування щодо синтезу вхідного вимірювального сигналу для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів. *Авіаційно-космічна техніка і технологія.* 2019. № 3(155). С. 57–63. DOI: https://doi.org/10.32620/aktt.2019.3.07.

15. Дакі О.А., Асланов А.В., Билима Р.М., Дениченко А.А., Дехтяр В.В. Метод синтезу вимірювального сигналу для контролю технічного стану суднових радіонавігаційних комплексів. *Новітні технології*. 2019. Вип. 2(9). С. 32–40. DOI: https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.2.09.04.