УДК 681.5 https://doi.org/10.33298/mataparat.13

Іваненко В.М. Державний університет інфраструктури та технологій, старший викладач кафедри судноводіння та експлуатації технічних систем на водному транспорті, м.Ізмаїл

РОЗРАХУНОК ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ ПАРАМЕТРІВ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ

Постановка проблеми. Перспективним напрямком розвитку методів і приладів контролю та діагностування технічного стану радіонавігаційних комплексів (РНК) засобів водного транспорту є їх автоматизація та універсалізація, що знайшло своє втілення у проектуванні й виробництві обчислювальних систем контролю та діагностування й вимірювальних інформаційних систем, оснащених сучасною мікропроцесорною технікою, пристроями спряження з персональним комп’ютером, зручним програмним забезпеченням тощо.

Водночас виникає відоме в практиці контролю технічного стану складних систем *протиріччя*: забезпечення заданої достовірності та оперативності отримання інформації про технічний стан РНК засобів водного транспорту потребує збільшення обсягу та точності вимірювань при оцінюванні їх характеристик з одного боку, а з іншого – відсутність методів автоматизації процесів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

У відповідності до протиріччя актуальною *науковою проблемою* є розроблення методів синтезу тестових сигналів і обробки відгуків на них для підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту [1, 2].

У статті запропоновано розв’язання цієї проблеми на базі розроблення методів синтезу та обробки тестових сигналів і обґрунтування варіантів створення гнучких програмнокерованих калібраторів сигналів з нормованими характеристиками для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

Метою статті є наведення особливостей розрахунку функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів, що є підґрунтям для розроблення методів синтезу та обробки тестових сигналів.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Отримання кількісних оцінок

Для отримання кількісних оцінок визначимо функцію розподілу параметрів z_i за умови, що на виході комплексу, що контролюється, спостерігається реакція $y(t)$ [3].

З цією метою введемо в розгляд вектор

$$\varsigma = \{\Delta y, \Delta z\} \equiv \{\Delta y(t_1), \Delta y(t_2), ..., \Delta y(t_s), \Delta z_1, \Delta z_2, ..., \Delta z_m\}. \quad (1)$$

У цьому співвідношенні вихідна реалізація $\Delta y(t)$ замінена дискретною вибіркою $\{\Delta y(t_1), \Delta y(t_2), ..., \Delta y(t_s)\}$. Саме ця вибірка й спостерігається при використанні дискретних (квантованих у часі) методах вимірювання відгуку (вихідного сигналу). Величина, яка визначає кількість вимірювання миттєвого значення сигналу за час контролю T, $t_k = \frac{T}{s}k$, $k = \overline{1,s}$, s – кількість точок дискретизації, і величина, яка характеризує крок квантування $\Delta t = T/s$.

При визначенні періоду дискретизації необхідно враховувати швидкодію вимірювального пристрою, швидкодію або об’єм пам’яті розрахункового пристрою та час кореляції завади $\xi(t)$. Очевидно, немає сенсу вибирати час Δt меншим часу кореляції завади, оскільки при такому збільшенні кількості відліків вихідного сигналу практично немає виграшу в інформації (згідно з теоремою Котельникова) [2, 4].

Таким чином, значення завади в різних точках відліку можна вважати статистично незалежними.

Введемо вектор $\xi(t)=\left\{\xi(t_1), \xi(t_2), ..., \xi(t_s), \underbrace{0, ..., 0}_{m}\right\}$.

Позначимо композицію матриць $a_{kj}=a_j(t_k, q_0, \{u\})$ і α_{ji} через $A=A\begin{pmatrix} a \\ \alpha \end{pmatrix}$

.

Використовуючи ці позначення, рівняння (1) запишемо так [5]

$$\varsigma = A\cdot\Delta q+\xi. \qquad (2)$$

Складові векторів Δq і q будемо вважати розподіленими за нормальним законом. Щодо вектора ξ, то ця умова накладає на нього певні обмеження. Якщо основний внесок у заваду вносить похибка вимірювального пристрою, то в більшості випадків цю заваду можна вважати нормальною.

При великих відхиленнях розподілу параметрів Δq_j вектор Δq може і не бути нормальним. Якщо ці відхилення незначні, то поблизу центру розподілу практично будь-який розподіл є нормальним.

Таким чином, функції розподілу величин Δq і ξ можна записати так [6]:

$$\rho_1(\Delta q)=(2\pi)^{-n/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\Delta q^2\right\}; \qquad (3)$$

$$\rho_0(\xi)=(2\pi)^{-s/2}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\xi^2}\xi^2\right\}.$$

де n – кількість параметрів системи q_j;

s – кількість точок відліку вхідного сигналу;

σ_ξ^2 – дисперсія завади $\xi(t)$;

Δq^2 і ξ^2 – позначають квадрати норми відповідних векторів:

$$\Delta q^2 = \sum_{j=1}^{n} \Delta q_j^2 \text{ і } \xi^2 = \sum_{k=1}^{s} \sigma_\xi^2(t_k).$$

Припустимо, що величини Δq_j у формулі (3) статистично незалежні та мають одиничну дисперсію. В подальшому будуть розраховані формули для загального випадку лінійно незалежних величин Δq_j.

Апріорна функція розподілу параметрів z_i може бути отримана зі співвідношення (1). Оскільки ці величини є лінійними комбінаціями параметрів q_j, останні розподілені за нормальним законом (3), то і z_i також будуть розподілені за нормальним законом. З іншого боку, параметри z_i завжди можна вважати статистично незалежними, а вибором масштабу можна зробити дисперсії цих параметрів рівними одиниці. Згідно з (1), враховуючи зазначені умови, кореляційні моменти параметрів z_i будуть дорівнювати [7, 8]

$$(R_z)_{ik} = < \Delta z_i \, \Delta z_k > = \sum_{\ell, m} \alpha_{i\ell} \alpha_{km} < \Delta q_\ell \, \Delta q_m > = \delta_{ik}.$$

Оскільки кореляційна матриця параметрів q_j одинична, тобто $< \Delta q_i \, \Delta q_j > = \delta_{ij}$, то для матриці α отримаємо умову: $\sum_j \alpha_{ij} \alpha_{kj} = \delta_{ik}$ або

$$R_j = \alpha \cdot \alpha^{T} = E, \tag{4}$$

де $\alpha^{т}$ – транспонована матриця;

Е – одинична матриця.

Кореляційна матриця параметрів z_i одинична й ці величини розподілені за нормальним законом, тому їх апріорна функція розподілу дорівнює [9, 10]

$$\rho(z) = (2\pi)^{-m/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\Delta z^2\right\}, \tag{5}$$

де $\Delta z^2 = \sum_{i=1}^{m} \Delta z_i^2$.

Для визначення умовної функції $\rho(z/y)$, яка визначає апостеріорний розподіл параметрів z_i, можливо скористатися тотожністю $\rho(z/y) = \rho(z, y)/\rho_y(y)$.

Функцію розподілу $\rho(z, y) = \rho(\varsigma)$ визначимо за допомогою виразу (2). Оскільки величина ς є лінійною комбінацією величин Δq і ξ, розподілених за нормальним законом, то й величина ς буде розподілена за нормальним законом. Для визначення характеристик цього розподілу необхідно розрахувати кореляційну матрицю величин ς. Зі співвідношення (2) отримаємо [10, 11]:

$$(R_\varsigma)_{ij} = <\varsigma_i\ \varsigma_j> = \sum_{k,s} A_{ik}A_{js} < \Delta q_k\ \Delta q_s > + < \xi_i\ \xi_j > = \sum_{s} A_{is}A_{js} + < \xi_i\ \xi_j >,$$

або в матричній формі:

$$R_\varsigma = A \cdot A^{т} + \begin{pmatrix} \sigma_\xi^2 \cdot E \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \}n \\ \}m \end{matrix}.$$

Підставивши вираз для матриці $A = \begin{pmatrix} a \\ \alpha \end{pmatrix}$, отримаємо:

$$A \cdot A^{т} = \frac{a}{\alpha}\left(a^{т} \cdot \alpha^{т}\right) = \begin{pmatrix} a \cdot a^{т} & a \cdot \alpha^{т} \\ \alpha \cdot a^{т} & \alpha \cdot \alpha^{т} \end{pmatrix}.$$

Використавши співвідношення (4), можна записати:

$$R_{\varsigma} = \begin{pmatrix} a \cdot a^{т} + \sigma_{\xi}^{2} E & a \cdot \alpha^{т} \\ \alpha \cdot a^{т} & E \end{pmatrix}.$$

Зі співвідношення (1) видно, що матриця $a \cdot a^{т} + \sigma_{\xi}^{2} E$ є кореляційною матрицею R_y величин Δy_i. Дійсно, з виразу (1) отримаємо [12]

$$\left(R_y\right)_{ij} = < \Delta y(t_i) \Delta y(t_j) > = \sum_{k,s} a_k(t_i) a_s(t_i) < \Delta q_k \, \Delta q_s > + < \xi(t_i) \xi(t_j) > =$$
$$= \sum_{s} a_s(t_i) a_s(t_j) + \sigma_{\xi}^{2} \xi_{ij}$$

або в матричній формі:

$$R_y = a \cdot a^{т} + \sigma_{\xi}^{2} E. \tag{6}$$

Таким чином, для матриці R_{ς} остаточно запишемо [13]:

$$R_{\varsigma} = \begin{pmatrix} R_y & a \cdot \alpha^{т} \\ \alpha \cdot a^{т} & E \end{pmatrix}. \tag{7}$$

За допомогою кореляційної матриці R_ς можна визначити функцію розподілу величин ς:

$$\rho(\varsigma) = \rho(z, y) = (2\pi)^{-(s+m)/2} \left|\det R_\varsigma\right|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\varsigma R_\varsigma^{-1} \varsigma\right)\right\}. \qquad (8)$$

Вираз ($\varsigma R_\varsigma^{-1} \varsigma$) є результатом скалярного множення векторів ς і $R_\varsigma^{-1}\varsigma$, тобто $\varsigma R_\varsigma^{-1}\varsigma = \sum\limits_j \varsigma_j \left(R_\varsigma^{-1}\varsigma\right)_j = \sum\limits_{j,k} \left(R_\varsigma^{-1}\right)_{jk} \varsigma_j \varsigma_k$.

Зазначимо, що кореляційні матриці величин y і Z є симетричними: $R_y^T = R_y, R_\varsigma^T = R_\varsigma$. Це буде використане в подальших розрахунках.

Розрахуємо функцію розподілу величин $\Delta y(t)$. Оскільки ці величини, як виходить з (1), розподілені за нормальним законом, а їх кореляційна матриця була розрахована раніше, то [14]

$$\rho_y(y) = (2\pi)^{-s/2} \left|\det R_y\right|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\Delta y R_y^{-1} \Delta y\right)\right\}. \qquad (9)$$

Після підстановки виразів (8) і (9) у співвідношення для функції $\rho(z/y)$: $\rho(z/y) = \rho(z, y)\rho(y)$, отримаємо:

$$\rho(z/y) = \frac{\rho(\varsigma)}{\rho_y(y)} = (2\pi)^{-m/2} \left|\frac{\det R_\varsigma}{\det R_y}\right|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\varsigma R_\varsigma^{-1}\varsigma\right) + \frac{1}{2}\left(\Delta y R_y^{-1} \Delta y\right)\right\}. \qquad (10)$$

У формулі (10), вираз, який знаходиться у фігурних дужках, необхідно привести до квадратичного відносно величин Δz. Для цього необхідно розрахувати матрицю R_{ς}^{-1}. Зазначимо, що матриця R_{ς}, як видно з виразу (7), складається з блоків, при цьому блоки R_y і E є неособливими квадратними матрицями рангу n і m відповідно. Тому для розрахунку R_{ς}^{-1} можна застосувати формулу Фробеніуса для звертання блочної матриці [15].

При цьому будемо мати

$$R_{\varsigma}^{-1} = \begin{pmatrix} K & L \\ L^{T} & N \end{pmatrix}, \tag{11}$$

де $K = R_y^{-1} + R_y^{-1} a\alpha^{T} - H^{-1}\alpha a^{T} R_y^{-1};$ (12)

$$L = -R_y^{-1} a\alpha^{T} - H^{-1}; \tag{13}$$

$$N = H^{-1}; \tag{14}$$

$$H^{-1} = E - \alpha a^{T} R_y^{-1} a\alpha^{T}. \tag{15}$$

Використовуючи співвідношення (11)–(15), перетворимо вираз у фігурних дужках формули (10):

$$\Phi = -\frac{1}{2}\left(\varsigma R_{\varsigma}^{-1}\varsigma\right) + \frac{1}{2}\left(\Delta y R_y^{-1}\Delta y\right) = -\frac{1}{2}(\Delta y, \Delta z)\begin{pmatrix} K & L \\ L^{T} & N \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\Delta y R_y^{-1}\Delta y =$$
$$= -\frac{1}{2}\Delta y K \Delta y + \frac{1}{2}\Delta y R_y^{-1}\Delta y - \frac{1}{2}\Delta y L \Delta z - \frac{1}{2}\Delta z L^{T}\Delta y - \frac{1}{2}\Delta z N \Delta z.$$

Для приведення цього виразу до квадратичного вигляду знайдемо вектор Δz^{o}, який відповідає екстремуму Ф:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \Delta z} = -L^{T}\Delta y - N\Delta z^{o} = 0, \tag{16}$$

$$z^o = -N^{-1}L^{т}\Delta y .$$

Оскільки H – симетрична матриця ($H^{т} = H$), то з (13) знайдемо [10, 16]:

$$L^{т} = -H^{-1}\alpha a^{т}R_y^{-1}; \tag{17}$$

$$N^{-1} = H .$$

Підставивши (17) у формулу (16), отримаємо:

$$\Delta z^o = \alpha a^{т}R_y^{-1}\Delta y . \tag{18}$$

Вектор Δz_o визначає центр розподілу $\rho(z/y)$. Позначимо величину відхилення від цього центра $\nu = \Delta z - \Delta z^o$ і підставимо цю величину в співвідношення для Φ:

$$\begin{aligned}\Phi = -\frac{1}{2}\Delta y K \Delta y + \frac{1}{2}\Delta y R_y^{-1}\Delta y - \frac{1}{2}\Delta y L \Delta z^o - \frac{1}{2}\Delta z^o L^{т}\Delta y - \\ -\frac{1}{2}\Delta z_o N \Delta z_o - \frac{1}{2}\nu N \nu = -\frac{1}{2}\Delta y\left\{K - R_y^{-1} - LN^{-1}L^{т}\right\} - \frac{1}{2}\nu N \nu .\end{aligned} \tag{19}$$

При врахуванні у (19) співвідношень (12)–(14), отримаємо вираз:

$$\Phi = -\frac{1}{2}\nu H^{-1}\nu . \tag{20}$$

Для розрахунку детермінанту $\det R_{\varsigma}$ використаємо узагальнений алгоритм Гауса [10, 17]:

$$\det R_{\varsigma} = \det R_{y} \cdot \det\left(E - \alpha a^{T} R_{y}^{-1} a \alpha^{T}\right) = \det R_{y} \cdot \det H^{-1}. \qquad (21)$$

Після підстановки (20) і (21) у формулу (9) отримаємо остаточне співвідношення для умовної функції розподілу:

$$\rho(z/y) = (2\pi)^{-m/2} \left|\det H\right|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\nu H^{-1} \nu\right)\right\}, \qquad (22)$$

а Δz^{o} визначається з виразу (19).

У формулу (15) для матриці H входить R_{y} матриця кореляції величин Δy. Ця матриця, також як і матриця R_{y}^{-1}, має ранг s, який дорівнює кількості відліків вихідного сигналу. При великій кількості відліків великий ранг матриці R_{y}^{-1} може суттєво ускладнити розрахунки за формулою (15). Формулу (15) можна перетворити так, щоб до неї входили лише матриці, ранг яких не перевищує n – кількість параметрів системи контролю. При $n < s$ таке перетворення спрощує вираз (15). Запишемо вираз для R_{y}^{-1} у вигляді ряду [10]

$$R_{y}^{-1} = \left(a \cdot a^{T} - \sigma_{\xi}^{2} E\right)^{-1} = \frac{1}{\sigma_{\xi}^{2}} \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^{s} \frac{\left(a \cdot a^{T}\right)^{s}}{\sigma_{\xi}^{2s}}.$$

Помножимо це співвідношення зліва на a^{T}, а справа на a:

$$a^{T}R_y^{-1}a = \frac{1}{\sigma_\xi^2} a^{T} \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \frac{\left(a \cdot a^{T}\right)^s}{\sigma_\xi^{2s}} a = -\sum_{s=1}^{\infty} (-1)^s \frac{\left(a \cdot a^{T}\right)^s}{\sigma_\xi^{2s}} .$$

У цьому співвідношенні використаємо те, що $a^{T}\left(a \cdot a^{T}\right)^s a = \left(a^{T} \cdot a\right)^{s+1}$.
Додавання та віднімання одиничної матриці E дозволяє отримати:

$$a^{T}R_y^{-1}a = E - \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \frac{\left(a^{T} \cdot a\right)^s}{\sigma_\xi^{2s}} = E - \sigma_\xi^2 \left(a^{T} \cdot a + \sigma_\xi^2 E\right)^{-1} . \qquad (23)$$

Підставивши вираз (15) і враховуючи (14), маємо:

$$H = E - \alpha\left[E - \sigma_\xi^2 \left(a^{T} \cdot a + \sigma_\xi^2 E\right)^{-1}\right] = \sigma_\xi^2 \alpha \left(a^{T} \cdot a + \sigma_\xi^2 E\right)^{-1} \alpha^{T} . \qquad (24)$$

Позначимо $\tilde{R}_y = a^{T} \cdot a + \sigma_\xi^2 E$.

Матриця $\tilde{R}_y$ має ранг n. За допомогою цієї матриці вираз для H може бути остаточно записано в наступному вигляді:

$$H = \sigma_\xi^2 \alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^{T} . \qquad (25)$$

Зазначимо, що формули (24) і (25) є точними, хоча вони й отримані за допомогою розкладу в ряд, у законність якого можна виявити сумнів. Покажемо це. Дійсно, помножив обидві частини формули (23) на матрицю (25) і після перетворень перейдемо до тотожності.

Такий перехід від матриці R_y до матриці $\tilde{R}_y$ можна виконати і у формулі (18) для ΔZ^{o}. Це можна зробити за допомогою тотожності:

$$a^{\mathrm{T}}\tilde{R}_y^{-1} = \tilde{R}_y^{-1}a^{\mathrm{T}}. \tag{26}$$

Для доказу отриманої тотожності можна підставити в (26) вираз для R_y^{-1} у вигляді ряду та виконати перетворення, аналогічні тим, що проводилися для отримання формули (23). Це також можна зробити і безпосередньо. Так, помноживши тотожність (26) зліва на $\tilde{R}_y$, а справа на $\tilde{R}_y^{-1}$, отримаємо $\tilde{R}_y a^{\mathrm{T}} = a^{\mathrm{T}} R_y$. Після заміни виразу $\tilde{R}_y$ на формулу (24), а R_y на (16), будемо мати: $\left(a^{\mathrm{T}} \cdot a + \sigma_\xi^2 E\right)a^{\mathrm{T}} \equiv a^{\mathrm{T}}\left(a \cdot a^{\mathrm{T}} + \sigma_\xi^2 E\right)$, що є очевидною тотожністю [8, 11].

З урахуванням співвідношення (26) величина Δz^{o} (18) може бути виражена через матрицю $\tilde{R}_y$ таким чином:

$$\Delta z^{o} = \alpha \tilde{R}_y^{-1} a^{\mathrm{T}} \Delta y. \tag{27}$$

У проведених обчисленнях передбачалось існування зворотних матриць $\tilde{R}_y^{-1}$ і R_y^{-1}. Доведемо це зауваження. Розглянемо квадратичні форми:

$$\Phi_1 = \left(x, \tilde{R}_y, x\right) = \sum_{i,j=1}^{n} \left(\tilde{R}_y\right)_{ij} x_i x_j \;\text{ і }\; \Phi_2 = \left(x, R_y, x\right) = \sum_{i,j=1}^{n} \left(R_y\right)_{ij} x_i x_j\,;$$

де $\left(\tilde{R}_y\right)_{ij}$ і $\left(R_y\right)_{ij}$, згідно з (23) , дорівнюють:

$$\left(\tilde{R}_y\right)_{ij} = \left(a^{\mathrm{T}} \cdot a\right)_{ij} + \sigma_\xi^2 \xi_{ij} = \sum_{k=1}^{s} a_i(t_k) a_j(t_k) + \sigma_\xi^2 \xi_{ij};$$

$$\left(R_y\right)_{ij} = \left(a \cdot a^{\mathrm{T}}\right)_{ij} + \sigma_\xi^2 \xi_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_k(t_i) a_k(t_j) + \sigma_\xi^2 \xi_{ij}.$$

При цьому для Φ_1 і Φ_2 отримаємо:

$$\Phi_1=\sum_{k=1}^{s}\sum_{i,j=1}^{n}a_i(t_k)a_j(t_k)x_i x_j+\sigma_\xi^2\sum_{j=1}^{n}x_j^2=\sum_{k=1}^{s}\left(\sum_{i=1}^{n}a_i(t_k)x_i\right)^2+\sigma_\xi^2\sum_{j=1}^{n}x_j^2\,,$$

$$\Phi_2=\sum_{i,j=1}^{s}\sum_{k=1}^{n}a_k(t_i)a_k(t_j)x_i x_j+\sigma_\xi^2\sum_{i=1}^{s}x_i^2=\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{s}a_k(t_i)x_i\right)^2+\sigma_\xi^2\sum_{i=1}^{s}x_i^2\,.$$

Таким чином, квадратичні формули Φ_1 і Φ_2 позитивні за будь-яких $x_i \neq 0$, тобто є позитивно визначеними.

З іншого боку, як видно з виразу (23), матриці $\tilde{R}_y$ і R_y є симетричними: $R_y^{т}=R_y$ і $\tilde{R}_y^{т}=\tilde{R}_y$. Як відомо, всі власні значення позитивно визначених симетричних матриць позитивні. В цьому випадку існують обернені матриці.

Як зазначалося вище, наявність завади є необхідною умовою для існування обернених матриць $\tilde{R}_y$ і R_y. При $\sigma_\xi^2=0$ квадратичні форми Φ_1 і Φ_2 не є позитивно визначеними, бо вони можуть перетворюватися в нуль при $x_i \neq 0$ і матриці $\tilde{R}_y^{-1}$ і R_y^{-1} можуть не існувати. У цьому випадку також існують границі виразів (25) і (27) при $\sigma_\xi^2 \to 0$.

Умовна функція розподілу $\rho(z/y)$, яка визначається формулами (22), (25) (27) або (22), (15), (16), є основною кількісною характеристикою контролю. Вона містить усю інформацію про параметри z_i, яку можна отримати в результаті контролю, і з неї можуть бути розраховані можливі оцінки. При використанні цих оцінок обов’язково втрачається частина інформації, яка міститься у функції розподілу $\rho(z/y)$. Однак введення таких оцінок є виправданим, оскільки за рахунок часткової втрати інформації досягається суттєве спрощення самих оцінок. Пояснимо це.

Функція $\rho(z/y)$ повністю визначається завданням m параметрів z_i^o, які задають положення центру розподілу, і елементами матриці Н, що описують відхилення від центру. Оскільки матриця Н симетрична, то недіагональні її елементи попарно рівні. Загальна кількість елементів цієї матриці дорівнює $(m+1)/2$.

Висновки. Отже, відхилення функції розподілу (апостеріорна область параметрів z_i) задається $m(m+1)/2$ незалежними величинами (m – дисперсій і $m(m-1)/2$ коефіцієнтів кореляції). Тому відхилення однієї функції від цих величин призводить до втрати частини інформації, яка міститься у функції $\rho(z/y)$. Виняток складає випадок $m=1$, тобто при $m(m+1)/2=1$.

Максимально повний опис апостеріорної області відхилення потребує таким чином завдання $m(m+1)/2$ незалежних величин-функцій від m дисперсій і $m(m-1)/2$ коефіцієнтів кореляції. При цьому обмежуються тільки інваріантними функціями дисперсій і кореляцій. Під інваріантною розуміємо таку функцію, яка не змінює свого значення при відмінному від початкового вибору незалежних ортонормованих величин q_j.

Так, існує нескінченна множина способів вибору величин Δq_j, які задовольняють умові: $<\Delta q_i \, \Delta q_j>=\delta_{ij}$. Якщо, наприклад, Δq_j – один з таких наборів, то $\Delta q'_j=\sum_{i=1}^{n} U_{ji}\Delta q_i$, де U_{ji} – унітарна матриця (матриця повороту) теж буде ортонормованим набором, тобто буде задовольняти умові $<\Delta q'_i \, \Delta q'_j>=\delta_{ij}$. Якщо за оцінку вибрати неінваріантну функцію, то така оцінка буде характеризувати не тільки якість контролю, але й у значному ступені довільний вибір базису (змінних Δq_j). Так, наприклад, апостеріорні дисперсії та коефіцієнти кореляції параметрів z_i є невдало вибраними оцінками. В подальшому будемо розглядати тільки інваріантні оцінки.

Список літератури

1. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод оптимізації параметрів вимірювального полігармонійного сигналу з використанням функції Лагранжа. Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля. 2019. № 2 (250). С.89–94.

2. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод синтезу вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля*. 2019. № 3 (251). С. 176–180.

3. Тимощук О.М., Дакі О.А. Критерії синтезу вимірювальних сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів управління рухом. *МНТК «Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ».* Львів: НАСВ. 2019. С. 269.

4. Тихонов І.В. Методика підвищення ефективності навігаційного забезпечення плавання на внутрішніх водних шляхах. *Вісник Національного технічного університету України «КПІ». Серія «Радіотехніка. Радіоапаратобудування»*. К.: 2010. Вип. № 40. С. 199–201.

5. Трегубов И.С. Развитие радионавигации в Китае. *Морской транспорт*. Экспресс-информация. Серия Судовождение, связь и безопасность мореплавания. М. Выпуск 9. 1996. 328 с.

6. Трояновский А.Д. Бортовое оборудование радиосистем ближней навигации. М.: Транспорт, 1990. 182 с.

7. Харисов В.А., Перов А.И., Болдин В.А. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС. М.: ИПРЖР, 1998. 400 с.

8. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Аналіз сучасного стану та перспективні напрямки синтезу оптимальних полігармонічних сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки. *Системи обробки інформації*. 2002. Вип. 5 (21). С. 214–217.

9. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1982. 272 с.

10. Чинков В.М., Герасимов С.В. Варіаційний метод і методики синтезу оптимального вимірювального сигналу для контролю технічного стану системи автоматичного управління. *Український метрологічний журнал*. 2014. № 1. С. 59–64.

11. Чинков В.М., Крихтін Ю.О. Синтез бінарного сигналу з рівномірним спектром за критерієм мінімуму розкиду амплітуд корисних гармонік методом послідовного квадратичного програмування. *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. 2006. Вип. 3(9). С. 144–147.

12. Шестеркин А.Н. Система моделирования и исследования радиоэлектронных устройств Multisim 10. М.: ДКМ Пресс, 2012. 360 с.

13. Шильман С.В. Адаптивные фильтры Кальмана Докл. *РАН*. 1994. Т. 338. № 6. С. 724–744.

14. Глобальная морская система связи при бедствии и для обеспечения безопасности мореплавания / А.В. Шишкин, В.М. Кошевой, В.И. Купровський, С.Л. Ефимов. С-Пб.: РосКонсульт, 2001. 272 с.

15. Шорохов М.Н. Вибросейсмическая полевая приемо-регистрирующая станция. *Труды Международной конференции “Информационные системы и технологии”* (ИСТ 2003). Том 2. Новосибирск: НГТУ. 2003. С. 182–187.

16. Admiralty list of radio signals “Coast radio stations”. Vol. 1(2). NP 281(2). 2000. P. 361.

17. Admiralty list of radio signals “Global maritime distress and safety system (GMDSS)”. Vol 5. NP 285. 2000. P. 338.