

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІНФРАСТРУКТУРИ ТА ТЕХНОЛОГІЙ  
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІНФРАСТРУКТУРИ ТА ТЕХНОЛОГІЙ  
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

ДАКІ ОЛЕНА АНАТОЛІЇВНА

УДК 656.6:681.5

## ДИСЕРТАЦІЯ

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ АВТОМАТИЗАЦІЇ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО  
СТАНУ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ  
ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

05.22.20 «Експлуатація та ремонт засобів транспорту»  
«05 – Технічні науки»

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,  
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

О.А. Дакі

Науковий консультант: Богом'я Володимир Іванович, заслужений винахідник  
України, доктор технічних наук, професор

Київ – 2020

## АНОТАЦІЯ

Дакі О.А. Теоретичні основи автоматизації контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.22.20 «Експлуатація та ремонт засобів транспорту» (05 – Технічні науки). – Робота підготовлена та подана до захисту до Державного університету інфраструктури та технологій, Київ, 2020.

Застосування сучасних систем і комплексів навігації засобів водного транспорту дозволяє забезпечити судноводіїв повною й достовірною інформацією про обстановку навколо такого засобу. Це здійснюється за допомогою автоматизованих ідентифікаційних систем і комплексів автоматизованої радіолокаційної прокладки маршруту та дозволяє приймати грамотні рішення щодо безпечного судноплавства. Глобальні навігаційні супутникові системи, перспективні радіонавігаційні комплекси (РНК) при роботі в спеціальних режимах здійснили багатовікову мрію всіх судноводіїв у високоточному визначенні поточного місця судна за будь-яких погодних умов. Навігаційне забезпечення засобів водного транспорту призначено для оперативного вирішення завдань управління рухомими об'єктами на новому якісному рівні. Водночас правильна робота засобів навігаційного забезпечення, зокрема РНК, залежить від їх технічного стану. Наявність у складі РНК великої кількості електронних елементів і радіоканалів, агресивне середовище їх експлуатації (висока вологість, постійний рух (гойдання), солоня вода тощо) підвищують роль методів і приладів контролю та діагностування технічного стану РНК під час експлуатації для забезпечення безаварійного функціонування засобів водного транспорту.

Перспективним напрямком розвитку методів і приладів контролю та діагностування технічного стану РНК засобів водного транспорту є їх

автоматизація та універсалізація, що знайшло своє втілення у проектуванні й виробництві обчислювальних систем контролю та діагностування й вимірювальних інформаційних систем, оснащених сучасною мікропроцесорною технікою, пристроями спряження з персональним комп'ютером, зручним програмним забезпеченням тощо.

Водночас виникає відоме в практиці контролю технічного стану складних систем *протиріччя*: забезпечення заданої достовірності та оперативності отримання інформації про технічний стан РНК засобів водного транспорту потребує збільшення обсягу та точності вимірювань при оцінюванні їх характеристик з одного боку, а з іншого – відсутність методів автоматизації процесів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту. У відповідності до протиріччя актуальною *науковою проблемою* є розроблення методів синтезу тестових сигналів і обробки відгуків на них для підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

У дисертаційній роботі запропоновано розв'язання цієї проблеми на базі розробки методів синтезу та обробки тестових сигналів і обґрунтування варіантів створення гнучких програмнокерованих калібраторів сигналів з нормованими характеристиками для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

*Мета дослідження* – підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту за рахунок розробки методів синтезу та обробки тестових сигналів складної форми.

Для досягнення мети дослідження необхідно розв'язати наступні *часткові наукові завдання*: провести аналіз відомих методів синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту; удосконалити метод обґрунтування критеріїв (кількісних оцінок) оптимальності синтезу тестових сигналів для автоматизованого контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту; розробити методи синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту, які працюють при пасивній і активній радіонавігації;

удосконалити метод обробки вихідного сигналу РНК засобів водного транспорту; удосконалити метод визначення технічного стану РНК засобів водного транспорту при їх автоматичному контролі; розробити метод синтезу тестових сигналів з потрібним спектром для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту; провести перевірку отриманих теоретичних результатів і розробити рекомендації щодо їх впровадження для автоматичного контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

*Об'єкт дослідження* – процес контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

*Предмет дослідження* – методи синтезу та обробки тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

У першому розділі роботи проведено аналіз методів і засобів формування тестових сигналів для контролю РНК засобів водного транспорту. Сформульовані наукова проблема та часткові завдання дослідження, обґрунтовані методи дослідження.

У другому розділі запропоновано метод обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

У третьому розділі розроблено методи синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

У четвертому розділі вдосконалено метод обробки відгуків тестових сигналів РНК засобів водного транспорту для підвищення достовірності контролю їх технічного стану.

У п'ятому розділі обґрунтовано принципи побудови цифрових автоматичних приладів для контролю параметрів РНК засобів водного транспорту на базі запропонованих методів синтезу та обробки тестових сигналів.

У шостому розділі наведено розроблений метод визначення похибки координат засобу водного транспорту під час маршруту залежно від процедур контролю технічного стану РНК, результати практичної реалізації

запропонованих методів синтезу тестових сигналів, проведено оцінку ефективності отриманих наукових результатів.

Наукова новизна отриманих у дисертації результатів наступна:

1. Отримав подальший розвиток метод обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу вимірювальних сигналів, який відрізняється від відомих запропонованою реалізацією умовної апостеріорної функції розподілу параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту та дозволяє автоматизувати наявні процедури контролю їх технічного стану за рахунок врахування радіоелектронних завод.

2. Вперше отримано методи синтезу вхідних тестових сигналів, які дозволяють підвищити ефективність контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту за рахунок використання методів варіаційного числення і застосування в умовах пасивної та активної радіонавігації.

3. Отримали подальший розвиток методи обробки відгуку тестового сигналу для РНК засобів водного транспорту, які відрізняються від існуючих урахуванням характеристик розробленої апостеріорної функції розподілу параметрів контролю і вхідних вимірювальних сигналів та дозволяють автоматизувати процес визначення технічного стану РНК.

4. Отримав подальший розвиток метод синтезу тестових сигналів з потрібним спектром з використанням функції Лагранжа, який відрізняється від відомих методів оптимальним формуванням спектрального складу тестового сигналу та дозволяє забезпечити ефективний контроль технічного стану РНК засобів водного транспорту.

5. Отримав подальший розвиток метод визначення похибок координат засобів водного транспорту залежно від технічного стану РНК, який, на відміну від відомих, враховує функції втрат від помилок у визначенні маршруту руху і дозволяє оптимізувати час контролю при необхідному рівні достовірності та спростити процедуру для автоматичного контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

До практичного значення результатів дисертаційної роботи віднесено те, що застосування запропонованих теоретичних основ і практичних методів

синтезу тестових сигналів дозволяє створити якісно нові види приладів контролю. Запропоновані в роботі методи синтезу та обробки, а також алгоритми роботи калібраторів (мір) і аналізаторів розроблених тестових сигналів рекомендовано застосовувати при створенні автоматизованих приладів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту. Це дозволяє скоротити витрати часу на проведення заходів з технічного обслуговування на етапі експлуатації засобів водного транспорту та підвищити їх якість. Запропоновані теоретичні основи синтезу тестових сигналів пропонується використовувати при формуванні вимог до нових (модернізації існуючих) РНК засобів водного транспорту та при обґрунтуванні вимог до приладів контролю технічного стану під час експлуатації таких комплексів.

Методологічною основою дисертаційного дослідження є системний підхід при розробленні теоретичних основ синтезу тестових сигналів і обробці відгуків на них. Для розв'язання поставлених часткових завдань у дисертації використано теорію чутливості динамічних систем, теорію контролю технічних систем, методи варіаційного числення, теорію оптимізації функцій і теорію матриць, методи математичного моделювання.

Результати імітаційного моделювання отриманих результатів показали, що для підвищення показників контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту (чутливості та достовірності контролю) необхідно використовувати сумарний синусоїдний сигнал, який складається з декількох гармонік (складний за формою). Кількість гармонік такого сигналу дорівнює половині параметрів, що контролюються. Наприклад, для аперіодичного ланцюга РНК застосування запропонованих вимірювальних сигналів порівняно з відомим синусоїдним надає вигоду у чутливості до 20% при незначному часі контролю і до 10% при збільшенні часу контролю. Порівняно з відомими прямокутними сигналами вигоду за оперативністю контролю від застосування запропонованих сигналів є ще більшим: до 40% при незначному часі контролю та до 20% при збільшенні часу контролю.

Показано, що збільшення чутливості контролю дозволяє підвищити достовірність контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту до (10...15)% при незначному часі контролю та до (5...10)% при значному часі контролю. Це свідчить також про підвищення оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту при використанні розроблених тестових сигналів (підвищенні коефіцієнта готовності РНК засобів водного транспорту до функціонування за призначенням). Отримані тестові сигнали збільшують кількість інформації про технічний стан РНК засобів водного транспорту, що контролюються. Отже, мета роботи, направлена на підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту за рахунок розробки методів синтезу та обробки тестових сигналів складної форми, досягнута.

Ключові слова: засоби водного транспорту, радіонавігаційний комплекс (РНК), контроль технічного стану, ефективність контролю, тестові сигнали, синтез, обробка, прилади контролю та діагностування.

## ABSTRACT

Daki O.A. Theoretical bases of automation of technical condition monitoring radio navigation complexes on water transport means. – Qualification scientific work as a manuscript.

Thesis for a doctoral degree in technical sciences: speciality 05.22.20 «Operation and repair of transport means» (05 – Technical Sciences). – State university of infrastructure and technologies, Kyiv, 2020.

The use of modern navigation systems and complexes for the management of water transport means movement has made it possible to provide navigators with complete and reliable information on the situation around such transport means. This is realized by means of automated identification systems and automated radar routing complexes, which allows making competent decisions to ensure safe navigation. Global navigation satellite systems and advanced radio navigation complexes, while working in special conditions, have realized the centuries-old dream of all navigators – high-precision designating the ship's current position under any weather conditions. Providing navigation for water transport means is aimed at the efficient solution of the tasks of navigating mobile vehicles at a new qualitative level. At the same time, a correct operation of the navigation equipment – namely, radio navigation complexes, - depends on their technical condition. The presence of a large number of electronic elements and radio channels in radio navigation complexes, and the aggressive environment in which they operate (high level of humidity, constant movement (rolling), salt water, etc.) increases the role of methods and instruments for monitoring and diagnosing the technical condition of radio navigation complexes during operation in order to ensure the trouble-free operation of water transport means.

A promising approach in the development of methods and devices for monitoring and diagnosing technical condition of the radio navigation complexes on water transport means is their automation and universalization, that has been introduced in designing and producing computer systems for monitoring and

diagnosing and also measuring and information systems equipped with modern microprocessor technical equipment and interface devices with personal computer, convenient interface programs and so on.

At the same time there is a contradiction, known in the practice of monitoring technical condition of complex systems: ensuring the required reliability and high speed of obtaining information on the technical condition of the radio navigation systems on water transport means, requires, on the one hand, the increase of amount and accuracy in measuring while assessing their characteristics. On the other hand, there is a lack of methods for automation the processes of monitoring technical condition of the radio navigation complexes on water transport means. Within this contradiction, the development of methods for synthesizing test signals and processing response to them in order to improve the reliability and speed of monitoring, the technical condition of radio navigation systems of water transport means becomes an actual scientific problem.

The thesis work proposes a solution to this problem based on the development of synthesis methods and test signals processing, as well as the justification of options in order to create flexible programme-controlled signal calibrators with normalized characteristics for monitoring technical condition of the radio navigation complexes on water transport means.

The aim of the study is to increase the reliability and efficiency of monitoring technical condition of radio- navigation complexes on water transport means due to the development of complex-formed test signals methods of synthesis and processing.

In order to achieve the aim of the study, it is necessary to solve the following particular scientific tasks: to carry out the analysis of the known methods of synthesizing test signals for monitoring the condition of the radio navigation complexes on water transport means; to improve the method of justifying criteria (quantitative assessment) for optimum synthesis of test signals for automated monitoring of the technical condition of radio navigation complexes on water transport means; to develop methods of synthesizing test signals for monitoring the

condition of radio- navigation complexes on water transport means that operate in passive and active radio navigation; to improve the method of processing the output signal of the radionavigation complexes on water transport means; to improve the method of determining the technical condition of the radio- navigation complexes on water transport means while their automatic monitoring; to develop the method for synthesizing test signals with the necessary spectrum for monitoring condition of radio- navigation complexes on water transport means; to verify the theoretical results obtained and to draw up recommendations for their implementation for the automatic monitoring of the technical condition of the radio- navigation complexes on water transport means.

The objective of the study is the process of monitoring technical condition of radio -navigation complexes on water transport means.

The subject of the study is methods of synthesis and processing of test signals for monitoring condition of radio- navigation complexes on water transport means.

In the first chapter of the work, the analysis of methods and ways of forming test signals for monitoring radio navigation complexes on water transport means has been made. There have been formulated the scientific problem and partial research objectives, and reasonable research methods.

In the second chapter, the method of justifying the criteria for optimality of test signals synthesis for monitoring the condition of radio navigation complexes on water transport means has been proposed.

In the third chapter, the methods of synthesizing test signals for monitoring the condition of radio navigation complexes on water transport means have been developed.

In the fourth chapter, the method of processing the test signals of the radio navigation complexes on water transport means has been refined in order to improve the reliability of the control over their technical condition.

In the fifth chapter, the principles of constructing digital automatic devices for monitoring parameters of radio navigation complexes on water transport

means, based on the proposed methods of synthesis and processing of test signals, have been justified.

In the sixth chapter, the developed method of determining the coordinates errors on water transport means during a route, depending on the procedures for monitoring the technical condition of radio navigation complexes has been presented; the results of practical implementation of proposed test signal synthesis methods have been showed; the effectiveness of the obtained scientific results has been evaluated.

Scientific novelty of the results obtained in the dissertation is as follows:

- the method of justifying the criteria for optimality of test signals synthesis has been further developed, which makes it possible to improve the existing procedures for monitoring the technical condition of radio navigation complexes on water transport means by taking into account the proposed implementation of the conditional posteriori function for distributing control parameters and radio-electronic interference;
- the methods of input test signals synthesis have been obtained for the first time, which make it possible to improve the monitoring of the technical condition of the radio navigation complexes on water transport means by using methods of calculation and application in passive and active radio navigation;
- the methods of the test signal response processing for radio navigation complexes on water transport means have been further developed, which make it possible to automate the process and improve the control of their technical condition by taking into account the characteristics of the input test signals;
- the method of synthesizing test signals with the necessary spectrum using Lagrange function has been further developed, which makes it possible to enable the effective monitoring of the technical condition of the radio navigation complexes on water transport means by the optimal formation of the spectral content of the test signal;
- the method of determining coordinates errors on water transport means, depending on the procedures of monitoring the technical condition of radio-

navigation complexes has received the further development, which makes it possible to optimize time control while maintaining accuracy by recording the loss function and automating control procedures;

The practical significance of the dissertation work is that the application of the proposed theoretical bases and practical methods for the synthesis of test signals make it possible to create qualitatively new types of monitoring devices. Proposed synthesis and processing methods as well as algorithms of calibrators (measures) and analyzers of developed test signals can be applied in the creation of automated devices for monitoring the technical condition of radio navigation complexes on water transport means. This will enable to reduce the time spent on maintenance activities during the operational phase of water transport means and improve its quality. The proposed theoretical bases of the synthesis of test signals are suggested to be used in the formulation of requirements for new (modernized) radio navigation complexes on water transport means and in the justification of requirements for monitoring the technical condition in the operation of such complexes. The methodological basis of the research is a systematic approach in the development of theoretical bases of synthesis and processing of test signals. To solve specific problems, the theory of sensitivity of dynamic systems, the theory of control of technical systems, methods of variational calculus, the theory of function optimization and matrix theory, methods of mathematical modeling have been used in the dissertation. The model simulation results of the obtained results showed that in order to improve the monitoring of the technical condition of the radio navigation complexes on water transport means (sensitivity and reliability control), the total sinusoidal signal consisting of several harmonics shall be used (complex in form).

The number of harmonics of the signal is equal to half of the monitored parameters. For example, for the aperiodic circuit of a radio navigation complex the use of the proposed measuring signals compared to the known sinusoidal one provides a gain in sensitivity up to 20% (with a short control time) and up to 10% when the control time is increased.

Compared to the known rectangular signals, the gain from implementing the proposed signals is even greater: up to 40% with a short control time and up to 20% with an increase of the control time.

It has been shown that increasing the sensitivity control makes it possible to increase the reliability of the technical condition control of the radio navigation complexes on water transport means up to (10...15)% with a short control time and up to (5...10)% with a considerable control time. It also indicates that the technical condition of the radio navigation complexes on water transport means has been improved by the use of developed test signals (increasing the availability rate of the radio navigation complexes of water transport means for functioning as intended). The received test signals increase the amount of information about the technical condition of the radio navigation complexes on water transport means, which are monitored. Thus, the objective of the study, aimed at improving the reliability and efficiency of the monitoring of the technical condition of the radio navigation complexes on water transport means by developing methods of synthesis and processing of complex test signals, has been achieved.

**Keywords:** water transport means, radio navigation complexes, technical condition monitoring, monitoring efficiency, test signals, synthesis, processing, monitoring and diagnostic devices.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

## 1. Основні наукові результати.

1.1. Тимощук О.М., Дакі О.А., Коломієць О.М., Трофименко І.В. Критерій оптимальності процесу технічного обслуговування суднових комплексів. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. – 2017. – № 4(29). – С. 132–136. DOI: <https://doi.org/10.30748/nitps.2017.29.18>.

1.2. Мусорин А.А., Трофименко И.В., Даки Е.А. Методы прогнозирования для определения технических параметров судового оборудования. *Новітні технології*. 2017. Вип. 1(3). С. 64–68.

1.3. Тимощук О.М., Коломієць О.М., Горбань А.В., Дакі О.А. Прикладні аспекти застосування пасивних радіотехнічних комплексів до вирішення задач контролю водних акваторій. *Новітні технології*. 2017. Вип. 2(4). С. 87–99.

1.4. Данік О.В., Дакі О.А., Коломієць О.М., Горбань А.В. Верифікація технології експертного визначення уступки між вартістю та ефективністю системи навігації та управління рухом. *Новітні технології*. 2018. Вип. 1(5). С. 29–42.

1.5. Дакі О.А., Тимощук О.М., Богом'я В.І. Методологія синтезу полігармонійних вимірювальних сигналів з нормованим спектром. *Новітні технології*. 2018. Вип. 3(7). С. 33–44. DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2018.3.07.05>.

1.6. Тимощук О.М., Дакі О.А., Коломієць О.М. Обґрунтування застосування сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану радіонавігаційних приладів засобів водного транспорту. *Новітні технології*. 2018. Вип. 2(6). С. 39–45. DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2018.2.06.05>.

1.7. Дакі О.А., Кривошей Ф.О., Панов С.Л. Розробка автомата контролю лінійних і нелінійних систем управління та навігації засобів водного транспорту. *Наукоємні технології*. 2018. № 4(40). С. 458–464. DOI: <https://doi.org/10.18372/2310-5461.40.13272>.

1.8. Дакі О.А. Автоматичні прилади контролю параметрів систем управління та навігації засобів водного транспорту. *Новітні технології*. 2019. Вип. 1(8). С. 96–104. DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.1.08.12>.

1.9. Герасимов С.В., Яковлев М.Ю., Дакі О.А. Синтез полігармонійного вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання. *Вимірювальна техніка та метрологія*. 2018. № 79(2). С. 73–76. DOI: <https://doi.org/10.23939/istcmtm2018/02/073>.

1.10. Дакі О.А., Штрибець В.В., Трофименко А.О. Аналіз методів формування вимірювальних сигналів для контролю систем навігації та управління рухом засобів водного транспорту. *Наукоємні технології*. 2019. № 1(41). С. 88–94. DOI: <https://doi.org/10.18372/2310-5461.41.13534>.

1.11. Богом'я В.І., Дакі О.А. Аналіз методів синтезу вимірювальних сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту. *Збірник наукових праць ДУІТ. Серія «Транспортні системи і технології»*. 2019. Вип. 33. Т. 1. С. 96–106. DOI: <https://doi.org/10.32703/2617-9040-2018-33-1-9>.

1.12. Богом'я В.І., Дакі О.А., Тимошук О.М. Аналіз вимірювальних сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту. *Вчені записки Таврійського національного університету ім. В.І. Вернадського*. 2019. Т. 30 (69). № 3. Ч. 2. С. 137–142. DOI: <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2019.3-2/24>.

1.13. Пліта Л.Л., Шевченко А.П., Дакі О.А. Особливості організації процесу експлуатації засобів річкового та морського транспорту. *Новітні технології*. 2019. Вип. 3(10). С. 6–12. DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.3.10.01>.

1.14. Дакі О.А., Трофименко А.О. Принципи побудови автоматичних приладів для контролю параметрів систем управління та навігації засобів водного транспорту. *Інформаційна безпека та інформаційні технології: монографія / за заг. ред. В.С. Пономаренка*. Харків, 2019. С. 77–91.

1.15. Дакі О.А. Метод розрахунку функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. 2019. № 2 (154). С. 76–84. DOI: <https://doi.org/10.32620/aktt.2019.2.10>.

1.16. Тимощук О.М., Дакі О.А. Пропозиції щодо удосконалення методів оцінки ефективності системи контролю технічного стану радіотехнічних систем засобів водного транспорту. *Прикладна радіоелектроніка*. 2019. Вип. 18. № 3,4. С. 116–122.

1.17. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод оптимізації параметрів вимірювального полігармонійного сигналу з використанням функції Лагранжа. *Вісник Східноукраїнського національного університету імені В. Даля*. 2019. № 2 (250). С. 89–94.

1.18. O. Fomin, A. Lovska, O. Daki, V. Bohomia, O. Tymoshchuk, V. Tkachenko. Determining the dynamic loading on an open-top wagon with a two-pipe girder beam. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. Vol. 3, No. 7(99). P. 18–25. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.166329>.

1.19. Богом'я В.І., Тимощук О.М., Дакі О.А. Теоретичні основи синтезу вимірювальних сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету*. Вип. 9. Т. 1. DOI: <https://doi.org/10.31388/2220-8674-2019-1-16>.

1.20. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод синтезу вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикавання. *Вісник Східноукраїнського національного університету імені В. Даля*. 2019. № 3 (251). С. 176–180.

1.21. Дакі О.А. Методи синтезу вимірювальних сигналів з нормованим спектром. *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. 2019. № 2 (90). С. 89–98. DOI: <https://doi.org/10.32620/reks.2019.2.08>.

1.22. Дакі О.А. Метод розрахунку критерію інформативності про технічний стан радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту.

*Системи управління, навігації та зв'язку*. 2019. № 2(54). С. 7–11. DOI: <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2019.2.007>.

1.23. Tymoshchuk O.M., Daki O.A., Bohomia V.I., Bukariev A.O. Passive doppler navigation system using measurements of ship-based millimeter-wave radiometer. *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*. 2019. Vol. 7. Issue 2. P. 89–103.

1.24. Дакі О.А. Метод динамічного програмування щодо синтезу вхідного вимірювального сигналу для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів. *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. 2019. № 3(155). С. 57–63. DOI: <https://doi.org/10.32620/aktt.2019.3.07>.

1.25. Дакі О.А., Асланов А.В., Билима Р.М., Дениченко А.А., Дехтяр В.В. Метод синтезу вимірювального сигналу для контролю технічного стану суднових радіонавігаційних комплексів. *Новітні технології*. 2019. Вип. 2(9). С. 32–40. DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.2.09.04>.

1.26. Дакі О.А. Метод розрахунку критерію чутливості контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. 2019. № 2(35). С. 184–189. DOI: <https://doi.org/10.30748/nitps.2019.35.24>.

1.27. Ганношина І.М., Дакі О.А. Метод автоматизації процесу визначення маршруту судна при плануванні переходу. *Системи обробки інформації*. 2019. № 2(157). С. 84–89. DOI: <https://doi.org/10.30748/soi.2019.157.11>.

1.28. O. Fomin, A. Lovska, O.Daki, V. Bohomia, O. Tymoshchuk, P. Prokopenko, The substantiation of the concept of creating containers with viscous-elastic connections in fitting. *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2019. Vol. 14, No. 15. P. 2771–2776.

1.29. O. Daki, Nguen Van Huu, V. Pavlikov, A. Sobkolov, O. Tymoschuk, Imaging by aerospace radar systems with active aperture synthesis,

*Telecommunications and Radio Engineering*, 2019. Vol. 78, No. 14. P. 1233–1247.  
DOI: <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v78.i14.20>.

## 2. Апробація наукових результатів

2.1. Дакі О.А. Методи прогнозування технічного стану параметрів суднового обладнання. *Стандартизація, сертифікація, метрологія та менеджмент*: тези доп. наук.-практ. конф. К.: ДП «УкрНДНЦ». 2016. С. 17. (Київ, 25-29 квітня 2016 р.).

2.2. Герасимов С.В., Дакі О.А. Вимоги до генераторів сигналів для контролю технічного стану радіоелектронного обладнання. *Проблеми інформатизації*: тези доп. X-ої міжнар. наук.-техн. конф. К.: ДУТ. 2018. С. 134. (Київ, 12-13 квітня 2018 р.).

2.3. Данік О.В., Дакі О.А., Коломієць О.М. Верифікація технології експертного визначення уступки між вартістю та ефективністю. *Інноваційні аерокосмічні технології в екологічному моніторингу*: тези доп. наук.-техн. конф. К.: ДЕА. 2018. С. 59–60. (Київ, 24-25 квітня 2018 р.).

2.4. Герасимов С.В., Дакі О.А. Калібратори полігармонічних сигналів для контролю технічного стану радіотехнічних систем. *Теорія та практика створення, розвитку і застосування високотехнологічних систем спеціального призначення з урахуванням досвіду антитерористичної операції*: тези доп. XXII Всеукраїн. наук.-практ. конф. Житомир: ЖВІ. 2018. С. 124–125. (Житомир, 26-27 квітня 2018 р.).

2.5. Тимощук О.М., Дакі О.А. Автоматичні прилади контролю систем управління та навігації засобів руху. *Новітні технології – для захисту повітряного простору*: тези доп. XV-ої міжнар. наук. конф. Харківського національного університету Повітряних Сил. Х.: ХНУПС. 2019. С. 316. (Харків, 10-11 квітня 2019 р.).

2.6. Дакі О.А. Підхід до розрахунку функції розподілу параметрів контролю систем навігації та управління засобів водного транспорту. *Сучасні напрями розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та засобів управління*: матер. IX-ої міжнар. наук.-техн. конф. Баку, Харків, Жиліна. 2019. С. 20. (Харків, 11-12 квітня 2019 р.).

2.7. Дакі О.А., Трофименко А.О. Обґрунтування принципів побудови автоматичних приладів для контролю параметрів систем управління та навігації засобів водного транспорту. *Інформаційна безпека та інформаційні технології*: тези доп. міжнар. наук.-практ. конф. Х.: ХНЕУ, ЦУНТУ. 2019. С. 5. (Харків, 24-25 квітня 2019 р.).

2.8. Тимощук Е.Н., Даки Е.А. Постановка задачі обоснования критериев синтеза измерительных сигналов для контроля радионавигационных комплексов управления движением средств водного транспорта. *Проблемы водного транспорта (Water transport problems; Azərbaycan Xəzər Dəniz Gəmiçiliyi)*: програм. XIV междунар. науч.-техн. конф. Вакі. 2019. С. 14. (Баку, 02-03 травня 2019 р.).

2.9. Дакі О.А. Теоретичні основи синтезу оптимальних вимірювальних сигналів для оцінювання точності вимірювань параметрів руху засобів водного транспорту. *Водний транспорт: сучасний стан та перспективи розвитку*: тези доп. міжнар. наук.-практ. конф. Київ: ДУІТ. 2019. С. 380–381. (Київ, 16-17 травня 2019 р.).

2.10. Тимощук О.М., Дакі О.А. Критерії синтезу вимірювальних сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів управління рухом. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ*: тези доп. міжнар. наук.-техн. конф. Львів: НАСВ. 2019. С. 269. (Львів, 16-17 травня 2019 р.).

2.11. Iasechko M., Atamanenko I., Daki O., Martynov I., Samsonov Yu., Mudryk V. The Use of the Solid-State Plasma-based Material for the Protection of Radio-electronic Means of Laser Emission. *Measurement Uncertainty: Scientific, Normative, Applied and Methodical Aspects. XVI Scientific Workshop UM\*2019 CAOL\*2019, September 06-08 SOZOPOL, BULGARIA.* – P. 614.

### 3. Додаткові публікації

3.1. НДР «Розробка комплексного показника якості пасажирських круїзних суден змішаного плавання в системі безпересадкових круїзних перевезень між портами Дніпра, Чорного моря та Дунаю» (номер держреєстрації 0116U03946).

## ЗМІСТ

Перелік умовних позначень, символів, одиниць, скорочень і термінів...	23
Вступ .....	24
РОЗДІЛ 1 Аналіз методів і способів формування тестових сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	37
1.1 Загальні характеристики контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	37
1.2 Аналіз тестових сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	46
1.3 Аналіз методів синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	53
1.4 Роль контролю технічного стану в підтриманні потрібного коефіцієнта готовності радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	61
1.5 Аналіз вимірювальної техніки для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	64
1.6 Обґрунтування напряму дослідження дисертаційної роботи. Постановка часткових завдань дослідження .....	68
1.7 Обґрунтування методів розв'язання часткових завдань дисертаційного дослідження .....	71
Висновки до розділу 1 .....	78
РОЗДІЛ 2 Удосконалення показників ефективності контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	80
2.1 Постановка задачі обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу тестових сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів .....	80
2.2 Розрахунок функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів .....	88

2.3 Розрахунок критерію точності контролю радіонавігаційних комплексів .....	100
2.4 Розрахунок критерію інформативності про технічний стан радіонавігаційних комплексів .....	105
2.5 Розрахунок критерію чутливості контролю радіонавігаційних комплексів .....	109
Висновки до розділу 2 .....	116
РОЗДІЛ 3 Методи синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	118
3.1 Застосування методу варіаційного числення до задачі синтезу тестового сигналу .....	118
3.2 Метод розв'язання задачі синтезу тестового сигналу для контролю радіонавігаційних комплексів .....	133
3.3 Застосування методу динамічного програмування до задачі синтезу тестового сигналу .....	150
Висновки до розділу 3 .....	159
РОЗДІЛ 4 Методи обробки відгуку на тестовий сигнал радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	161
4.1 Узагальнений метод обробки відгуку на тестовий сигнал радіонавігаційних комплексів .....	161
4.2 Метод обробки відгуку сигналу за нормальними законами розподілу завади та параметрів контролю .....	171
4.3 Метод контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів без використання максимальної інформації про відгук .....	182
Висновки до розділу 4 .....	201
РОЗДІЛ 5 Принципи побудови цифрових автоматичних приладів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	204
5.1 Основи побудови генераторів тестових сигналів складної форми .....	204
5.2 Розробка генератора тестових сигналів складної форми .....	206
5.3 Принципи побудови та елементи функціональної схеми аналізатора відгуку на тестовий сигнал .....	213

5.4 Функціональна схема автомата контролю лінійних і нелінійних радіонавігаційних комплексів .....	218
5.5 Функціональні схеми автомата контролю лінійних та лінеарізованих радіонавігаційних комплексів при синусоїдному сигналі .....	223
5.6 Функціональні схеми автомата контролю за принципом визначення середнього та середньоквадратичного значення відгуку .....	231
Висновки до розділу 5 .....	241
РОЗДІЛ 6 Практична реалізація запропонованих методів синтезу складних тестових сигналів .....	243
6.1 Метод визначення похибок координат засобів водного транспорту залежно від технічного стану радіонавігаційних комплексів .....	243
6.2 Синтез складного тестового сигналу з використанням функції Лагранжа .....	256
6.3 Метод синтезу тестового сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання .....	264
6.4 Методи синтезу тестових сигналів з нормованим спектром .....	271
6.5 Синтез тестового сигналу для контролю передавача радіонавігаційного комплексу .....	283
Висновки до розділу 6 .....	291
Висновки .....	293
Список використаних джерел .....	298
Додаток А Акти впровадження результатів дослідження .....	320
Додаток Б Перелік параметрів контролю при технічному обслуговуванні та діагностуванні радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту .....	325
Додаток В Критерії оптимізації характеристик тестового сигналу та співвідношення між ними .....	327
Додаток Г Список опублікованих праць за темою дисертації .....	333

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ,  
ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ**

АФХ – амплітудно-фазова характеристика

АЧХ – амплітудно-частотна характеристика

ЗВТ – засоби вимірювальної техніки

ГІ – генератор імпульсів

КЕ – контроль за елементами

КК – комплексний контроль

НДР – науково-дослідна робота

ОК – об'єкт контролю

ПК – персональний комп'ютер

ПКА – перетворювач коду в аналог

ППС – підсилювач постійного струму

РВП – радіовимірювальні прилади

РЛС – радіолокаційна станція

РНК – радіонавігаційний комплекс

РНС – радіонавігаційна система

РТС – радіотехнічна система

САУР – система автоматизованого управління та регулювання

СКЗ – середньоквадратичне значення

ФНЧ – фільтр низьких частот

ФЧХ – фазочастотна характеристика

ЦАП – цифро-аналоговий перетворювач

## ВСТУП

Технічна експлуатація засобів водного транспорту – це комплекс технічних і організаційних заходів, що реалізуються для утримання технічних пристроїв засобів у цілому в постійній готовності ефективно виконувати своє функціональне призначення впродовж усього терміну експлуатації: від будівництва до утилізації [27, 41, 73, 93, 117].

До основних завдань технічної експлуатації засобів водного транспорту належать [41, 117, 140, 212]:

- збільшення робочого періоду засобів водного транспорту за рахунок скорочення їх простоїв з технічних причин;
- підвищення надійності та довготривалої експлуатації;
- раціональне використання техніки, витратних матеріалів, палива та мастильних матеріалів;
- зниження витрат на технічну експлуатацію та ремонт;
- широке поширення передових методів технічної експлуатації.

Технічна експлуатація засобів водного транспорту розподіляється на технічне використання, технічне обслуговування та управління технічною експлуатацією. Це наукове дослідження направлено на вдосконалення системи технічного обслуговування засобів водного транспорту для підвищення ефективності їх використання [41, 72, 98, 117, 215].

Застосування сучасних систем і комплексів навігації засобів водного транспорту дозволяє забезпечити судноводіїв повною й достовірною інформацією про обстановку навколо такого засобу [1, 3 – 11, 25, 181 – 185]. Це здійснюється за допомогою автоматизованих ідентифікаційних систем і комплексів автоматизованої радіолокаційної прокладки маршруту та дозволяє приймати грамотні рішення щодо безпечного судноплавства. Глобальні навігаційні супутникові системи, перспективні РНК засобів водного транспорту при роботі в спеціальних режимах здійснили багатоміліардну мрію всіх судноводіїв у високоточному визначенні поточного

місця судна за будь-яких погодних умов плавання [29, 94–104, 162–166, 183–185]. Отже, навігаційне забезпечення засобів водного транспорту призначено для оперативного вирішення завдань управління рухомими об'єктами на новому якісному рівні. Водночас правильна робота засобів навігаційного забезпечення, зокрема РНК, під час експлуатації засобів водного транспорту залежить від їх технічного стану [30, 34,41,106]. Наявність у складі РНК великої кількості електронних елементів і радіоканалів, агресивне середовище їх експлуатації (висока вологість, постійний рух (гойдання), солоня вода тощо) підвищують роль методів і приладів контролю та діагностування технічного стану РНК під час експлуатації для забезпечення безаварійного функціонування засобів водного транспорту [121, 98–102].

**Обґрунтування вибору теми дослідження.** Відомі моделі контролю та діагностування технічних об'єктів під час їх експлуатації не завжди враховують особливості операцій технічного обслуговування та діагностування складових частин і елементів засобів водного транспорту.

Перспективним напрямком розвитку методів і приладів контролю та діагностування технічного стану РНК засобів водного транспорту на етапі експлуатації є їх автоматизація та універсалізація. Це реалізується в проектуванні й виробництві обчислювальних приладів контролю та діагностування, вимірювальних інформаційних систем, оснащених сучасною мікропроцесорною технікою, пристроями спряження з персональним комп'ютером, зручним програмним забезпеченням користувача тощо.

Результати контролю та діагностування технічного стану РНК засобів водного транспорту є основою для прийняття рішень про необхідність проведення відповідних заходів технічного обслуговування, визначення обсягу та часу їх реалізації, строки здійснення чергових операцій контролю.

Актуальність дослідження, проведеного в дисертаційній роботі, зумовлена:

– зростанням ролі та значення приладів контролю сучасних і перспективних РНК засобів водного транспорту в підтриманні їх готовності до функціонування за призначенням (до безаварійної експлуатації);

– загальною тенденцією підвищення вимог до своєчасного виявлення відмов за рахунок автоматизації (підвищення точності та оперативності контролю) контрольно-діагностичних робіт при експлуатації РНК засобів водного транспорту;

– необхідністю розробки сучасного науково-методичного апарату щодо підвищення достовірності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту на етапі експлуатації;

– недостатнім вивченням питань контролю поточного технічного стану РНК засобів водного транспорту на етапі експлуатації.

Контроль технічного стану технічних комплексів і систем, як складова частина технічного обслуговування на етапі експлуатації, не є засобом поліпшення параметрів чи удосконалення їх якісних показників. Проте об'єктивні результати контролю є основою для визначення реального (поточного) технічного стану РНК засобів водного транспорту, їх готовності до застосування, здатності виконувати завдання в повному обсязі, а також для своєчасної реалізації заходів щодо локалізації та усунення виявлених відмов, запобігання можливим аваріям, катастрофам та іншим небезпечним ситуаціям на етапі експлуатації [12, 23, 37, 77, 117, 148, 208, 209].

Заходи технічного обслуговування РНК засобів водного транспорту на етапі експлуатації здійснюються з використанням низки приладів контролю. Кожний тип приладів контролю, у свою чергу, також потребує своєчасного проведення повірки або калібрування [67, 72, 74, 85–87, 175, 207]. Окрему ланку серед таких приладів контролю займають радіовимірювальні пристрої, які, на відміну від інших типів (електричних, лінійно-кутових, теплотехнічних величин тощо), є складнішими і мають більшу кількість нормованих метрологічних характеристик [37, 62, 87, 124, 143]. Останнє призводить до зростання трудомісткості та часу, відведеного на їх повірку (калібрування), а отже, до зниження коефіцієнта використання як приладів контролю зокрема, так і РНК засобів водного транспорту в цілому. Крім того, при проведенні контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту

процес автоматизації обмежується використанням тестових сигналів прямокутної, трикутної та трапецеїдальної форм [91, 95, 173, 211]. Ці сигнали передбачають використання аналізаторів для визначення параметрів РНК засобів водного транспорту, які потребують обов'язкового втручання оператора [18, 78, 103, 127]. Відсутність автоматизованих високоточних приладів контролю для вимірювання параметрів сигналів прямокутної, трикутної та трапецеїдальної форм (присутність оператора) збільшує час і зменшує достовірність контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту на етапі експлуатації.

Водночас виникає відоме в практиці контролю технічного стану складних систем *протиріччя*: забезпечення заданої достовірності та оперативності отримання інформації про технічний стан РНК засобів водного транспорту потребує збільшення обсягу та точності вимірювань при оцінюванні їх характеристик з одного боку, а з іншого – відсутність методів автоматизації процесів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

У відповідності до протиріччя *наукова проблема*, що розв'язується в дисертації, полягає в розробці методів синтезу тестових сигналів і обробці відгуків на них для підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

Подолання зазначеного протиріччя для розв'язання сформульованої наукової проблеми полягає в розробці комплексу заходів, спрямованих на забезпечення потрібної точності вимірювань параметрів РНК засобів водного транспорту при проведенні контролю їх технічного стану за фіксований або зменшений інтервал часу. З цією метою в сучасних приладах контролю широко застосовуються такі технічні рішення, як автоматизація вимірювальних операцій [92]; модульний принцип побудови та наявність стандартного інтерфейсу, що забезпечує можливість роботи приладів контролю в складі інформаційно-вимірювальних систем [86, 105]; впровадження мікропроцесорної техніки, яка дозволяє проводити

діагностику та самоконтроль основних вузлів приладів контролю, самокалібрування, введення поправок тощо [110, 114].

Крім того, значного розвитку, особливо в закордонному приладобудуванні, отримали комп'ютерні прилади контролю у вигляді звичайних сигнальних плат [32, 127, 147], загальне управління якими здійснює персональний комп'ютер. Така плата містить, зазвичай, цифровий сигнальний процесор і модуль аналого-цифрового та/або цифро-аналогового перетворення, до того ж обробка результатів вимірювань може бути виконана автоматично з використанням потужних систем комп'ютерної математики, наприклад, Mathcad, Matlab, Delphi 5, Multisim 10 [94, 136, 170, 177, 199, 216].

Окремою пріоритетною задачею в рамках автоматизації контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту є розвиток науково-технічних основ щодо створення та застосування мобільних, малогабаритних прецизійних мір тестових сигналів з нормованими характеристиками (параметрами) [151, 171, 192]. До того ж частотний підхід застосовується при вимірюванні амплітудно-частотних характеристик різних видів чотириполосників, зокрема, каналів тональної частоти проводових мереж зв'язку, електричних фільтрів тощо [2, 17, 126, 142]. Потреба в розробці високоякісних (прецизійних) калібраторів тестових сигналів обґрунтована збільшенням частки частотних методів вимірювань для контролю технічного стану динамічних і статичних об'єктів у різних галузях науки, народного господарства та техніки, наприклад, як авіація та космонавтика, радіолокація, гідролокація, радіонавігація, медицина тощо [145, 168, 180–186, 200, 213].

Традиційним для визначення частотних характеристик РНК засобів водного транспорту є застосування генераторів синусоїдних коливань [14, 63, 67]. Проте такий підхід потребує значної трудомісткості вимірювань і знижує оперативність контролю технічного стану через необхідність послідовно задавати на генераторі контрольні частоти. Крім того, для збільшення коефіцієнта завадостійкості РНК застосовують інерційні блоки (елементи),

що збільшує час на проведення контролю. Уникнути цього недоліку можливо за рахунок використання тестових сигналів з нормованим спектром, які є сумою певної кількості корисних гармонік – складних тестових сигналів [144, 210, 219].

Провідними закордонними фахівцями в цій галузі, зокрема, К. ван Схонвелдом, Е. ван дер Оудером, А. Томпсоном, І. Колларом, Т. Уілсоном, а також відомими вітчизняними вченими, такими як М.Я. Мінц, Д.В. Корольков, Ю.М. Парійський, Ю.Ф. Павленко, В.К. Волосюк, В.М. Чинков, П.А. Шпаньон та іншими розроблено низку робіт, які доводять можливість використання складних тестових сигналів, окрім періодичних синусоїдних і прямокутних, для контролю технічного стану складних систем [129, 147, 172, 199, 214, 221]. Проте лише оглядово розглянуто методи синтезу тестових сигналів складної форми для контролю технічного стану радіотехнічних систем. Це пов'язано з відсутністю на той час технічної можливості створити відповідні моделі для перевірки синтезованих сигналів складної форми. Тому існує проблема розробки методів синтезу тестових сигналів для автоматизованого контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту із більш високими характеристиками, що в цілому забезпечить підвищення ефективності обслуговування та виявлення відмов, можливість проводити діагностування технічного стану РНК засобів водного транспорту під час експлуатації.

Таким чином, *тема дисертаційної роботи, яка направлена на розробку теоретичних основ автоматизації контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту, є своєчасною та актуальною.*

**Зв'язок роботи з науковими програмами, темами.** Вибраний автором напрямок дослідження тісно пов'язаний з положеннями Морської доктрини України на період до 2035 року, затвердженої постановою Кабінету Міністрів України від 07 жовтня 2009 року № 1307; здійснюється згідно з Галузевою програмою забезпечення безпеки судноплавства на 2014-2018 роки, затвердженої наказом Міністерства інфраструктури України від 26.06.2013 року №426; виконаний у рамках Національної транспортної стратегії України

на період до 2030 року, схваленої розпорядженням Кабінету Міністрів України від 30 травня 2018 року № 430-р.

Дисертаційна робота виконана в інтересах науково-дослідної роботи «Розробка комплексного показника якості пасажирських круїзних суден змішаного плавання в системі безпересадкових круїзних перевезень між портами Дніпра, Чорного моря та Дунаю» (номер держреєстрації 0116U03946), яка виконувалася в Київській державній академії водного транспорту ім. гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного (Державний університет інфраструктури та технологій).

#### **Мета та завдання дослідження.**

*Мета дослідження* – підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту за рахунок розробки методів синтезу та обробки тестових сигналів складної форми.

Для досягнення мети дослідження необхідно розв'язати наступні часткові наукові завдання.

1. Провести аналіз відомих методів синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.
2. Удосконалити метод обґрунтування критеріїв (кількісних оцінок) оптимальності синтезу тестових сигналів для автоматичного контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.
3. Розробити методи синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту, які працюють при пасивній і активній радіонавігації.
4. Удосконалити метод обробки відгуку тестового сигналу (вихідного сигналу) РНК засобів водного транспорту.
5. Удосконалити метод визначення технічного стану РНК засобів водного транспорту при їх автоматичному контролі.
6. Розробити метод синтезу тестових сигналів з потрібним спектром для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

7. Провести перевірку отриманих теоретичних результатів і розробити рекомендації щодо їх впровадження для автоматичного контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

*Об'єкт дослідження* – процес контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

*Предмет дослідження* – методи синтезу та обробки тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

**Методи дослідження.** Методологічною основою дисертаційного дослідження є системний підхід при розробленні теоретичних основ синтезу тестових сигналів і обробці відгуків на них. Для розв'язання поставлених часткових завдань у дисертації використано теорію чутливості динамічних систем, теорію контролю технічних систем, методи варіаційного числення, теорію оптимізації функцій і теорію матриць, методи математичного моделювання.

При проведенні аналізу відомих методів синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту використовується теорія системного аналізу. Для вдосконалення методу обґрунтування критеріїв (кількісних оцінок) оптимальності синтезу тестових сигналів для автоматичного контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту використано теорію чутливості динамічних систем, теорію контролю технічних систем. Розробка методів синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту, які працюють при пасивній і активній радіонавігації, проводилася з використанням методів варіаційного числення та динамічного програмування. Удосконалення методу обробки вихідного сигналу та визначення технічного стану РНК засобів водного транспорту проводилось із застосуванням теорії оптимізації функцій і теорії матриць. Використання методу оптимізації функції Лагранжа дозволило вдосконалити метод синтезу тестових сигналів з потрібним спектром. Проведено експериментальну перевірку отриманих теоретичних результатів на основі методів математичного моделювання.

### **Наукова новизна отриманих у дисертації результатів.**

Наукова новизна отриманих у дисертації результатів полягає в наступному.

1. Отримав подальший розвиток метод обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу вимірювальних сигналів, який відрізняється від відомих запропонованою реалізацією умовної апостеріорної функції розподілу параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту та дозволяє автоматизувати наявні процедури контролю їх технічного стану за рахунок врахування радіоелектронних завод.

2. Вперше отримано методи синтезу вхідних тестових сигналів, які дозволяють підвищити ефективність контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту за рахунок використання методів варіаційного числення і застосування в умовах пасивної та активної радіонавігації.

3. Отримали подальший розвиток методи обробки відгуку тестового сигналу для РНК засобів водного транспорту, які відрізняються від існуючих урахуванням характеристик розробленої апостеріорної функції розподілу параметрів контролю і вхідних вимірювальних сигналів та дозволяють автоматизувати процес визначення технічного стану РНК засобів водного транспорту.

4. Отримав подальший розвиток метод синтезу тестових сигналів з потрібним спектром з використанням функції Лагранжа, який відрізняється від відомих оптимальним формуванням спектрального складу тестового сигналу та дозволяє забезпечити ефективний контроль технічного стану РНК засобів водного транспорту.

5. Отримав подальший розвиток метод визначення похибок координат засобів водного транспорту залежно від технічного стану РНК, який, на відміну від відомих, враховує функції втрат від помилок у визначенні маршруту руху і дозволяє оптимізувати час контролю при необхідному рівні достовірності та спростити процедуру для автоматичного контролю технічного стану РНК.

**Практичне значення отриманих результатів.** Запропоновані в роботі методи синтезу та обробки, а також алгоритми роботи калібраторів (мір) і аналізаторів розроблених тестових сигналів рекомендовано застосовувати при створенні автоматичних приладів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту. Це дозволяє скоротити витрати часу на проведення заходів з технічного обслуговування та підвищити його якість.

Показано, що автоматизація процедур контролю технічного стану за рахунок розроблених методів синтезу тестових сигналів та обробки відгуків дозволяє підвищити достовірність контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту до (10...15)% при незначному часі контролю та до (5...10)% при значному часі контролю; вираш за оперативністю контролю складає до 40% при незначному часі контролю та до 20% при збільшенні часу контролю.

**Впровадження отриманих результатів.** Основні результати дослідження були впроваджені в Комітеті з питань транспорту Верховної Ради України, ПрАТ «Дунайсудноремонт», ДП «Ізмаїльський морський торговельний порт», ТОВ «Учбово-тренажерний центр «Альфа-трейнінг», Державному університеті інфраструктури та технологій.

Отримані результати дослідження доведені до методів і моделей та мають високий ступінь готовності до використання.

Копії Актів впровадження результатів дисертаційного дослідження надано у додатку А.

**Особистий внесок здобувача.** Нові наукові результати дисертації отримані здобувачем особисто. В основних наукових роботах, які написані в співавторстві, здобувачу належать: [20] – результати аналізу методів синтезу вимірювальних сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту; [21] – пропозиції щодо використання сигналів складної форми для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту; [22] – теоретичні напрацювання щодо синтезу сигналів складної форми для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту; [36] – пропозиції щодо автоматизації процесу визначення маршруту судна; [38] –

метод синтезу вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання; [46] – метод синтезу сигналів складної форми; [49] – результати аналізу методів формування вимірювальних сигналів для контролю систем навігації засобів водного транспорту; [50] – схема автомата контролю систем навігації засобів водного транспорту; [51] – принципи побудови автоматичних приладів для контролю параметрів систем управління та навігації засобів водного транспорту; [56] – метод синтезу складних сигналів з нормованим спектром; [61] – метод експертного визначення уступки між вартістю та ефективністю системи навігації та управління рухом; [118] – результати аналізу методів прогнозування технічного стану суднового обладнання; [132] – обґрунтовані особливості організації процесу експлуатації засобів водного транспорту; [153] – обґрунтовані особливості застосування пасивних радіотехнічних комплексів для вирішення задач контролю водних акваторій; [154] – теоретично обґрунтовані критерії оптимальності технічного обслуговування суднових комплексів; [155] – обґрунтування застосування сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану радіонавігаційних приладів засобів водного транспорту; [156] – обґрунтовані пропозиції щодо вдосконалення методів оцінки ефективності системи контролю технічного стану радіотехнічних систем засобів водного транспорту; [157] – метод синтезу тестового сигналу з використанням функції Лагранжа; [158] – дослідження методу тестового синтезу сигналу складної форми; [191] – методи обробки радіолокаційної інформації; [192] – особливості вантажних перевезень на етапі експлуатації; [193] – розрахунки динамічного навантаження за представленими розрахунками; [217] – результати дослідження пасивної доплерівської навігаційної системи. Наукові роботи [47, 48, 52–55] написані самостійно, без співавторів.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати роботи доповідалися та були схвалені на 11 науково-технічних конференціях, форумах та семінарах, у тому числі міжнародних: X Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми інформатизації», м. Київ (12-13 квітня

2018 року) [39]; XXII Всеукраїнській науково-практичній конференції «Теорія та практика створення, розвитку і застосування високотехнологічних систем спеціального призначення з урахуванням досвіду антитерористичної операції», м. Житомир (26-27 квітня 2018 року) [40]; науково-практичній конференції «Стандартизація, сертифікація, метрологія та менеджмент», м. Київ (25-29 квітня 2016 року) [57]; Міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційна безпека та інформаційні технології», м. Харків (24-25 квітня 2019 року) [58]; Міжнародній науково-практичній конференції «Водний транспорт: сучасний стан та перспективи розвитку», м. Київ (16-17 травня 2019 року) [59]; 9 Міжнародній науково-технічній конференції «Сучасні напрями розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та засобів управління», м. Харків (11-12 квітня 2019 року) [60]; науково-технічній конференції «Інноваційні аерокосмічні технології в екологічному моніторингу», м. Київ (24-25 квітня 2018 року) [90]; XIV Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми водного транспорту», м. Баку, Азербайджан, (02-03 травня 2019 року) [159]; Міжнародній науково-технічній конференції «Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ», м. Львів (16-17 травня 2019 року) [160]; 15 Міжнародній науковій конференції «Новітні технології – для захисту повітряного простору», м. Харків (10-11 квітня 2019 року) [161]; XVI науковому семінарі «Невизначеність вимірювань: наукові, нормативні, прикладні та методичні аспекти», м. Созополь, Болгарія, (06-08 березня 2019 року) [196].

**Публікації результатів дисертації.** Основні наукові результати дисертації опубліковано у 29 наукових статтях: 1 стаття у вигляді розділу колективної монографії, 24 статті ( 6 з яких написано одноосібно) у наукових виданнях, включених до Переліку наукових фахових видань України в галузі технічних наук та до міжнародних наукометричних баз даних, 4 статті у журналах, що входять до наукометричної бази даних Scopus.

Крім того, за матеріалами дисертації опубліковано 11 тез доповідей на конференціях. Матеріали дослідження ввійшли до звіту про науково-

дослідну роботу «Розробка комплексного показника якості пасажирських круїзних суден змішаного плавання в системі безпересадкових круїзних перевезень між портами Дніпра, Чорного моря та Дунаю» (номер держреєстрації 0116U03946).

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається з анотації, вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел, додатків; викладена на 338 сторінках друкованого тексту та містить 275 сторінок основного тексту, 48 рисунків, 2 таблиці, список використаних джерел з 222 найменувань на 22 аркушах, 4 додатки на 18 аркушах.

# РОЗДІЛ 1

## АНАЛІЗ МЕТОДІВ І СПОСОБІВ ФОРМУВАННЯ ТЕСТОВИХ СИГНАЛІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

У розділі проведено аналіз існуючих методів і способів формування тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту на прикладі радіотехнічних систем (РТС).

Результати аналізу методів і способів формування тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту дозволили визначити їх недоліки та обґрунтувати проблему контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту при обслуговуванні за фактичним станом.

### **1.1 Загальні характеристики контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту**

Призначенням навігаційної системи або комплексу навігаційних систем на засобах водного транспорту є вироблення в результаті проведення вихідних вимірювань та їх подальшої обробки вектора навігаційних параметрів, що використовується в подальшому в системах управління рухом, забезпечення безпеки плавання тощо [132, 164, 101, 191].

Зрозуміло, що крім цих параметрів навігаційні системи забезпечують вироблення й іншої інформації, виходячи з призначення об'єкта: інформація про відхилення судна від заданої точки, при проходженні вузькості; інформація про положення об'єкта відносно осі фарватеру тощо.

У зв'язку з чим вимоги до точності наведеного універсального набору можуть істотно відрізнятися для різних суден, визначаючи обсяг і складність навігаційного обладнання.

Зазвичай до складу навігаційного обладнання судна входять системи безперервної дії: або система зчислення координат [15, 26, 35, 44], що використовує вимірювач швидкості та курсу, здійснює інтегрування проекцій вектора швидкості на горизонтальні осі географічної системи координат, або інерціальна система, чутливими елементами якої є вимірювачі прискорень (акселерометри) і гіроскопи [16, 27, 36, 46, 130].

Використання цих систем відбувається не тільки через безперервність їх дій, а й через їх автономність, тобто не тільки відсутністю контактів з будь-якими зовнішніми джерелами інформації, а й можливістю вироблення за допомогою їх практично всіх компонентів вектора основних навігаційних параметрів.

Вироблення навігаційних параметрів у цих системах, ґрунтоване на обробці радіотехнічних сигналів від системи датчиків первинної інформації (вимірювачів швидкості та курсу, прискорення та кутів, які задають положення гіроскопів) і на припущенні відсутності похибок цих датчиків, забезпечує безпомилкове вироблення навігаційних параметрів.

Так, серед РНК засобів водного транспорту розрізняють [69, 76, 83, 96, 122, 169, 187, 194]:

– наземні радіонавігаційні системи (РНС), наприклад:

1) РНС «ДЕККА» (система «Декка» – різницево-далекомірна РНС із синхронізацією фази сигналів, що передаються опорними наземними передаючими станціями);

2) РНС «Лоран-С» (система «Лоран-С» – імпульсно-фазова різницево-далекомірна РНС із синхронізацією моментів випромінювання та фази імпульсних сигналів, випромінюваних опорними наземними передаючими ретранслюючими станціями);

– супутникові радіонавігаційні системи (СРНС), наприклад:

1) СРНС «NAVSTAR» (GPS) (США);

2) СРНС «ГЛОНАСС» (Росія).

Тому розглянемо результати аналізу існуючих методів і засобів формування тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту на прикладі радіотехнічних систем.

РТС належать до класу інформаційно-управляючих технічних систем, що здійснюють отримання, передачу або руйнування інформації за допомогою радіохвиль. Відмітною ознакою РТС є [13, 71, 88, 138, 146, 176, 220, 222]:

- наявність радіосигналу (одного або декількох), що складається з джерела радіохвиль, які є носіями інформації;
- наявність середовища, в якому поширюються радіохвилі;
- наявність приймача, що отримує інформацію шляхом відповідної обробки радіохвиль, які досягають його приймальної апаратури (антени).

Як наведено у вступі, терміном «радіотехнічні» системи зазвичай підкреслюють специфіку тих інформаційних систем, в яких функції переносників інформації між просторово рознесеними пунктами виконують електромагнітні хвилі радіодіапазону. У загальному вигляді структурна схема будь-якої РТС має вигляд, показаний на рисунку 1.1.

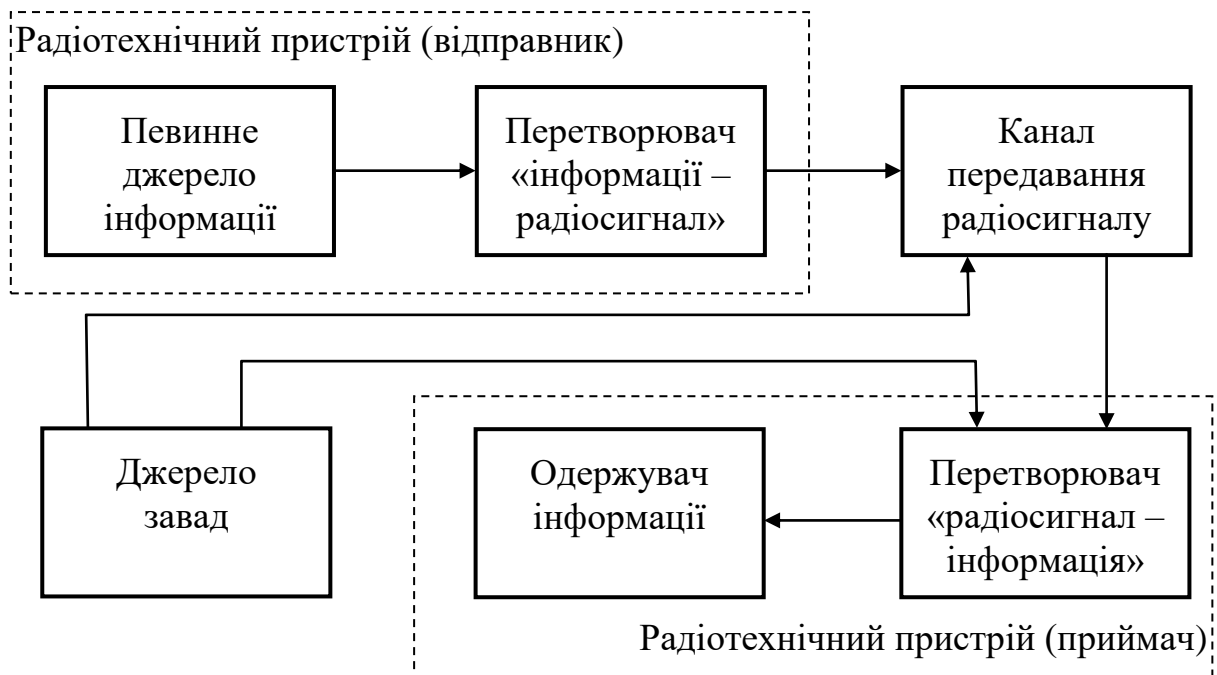


Рисунок 1.1 – Структурна схема РТС

Разом з радіохвилями, що несуть корисну інформацію, на перетворювач «радіохвиля–інформація» реальної РТС впливають і завади різної природи. Існують наступні види завад [24, 33, 45, 64, 66]:

- атмосферні завади, обумовлені грозовими розрядами та мінливістю фізичних властивостей атмосфери;
- індустриальні (технічні) завади, пов'язані з експлуатацією електроустановок і радіоелектронної апаратури різного призначення;
- міжсистемні завади, що створюються сторонніми радіотехнічними установками;
- навмисні завади, що умисне випромінюються об'єктами, протидіючими тій або іншій РТС.

Контроль РТС – процес встановлення відповідності між станом об'єкта контролю (ОК) та заздалегідь заданими допусками шляхом сприйняття сигналів про значення параметрів контролю, порівняння цих значень з допусками, формування та видачі висновків про результат, а також проведення підготовчих операцій з організації контролю (підготовка ОК і приладів контролю – засобів вимірювальної техніки (ЗВТ) – до перевірки та приведення ОК до робочого стану) [73, 75].

Кількість параметрів контролю РТС визначається завданнями визначення їх технічного стану. Вибір параметрів для контролю РТС ґрунтується на визначенні параметрів фізичних процесів, що протікають у РТС, і параметрів сигналів, що проходять у ланцюгах РТС [84, 119].

Параметри сигналів змінюються під впливом фізичних процесів, а за величинами цих змін надають висновок про працездатність РТС.

Основними електричними характеристиками елементів (блоків) передачі РТС є [18, 45, 123, 137, 149]:

- діапазон частот і ширина спектра сигналів, що формуються;
- потужність сигналів (середня або імпульсна);
- вид модуляції сигналів та її параметри (вид сигналу);
- частота повторення (при імпульсних сигналах) або тривалість періоду модуляції (при квазінеперервних складних сигналах);
- коефіцієнт корисної дії;
- стабільність і точність установки частоти (фази), частотних (фазових) і часових параметрів модуляції сигналів;

– рівень паразитних всередині імпульсних, позасмугових і побічних випромінювань, електромагнітна сумісність та ін.

Основними електричними характеристиками приймальних елементів (блоків) РТС є [18, 45, 119, 137, 149]:

- діапазон частот і ширина смуги пропускання;
- вид демодульованих сигналів та їх параметри (вид сигналу);
- порогова або гранична чутливість (спектральна щільність потужності шумів, коефіцієнт шуму);
- динамічний діапазон по входу та виходу;
- вибірковість (частотна, просторова) і заводо захищеність;
- частотна стабільність і точність вимірювання часової затримки, частоти, фази сигналів.

Розрізняють такі групи параметрів, що характеризують якість виконання РТС своїх функцій [18, 42, 70, 141, 149] :

- параметри вхідних і вихідних сигналів (амплітуда, тривалість імпульсів, несуча частота сигналів, їх потужність і тому подібне);
- параметри фізичних процесів (зміна частоти й фази сигналів, пульсації напруги джерел живлення тощо);
- параметри, що не несуть запас енергії (коефіцієнт шуму, коефіцієнт стоячої хвилі, вхідні та вихідні опори тощо);
- передатні та перехідні функції.

Сучасні РТС мають від 100 до 1500 параметрів контролю [25, 104, 125, 131, 139, 150, 167].

Прогнозування стану РТС здійснюється за узагальненими параметрами, значення яких достатньо повно характеризують працездатність всієї системи. До таких параметрів можна віднести коефіцієнти передачі, коефіцієнти підсилення тощо.

У дисертаційній роботі розглянуто параметри вхідних і вихідних сигналів радіотехнічних пристроїв (елементів), що входять до складу РНК засобів водного транспорту. Ці параметри дозволяють зробити висновок про технічний стан РНК.

Функціонування технічних пристроїв можна розглядати як реакцію на вхідні впливи при початкових умовах. Наприклад, для РТС вхідними впливами є струми, напруги, потужність. Характер реакції визначається інерцією пристроїв і швидкістю протікання процесів, тобто динамічними якостями. Інерція та кінцева швидкість протікання процесів відіграють негативну роль, якщо завданням пристрою є точне відтворення зовнішнього корисного збурення. Навпаки, ці якості відіграють позитивну роль при діях зовнішніх негативних впливів, послаблюючи вплив цих факторів на вихідну реакцію. Враховуючи характер корисних і негативних впливів, можна правильно вибрати динамічні якості для отримання необхідних вихідних реакцій. На рисунку 1.2 схематично зображено пристрій, вхідний вплив і вихідна реакція, що відображають принцип функціонування окремих елементів РТС – перетворення збурень. Очевидно, що вхідний вплив і вихідну реакцію необхідно розглядати як вектори, у загальному випадку, з різною кількістю компонентів [28, 71, 111, 152, 192].



Рисунок 1.2 – Схема пристрою РТС

Система автоматизованого управління та регулювання (САУР), радіотехнічні системи навігації та управління рухом засобів водного транспорту, ЗВТ радіотехнічних величин тощо є частковим випадком РТС. Ця частковість зумовлена врахуванням в автоматизованих системах зворотних зв'язків. У РТС можуть бути довільні зворотні зв'язки, але це не є обов'язковим. Синтез тестових сигналів для автоматизованого контролю технічного стану зазначеної системи залежить від вигляду передатної функції та не залежить від особливостей організації зворотного зв'язку [119, 134].

Для розробки алгоритму синтезу тестового сигналу для контролю технічного стану РТС формалізуємо схему, зображену на рисунку 1.2. Вхідні збурення будемо називати вхідними сигналами і позначати їх сукупність через вектор  $x(t)$ . Реакція системи називається вихідним сигналом,

позначається їх множина через вектор  $y(t)$ . Корисним вхідним збуренням відповідають корисні сигнали, а негативним – завади, які позначимо  $\xi(t)$ . Тоді зв'язок між вхідним і вихідним сигналами у РТС запишемо у вигляді [138]:

$$y(t) = \int_0^t h(t, t_3) x(t_3) dt_3,$$

де  $h(t, \tau) = F\delta(t - t_3)$  – вагова (імпульсна) функція (характеристика) системи – реакція системи на  $\delta$ -функцію;

$F$  – оператор лінійного перетворення;

$t_3$  – час затримки.

Більш загальним описом послідовного з'єднання нелінійних і лінійних ланок є співвідношення

– для безперервного випадку: 
$$y(t) = \int_0^t h(t, t_3) \varphi[x(t_3)] dt_3;$$

– для дискретного випадку: 
$$y(t) = \sum_{k=1}^s F_k \varphi_k[x(t)],$$

де  $F_k$  – лінійні оператори;

$s$  – кількість точок дискретизації.

Нелінійні системи, представлені даними співвідношеннями, є системами, що приводяться до лінійних.

Точки прикладання вхідних сигналів вважатимемо входами системи, а точки спостереження вихідних сигналів – виходами системи.

Для статичного режиму функціонування, за якого припускається ідеалізована умова про відсутність інерційності систем, значення вихідного сигналу динамічної системи  $y(t)$  мають бути пропорційними відповідним значенням вхідного сигналу  $x(t)$  у будь-який момент часу. Тобто вихідний сигнал системи безпомилково відображає його вхідний сигнал, можливо в певному масштабі. Проте таке явище спостерігається далеко не у всіх РТС, особливо при збільшенні швидкості змінювання вхідного сигналу. Досить

наочно це видно на прикладі швидкісних катерів, інерційність яких призводить до запізнення (час затримки  $t_3$ ) переміщення рулів щодо змінювання сигналу управління (рис. 1.3) [41, 111, 119].

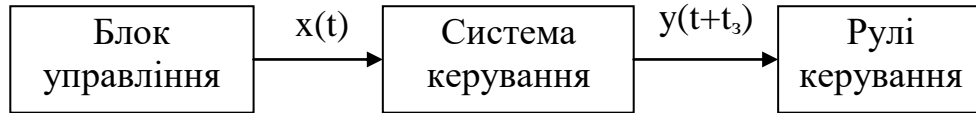


Рисунок 1.3 – Узагальнена схема пристрою РТС

Запізнення, або часова затримка реакції РТС, у загальному вигляді проявляється в тому, що при миттєвій подачі на її вхід сигналу постійного значення  $x(t) \equiv X$  у момент часу  $t_0$  має місце перехідний процес, внаслідок чого вихідна величина (відгук, реакція)  $y(t)$  є змінною та вихідний сигнал затримується практично до завершення перехідного процесу – до моменту часу спрацювання  $t_y$  об'єкта управління (рис. 1.4) [4, 43, 89, 178].

У даному прикладі перехідний процес в інтервалі часу  $t_0 - t_y$  має

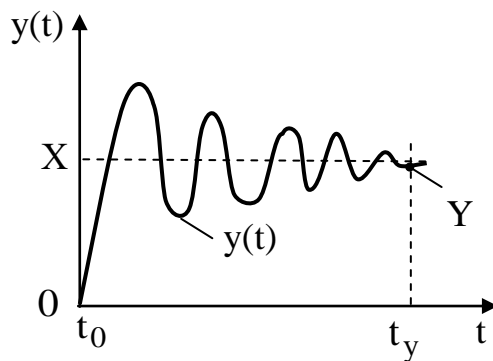


Рисунок 1.4 – Діаграма перехідного процесу у РТС

згасаючий коливальний характер, тобто залежність вихідного сигналу  $y(t)$  РТС від вхідного сигналу  $x(t)$  є нелінійною. Такий перехідний процес властивий багатьом динамічним системам, до яких належать і РТС. Так,

у механічних та електромеханічних САУР (ЗВТ) коливання виникають під впливом сил пружності та демпфірування, в теплових САУР (ЗВТ) – як наслідок теплоємності, в електричних і електронних САУР (ЗВТ) – обумовлені наявністю паразитних ємнісних та індуктивних електричних кіл тощо [95, 178, 189].

Пряма пропорційність між значеннями вихідного  $y(t)$  і вхідного  $x(t)$  сигналів РТС особливо необхідна, коли за умовами завдань контролю

необхідно визначати функцію змінювання сигналу в часі. З іншого боку, якщо на вхід РТС поданий сигнал  $x(t)$ , на який накладена високочастотна завада  $\xi(t)$  (рис. 1.5), то така система працює інерційно. Завдяки цьому завада  $\xi(t)$  згладжується (усереднюється) і сигнал вимірювальної інформації на виході системи буде згладженим, тобто без завади  $\xi(t)$  – подібно вхідному сигналу  $x(t)$ . Але при цьому збільшується тривалість вимірювання за рахунок збільшення часу затримки  $t_3$ .

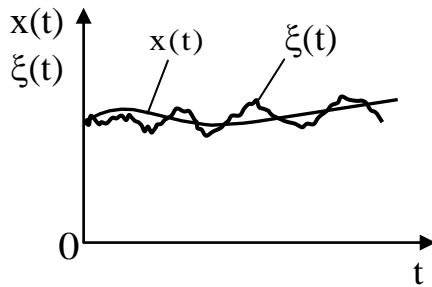


Рисунок 1.5 – Криві змінювання сигналу  $x(t)$  і накладеної завади  $\xi(t)$

Динамічні властивості систем найбільш повно можна описати відповідним диференціальним рівнянням. Воно відображає функціональну залежність вихідного сигналу  $y(t)$  системи від вхідного  $x(t)$ . Нехай РТС є ідеальною (інерційність відсутня), тобто в кожен момент часу сигнали  $y(t)$  і  $x(t)$  є пропорційними. Тоді в диференціальному

рівнянні відсутні похідні за часом, і воно перетворюється в рівняння прямої лінії, яка відображає статичну характеристику системи [66, 91]:

$$y(t) = kx(t), \quad (1.1)$$

де  $k$  – статичний коефіцієнт передачі (перетворення) системи.

В інерційних системах відбувається часова затримка змінювання вихідного сигналу  $y(t)$  відповідно до змінювання вхідного сигналу  $x(t)$ . Тоді в рівнянні (1.1) з'являються члени, що містять похідні вихідного сигналу  $y(t)$  за часом. Найвищий ступінь похідної визначається порядком часової затримки вхідного сигналу  $x(t)$  у РТС, наприклад, у каналі управління. Так, якщо РТС має коло затримки другого порядку, то воно описується диференціальним рівнянням другого порядку [65, 133, 190, 205]:

$$a_2 \ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = kx(t), \quad (1.2)$$

де  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  – постійні коефіцієнти з певними розмірностями.

Природно, всі члени цього рівняння повинні мати однакову розмірність (dim). Якщо  $\dim a_0 = 1$ , то з похідної  $\dot{y}(t) = dy/dt \approx \Delta y / \Delta t$  випливає, що  $\dim \dot{y}(t) = \dim y(t) \cdot T^{-1}$ , де  $T$  – умовне позначення розмірності часу. Отже, коефіцієнт  $a_1$  має розмірність часу, тобто  $\dim a_1 = T$ . Аналогічно для коефіцієнта  $a_2$  отримуємо розмірність  $\dim a_2 = T^2$ . Тому однією з можливих форм опису динамічних властивостей систем є завдання постійних часових коефіцієнтів  $a_1, a_2$  у диференціальному рівнянні (1.2).

Час затримки РТС можна визначити теоретично, якщо відомі її параметри та всі величини (фактори), що впливають на її функціонування. Час затримки залежить не тільки від схеми та конструкції системи, але й від фізичних зв'язків з іншими системами (об'єктами) та зовнішніми засобами.

## **1.2 Аналіз тестових сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту**

Об'єктивною тенденцією розвитку РТС навігації засобів водного транспорту на сучасному етапі є постійне зростання їх складності з урахуванням умов експлуатації – агресивного середовища: підвищена вологість і сіль, різні кліматичні зони експлуатації [80– 82, 97, 107, 108]. У цей час є загально визнаним, що одним з основних напрямків удосконалення системи експлуатації складних технічних об'єктів (у тому числі РТС) є розвиток системи їх обслуговування, який полягає в проведенні операцій з вимірювання та контролю параметрів об'єктів для визначення ступеня їх придатності для подальшого використання за призначенням.

Підвищити оперативність обслуговування та, відповідно, збільшити коефіцієнт оперативної готовності РНК засобів водного транспорту взагалі можливо за рахунок зменшення часу проведення заходів обслуговування. Вимоги до оперативності та якості проведення операцій з контролю технічного стану підвищуються у зв'язку з переведенням систем і об'єктів на експлуатацію за технічним станом.

Традиційними тестовими сигналами для контролю технічного стану РТС є синусоїдні коливання (див. додаток Б, табл. Б.1, табл. Б.2). Проте такий підхід потребує значної працездатності контролю та призводить до зниження оперативності його проведення через необхідність введення інерційних блоків для підвищення заводо захищеності. Уникнути цього недоліку можливо за рахунок використання багаточастотних сигналів з нормованим спектром – складних сигналів. Вони є сумою певної кількості корисних гармонік, модульовані сигнали з нормованим спектром і різні форми бінарних сигналів. Тому актуальною науковою проблемою є розробка методів синтезу тестових сигналів і обробки відгуків на них для підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту. Отже, як наведено вище, теоретичні основи синтезу вхідних складних тестових сигналів і обробки відгуку на такі сигнали дозволяють удосконалити процес автоматизованого контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

Розглянемо вхідні тестові сигнали та сигнали-відгуки (вихідні сигнали) РТС узагалі, які можна вважати лінійними динамічними ланками, і відповідні їм динамічні характеристики [42, 49, 204, 206, 218].

*Тестовим радіотехнічним сигналом* є електрична напруга або струм, що змінюється в часі, із заздалегідь відомими характеристиками, які використовуються для визначення параметрів окремих радіотехнічних пристроїв (ланцюгів) або їх контролю [66, 91, 202, 211].

*Тестові синусоїдні сигнали використовують для визначення частотних характеристик радіотехнічних систем* [87, 88, 138, 149]. Відгуком (реакцією) системи на такий сигнал  $x(t)$  з постійною амплітудою  $X_{\max}$  є також синусоїдний сигнал  $y(t)$ , частота якого залишається тією самою. Але в загальному випадку ці сигнали можуть відрізнятися за амплітудою та фазою, тобто між сигналами є фазовий зсув  $\varphi$  (рис. 1.6).

Різним круговим частотам  $\omega = 2\pi f$  ( $f = 1/T_c$  – циклічна частота,  $T_c$  – період синусоїдного тестового сигналу  $x(t)$ ) за умови  $X_{\max} = \text{const}$

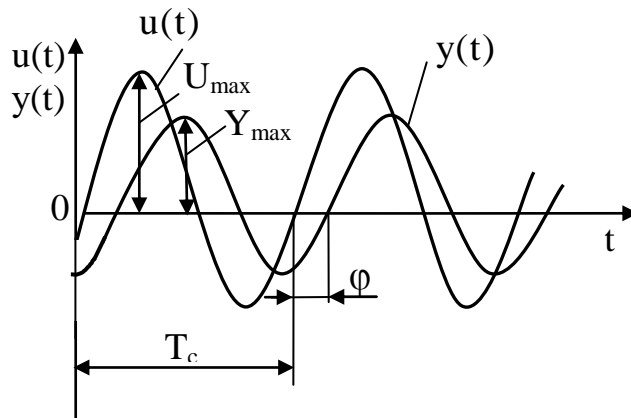


Рисунок 1.6 – Тестовий вхідний  $x(t)$  і вихідний  $y(t)$  синусоїдні сигнали

відповідають різні зсуви фаз  $\varphi$  і різні співвідношення амплітуд  $Y_{\max}$ ,  $X_{\max}$  вихідного та вхідного сигналів РТС.

Це дозволяє використовувати ці залежності для визначення частотних характеристик системи:

– амплітудно-частотної

характеристики (АЧХ) як залежності амплітуди  $Y_{\max}$  (чи

середньоквадратичного значення (СКЗ)  $Y$ ) вихідного сигналу  $y(t)$  системи, або, найчастіше, відношення амплітуд  $Y_{\max}/X_{\max}$  (чи СКЗ  $Y/X$ ) вихідного та вхідного сигналів системи від частоти  $\omega$  (або циклічної частоти вхідного сигналу  $f$ );

– фазово-частотної характеристики (ФЧХ) як залежності фазового зсуву  $\varphi$  між вихідним  $y(t)$  і вхідним  $x(t)$  сигналами системи від частоти  $\omega$  (або  $f$ ).

Недоліком таких сигналів є неможливість технічної реалізації синусоїдного сигналу без вищих гармонік (коефіцієнт гармонік у синусоїдного сигналу завжди більше нуля). Гармоніки такого тестового сигналу можуть розглядатися у вигляді завади, що вносить додаткові похибки в результат вимірювання.

Для дослідження та оцінки часткових часових динамічних характеристик РТС використовують стрибкоподібні тест-сигнали  $x(t)$  [91, 123, 203]. Причому під часовими динамічними характеристиками систем маються на увазі не тільки установлені ГОСТ 8.009-84, але й інші, що широко використовуються в практиці вимірювань, наприклад САУР РНК засобів водного транспорту. Якщо рівень стрибка дорівнює  $X_0$ , то відгук системи на такий сигнал визначається наступною формулою:

$$g(t) = y(t)/X_0.$$

Для однакового опису тест-стрибків і відповідних їм відгуків РТС незалежно від виду фізичної величини вибирають  $X_0 = 1(t - t_0)$  і такий стрибок називають *одиничним* (рис. 1.7), а відгук (реакцію) на нього  $g(t)$  – *перехідною характеристикою (функцією)*.

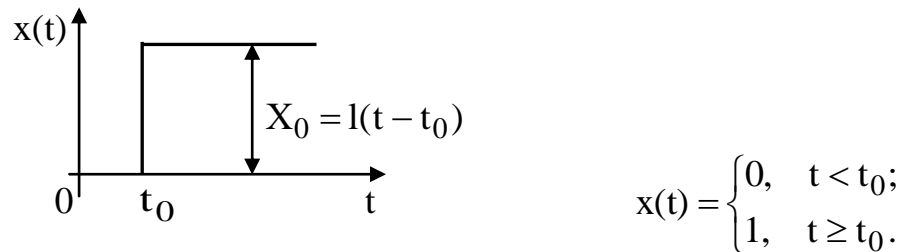


Рисунок 1.7 – Одиничний стрибок

Уявлення про одиничний стрибок як миттєве (або стрибкоподібне) змінювання рівня тест-сигналу  $x(t)$  є ідеалізацією. Час стрибкоподібного змінювання сигналу не є нульовим, тобто нескінченно малим.

Найбільш часто зустрічаються аперіодична та коливальна перехідні характеристики радіотехнічних систем, що наведені на рисунку 1.8 [63, 71].

Аперіодична перехідна характеристика (рис. 1.8, а) справедлива для систем із затримкою першого порядку, а коливальна перехідна характеристика (рис. 1.8, б) – для систем із затримкою другого порядку, тобто із затухаючим коливальним перехідним процесом і запізненням.

Аперіодична крива (рис. 1.8, а) є розв'язанням диференціального рівняння, яке описує передатну ланку із затримкою першого порядку:

$$\tau \dot{y} + y = X_0,$$

де  $\tau$  – момент часу подачі (прикладання) вхідного сигналу.

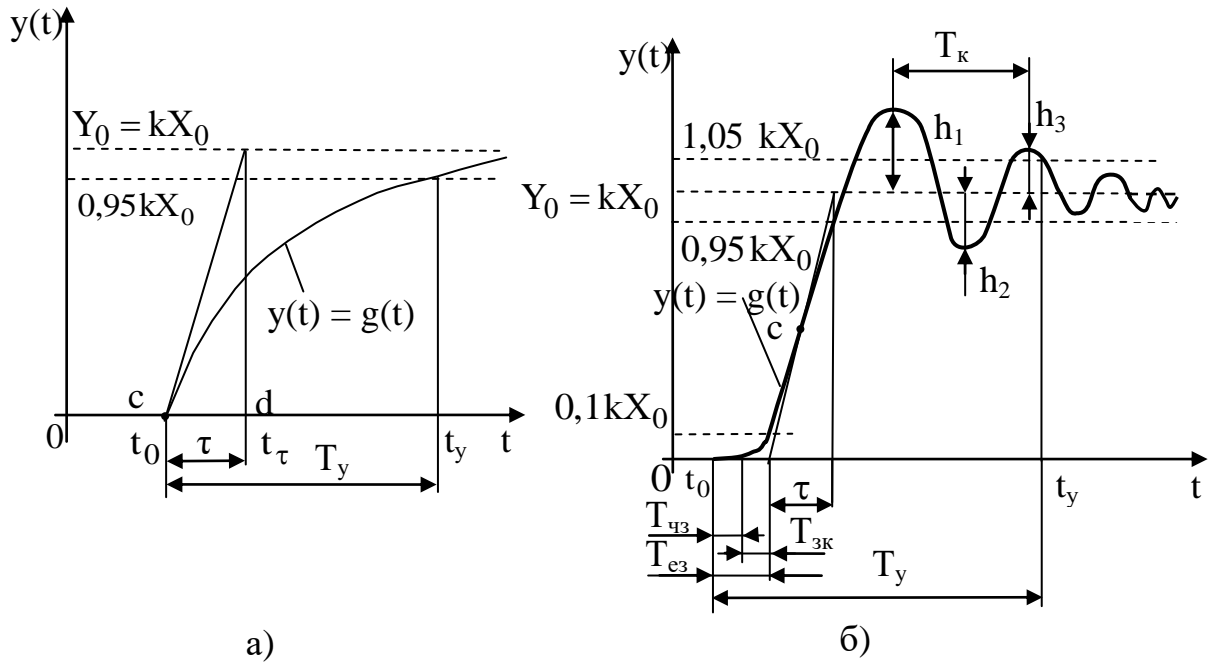


Рисунок 1.8 – Перехідні характеристики РТС:

а – аперіодична; б – коливальна

Розв'язок цього диференціального рівняння

$$h(t, \tau) = 1 - \exp(-t/\tau) \quad (1.3)$$

є імпульсною характеристикою РТС [42], [66].

Коливальна крива (рис. 1.8, б) являє собою розв'язання диференціального рівняння (1.2), що описує передатну ланку із затримкою другого порядку.

Так, одна з конкретних форм запису рівняння (1.2) має вигляд:

$$\tau^2 \ddot{y} + 2d\tau \dot{y} + y = kX_0,$$

де  $d$  – відносний коефіцієнт затування (демпфірування) РТС;

$k$  – статичний коефіцієнт передачі (коефіцієнт підсилення) РТС.

Перехідні характеристики динамічних систем з коливальним перехідним процесом при різних значеннях коефіцієнта затування  $d$

зображені на рисунку 1.9.

Теоретично вихідний сигнал (відгук)  $y(t)$  або перехідна характеристика  $g(t)$  РТС досягає свого дійсного (усталеного) значення  $Y_0 = kX_0$  за нескінченно великий інтервал часу. Але за часову характеристику цього процесу використовують *час установлення (заспокоєння)*  $T_y$  (або час реакції  $t_p$ ), за який сигнал  $y(t)$  досягає певного значення (рівня).

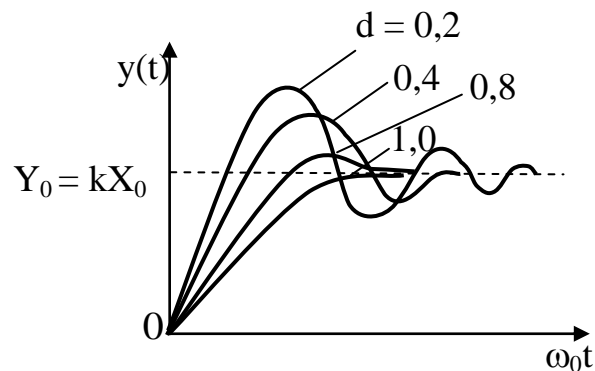


Рисунок 1.9 – Перехідні характеристики РТС для різних значень коефіцієнта затухання  $d$

Так, для систем з аперіодичною перехідною характеристикою (рис. 1.8, а) за час установлення  $T_y$  приймають інтервал від моменту часу початку дії одиничного стрибка  $t_0$  до моменту часу  $t_y$ , за якого вихідна величина  $y(t)$ , або перехідна характеристика  $g(t)$  системи перестає виходити за границі  $(1 \pm 0,05)Y_0 = (1 \pm 0,05)kX_0$  (рис. 1.8, а).

Важливою часовою характеристикою системи з аперіодичною перехідною характеристикою є постійна часу  $\tau$ , яка визначається як інтервал часу між абсцисою  $c$  точки  $t_0$  перетину дотичної до перехідної характеристики  $g(t)$  з віссю  $t$  та абсцисою  $d$  точки  $t_\tau$  перетину тієї самої дотичної з лінією  $Y_0 = kX_0$  (рис. 1.8, а).

Для систем з коливальною перехідною характеристикою (рис. 1.8, б) показані також час чистого запізнення  $T_{чз}$ , час затримки коливань  $T_{зк}$ , еквівалентний час запізнення  $T_{ез}$ , постійна часу  $\tau$  і період коливань  $T_k$ . Час затримки коливань  $T_{зк}$  визначається точкою перетину дотичної у точці  $c$

кривої вихідного сигналу  $y(t)$  з віссю  $t$ . Але оскільки ланки затримки високих порядків не мають чітко виражених меж між цими часовими параметрами, то їх звичайно об'єднують в еквівалентний час запізнення  $T_{\text{ез}} = T_{\text{чз}} + T_{\text{зк}}$ . Для окремих систем замість часу встановлення коливань  $T_y$  вводять час наростання відгуку  $T_B$ , який відраховується між рівнями  $0,1 kX_0$  і  $0,95 kX_0$  (рис. 1.8, б).

Аналогічно попередньому час установа (заспокоєння)  $T_y$  систем з коливальною перехідною характеристикою являє собою інтервал часу від моменту  $t_0$  початку дії одиничного стрибка до моменту часу  $t_y$ , коли вихідний сигнал  $y(t)$  або перехідна характеристика  $g(t)$  системи перестає виходити за поле допуску, що розташовується між рівнями  $0,95 Y_0 = 0,95 kX_0$  та  $1,05 Y_0 = 1,05 kX_0$ . Тобто поле допуску становить  $\pm 0,05 Y_0 = \pm 0,05 kX_0$  і розташоване симетрично відносно рівня усталеного значення  $Y_0 = kX_0$ .

Імпульсна характеристика (функція) РТС визначається як її реакція (відгук) на короткий імпульс з амплітудою  $X_0 \rightarrow \infty$  і тривалістю  $T_0 \rightarrow 0$  (рис. 1.10, а), який називають одиничним імпульсом або дельта-функцією та позначають  $\delta(t)$  [42], [84], [197].

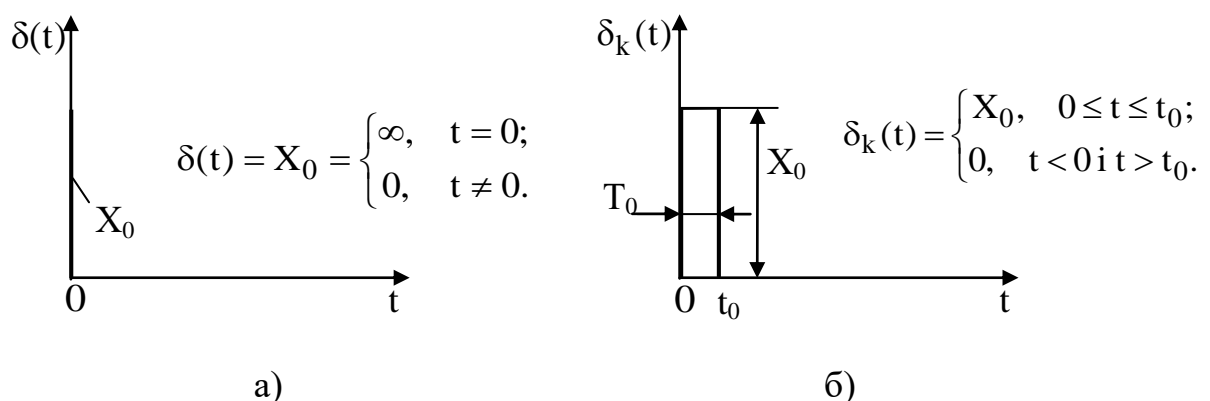


Рисунок 1.10 – Одиничний імпульс

а – ідеальний (дельта-функція); б – квазідельта-імпульс

Основна властивість дельта-функції полягає у виконанні умови

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1,$$

тобто вона має одиничну площу. Розмірність дельта-функції дорівнює  $c^{-1}$ .

Але ідеально сформувати одиничний імпульс  $\delta(t)$  неможливо. Тому на практиці замість нього формують квазіодиничний імпульс або квазідельта-імпульс  $\delta_k(t)$  (рис. 1.10, б), що має обмежені амплітуду  $X_0$  і тривалість  $T_0$ , причому необхідно виконати умову  $T_0 \ll \tau$ .

Одиничний імпульс, як і одиничний стрибок, – це математична ідеалізація. На практиці для визначення вагової функції формують одиничний імпульс такої тривалості, щоб до його завершення система дослідження залишилася ще в стані спокою.

Імпульсну характеристику  $h(t)$  РТС теоретично можна визначити диференціюванням перехідної функції. Наприклад, на рисунку 1.11 якісно показана крива цієї характеристики, отримана диференціюванням перехідної характеристики, зображеної на рисунку 1.8, а.

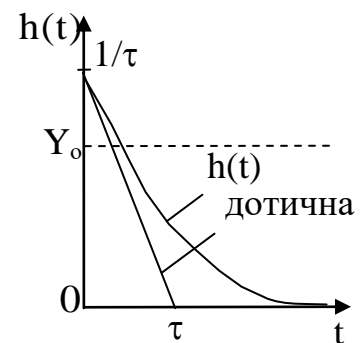


Рисунок 1.11 – Імпульсна характеристика

У кожному конкретному практичному випадку вибір вигляду дослідного сигналу (тест-сигналу) і динамічної характеристики системи, що визначається, диктується технічною або економічною доцільністю.

### 1.3 Аналіз методів синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту

Аналіз тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту показує, що вони мають ті чи інші недоліки та

застосовуються для різних систем. Тестовий сигнал, який би був оптимальним (з найкращими характеристиками за певними показниками) за точністю та кількістю отриманої інформації, та мав необхідний рівень завадозахищеності та оперативності, відсутній.

Основними методами синтезу тестових сигналів є: класичний, часовий, частотний і операторний. Ці методи дозволяють синтезувати тестові сигнали синусоїдної та прямокутної форм [42, 63, 95, 105].

Класичний метод (метод диференціальних рівнянь) оснований на складанні лінійного диференціального рівняння  $n$ -го ступеня відповідно до закону Кірхгофа. Диференціальне рівняння зв'язує відому функцію вхідного сигналу  $U_{\text{вх}}(t)$  і невідому (потрібну) функцію відгуку (вихідного сигналу, реакції)  $U_{\text{вих}}(t)$ :

$$\begin{aligned} b_0 U_{\text{вих}}(t) + b_1 \frac{dU_{\text{вих}}(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2 U_{\text{вих}}(t)}{dt^2} + \dots + b_m \frac{d^m U_{\text{вих}}(t)}{dt^m} = \\ = a_0 U_{\text{вх}}(t) + a_1 \frac{dU_{\text{вх}}(t)}{dt} + a_2 \frac{d^2 U_{\text{вх}}(t)}{dt^2} + \dots + a_n \frac{d^n U_{\text{вх}}(t)}{dt^n}, \end{aligned}$$

де  $b_0, b_1, \dots, b_m$  і  $a_0, a_1, \dots, a_n$  – для лінійних ланцюгів з постійними параметрами є постійними дійсними коефіцієнтами. Шукана функція сигналу на виході ланцюга  $U_{\text{вих}}(t)$  визначається у вигляді суми двох функцій:

$$U_{\text{вих}}(t) = U_{\text{вих1}}(t) + U_{\text{вих2}}(t),$$

де  $U_{\text{вих1}}(t)$  – частковий розв'язок диференціального рівняння, який безпосередньо залежить від вигляду вхідного впливу та описує змушений режим;

$U_{\text{вих2}}(t)$  – загальний розв'язок рівняння при  $U_{\text{вх}}(t) = 0$ , який описує перехідні процеси в ланцюзі.

Розв'язок диференціального рівняння можна знайти, використовуючи формалізовані процедури перетворення Лапласа (операторним методом).

Серед недоліків зазначимо наступні:

- використовується для аналізу простих ланцюгів, які описуються диференціальними рівняннями не вище 2-ого порядку;
- застосовується тільки для визначення значень параметрів контролю, які знаходяться у границях допусків (метод непридатний для існуючих (застарілих) РНК засобів водного транспорту);
- використовується вхідний сигнал, зазвичай гармонійний (для спрощення технічної реалізації ЗВТ), що призводить до збільшення часу обробки вимірювальної інформації, зменшення заводо захищеності та точності визначення параметрів.

Часовий метод (метод інтеграла Дюамеля) оснований на використанні імпульсної або перехідної характеристики ланцюга та розміченого сигналу на короткі імпульси. Використовується переважно для аналізу перехідного режиму ланцюга.

Імпульсна характеристика  $h(t)$  є функцією реакції ланцюга на вхідний вплив у вигляді одиночної дельта-функції:

$$U_{\text{вх}}(t) = \delta(t) \text{ і } U_{\text{вих}}(t) = h(t) = \Phi[\delta(t)],$$

де  $\Phi$  – оператор ланцюга.

Перехідна характеристика  $g(t)$  є функцією реакції ланцюга на вхідний вплив у вигляді одиночного стрибка (функції Хевисайда):

$$U_{\text{вх}}(t) = \sigma(t) \text{ і } U_{\text{вих}}(t) = g(t) = \Phi[\sigma(t)].$$

При цьому

$$\begin{aligned} U_{\text{вих}}(t) &= h(t) \otimes U_{\text{вх}}(t) = \int_0^t h(\tau) U_{\text{вх}}(t - \tau) d\tau = \int_0^t h(t - \tau) U_{\text{вх}}(\tau) d\tau = \\ &= \int_0^t \left( g(t) \frac{dU_{\text{вх}}(t - \tau)}{d\tau} \right) d\tau = \int_0^t \left( g(t - \tau) \frac{dU_{\text{вх}}(\tau)}{d\tau} \right) d\tau - \end{aligned}$$

чотири види інтегралів Дюамеля.

Основними недоліками розглянутого методу є:

– суттєві труднощі при технічній реалізації високоточних вимірювальних генераторів сигналів складної форми;

– використання переважно прямокутних імпульсних вхідних сигналів, іноді – трикутних і трапецеїдальних. Такі вхідні сигнали ускладнюють технічну реалізацію засобів аналізу відгуку на них, знижують рівень автоматизації процесу вимірювання параметрів контролю.

Спектральний (частотний) метод полягає у використанні якостей передатної частотної характеристики ланцюга  $K(j\omega)$  і відомої спектральної щільності вхідного сигналу  $S_{\text{вх}}(j\omega)$ . Застосовується для аналізу ланцюгів у сталому режимі. Реалізується послідовністю дій:

– визначення частотної характеристики ланцюга  $K(j\omega)$ ;

– визначення спектра вхідного сигналу за допомогою прямого перетворення Фур'є [79], [135]:

$$S_{\text{вх}}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_{\text{вх}}(t) e^{-j\omega t} dt;$$

– знаходження спектра вихідного сигналу (відгуку):

$$S_{\text{вих}}(j\omega) = S_{\text{вх}}(j\omega)K(j\omega) = S_{\text{вх}}(\omega)K(\omega)e^{j[\varphi_{\text{вх}}(\omega) + \varphi_{\text{к}}(\omega)]},$$

де  $K(\omega)$  – амплітудно-частотна характеристика;

$\varphi_{\text{к}}(\omega)$  – фазочастотна характеристика;

$S_{\text{вх}}(j\omega)$ ,  $\varphi_{\text{вх}}(\omega)$  – відповідно модуль і фаза спектра  $U_{\text{вх}}(t)$ ;

– визначення відгуку за допомогою зворотного перетворення Фур'є:

$$U_{\text{вих}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{вих}}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

Цей метод широко застосовується завдяки якості гармонійних сигналів не змінювати свою форму при проходженні через лінійні ланцюги і фізичної наочності, коли достатньо знайти спектр  $U_{\text{вих}}(t)$  для того, щоб визначити викривлення  $U_{\text{вх}}(t)$ . На основі цього методу формуються вимоги до безвикривленої передачі сигналів: АЧХ ланцюга повинна бути постійною, а ФЧХ – лінійною в границях ефективної ширини спектра вхідного сигналу.

Основними недоліками методу є:

- великий час на обробку тестових гармонійних вхідних сигналів (зниження оперативності визначення технічного стану ОК);
- низька завадозахищеність і точність вимірювання параметрів (за рахунок застосування гармонійних сигналів);
- низький рівень чутливості, що потребує більшої потужності тестового сигналу.

Операторний метод (метод перетворення Лапласа), як більш загальний, розв'язує проблему обмеження спектрального методу відносно абсолютної інтегрованості функцій  $U_{\text{вх}}(t)$ .

Використовується представлення вхідного та вихідного сигналів перетвореннями Лапласа:

$$\text{– пряме перетворення – } S_{\text{вх}}(p) = \int_0^{\infty} U_{\text{вх}}(t) e^{-pt} dt;$$

$$\text{– зворотне перетворення – } U_{\text{вих}}(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} S_{\text{вих}}(p) e^{pt} dp;$$

де  $U_{\text{вх}}(t)$ ,  $U_{\text{вих}}(t)$  і  $S_{\text{вх}}(p)$ ,  $S_{\text{вих}}(p)$  – відповідно оригінал і зображення вхідного та вихідного сигналів;

$p = \alpha + j\omega$  – оператор Лапласа.

При цьому

$$S_{\text{вих}}(p) = S_{\text{вх}}(p)K(p),$$

де  $K(p)$  – передатна функція ланцюга, яку отримано з виразу коефіцієнта передачі  $K(j\omega)$  шляхом заміни змінної  $j\omega$  на  $p$ .

Знаходження  $U_{\text{вих}}(t)$  при заданому  $U_{\text{вх}}(t)$  і  $K(p)$  вміщує три процедури:

- перетворення  $U_{\text{вх}}(t) \rightarrow U_{\text{вх}}(p)$ ;
- знаходження  $U_{\text{вих}}(p) = K(p)U_{\text{вх}}(p)$ ;
- перетворення  $U_{\text{вих}}(p) \rightarrow U_{\text{вих}}(t)$ .

Серед недоліків методу виділяються такі, які пов'язані з використанням гармонійних і прямокутних вхідних сигналів:

- великий час на обробку тестових гармонійних сигналів;
- низька завадозахищеність і точність вимірювання параметрів (за рахунок застосування гармонійних сигналів);
- низька чутливість, що потребує значної потужності вхідного сигналу;
- складність технічної реалізації засобів аналізу відгуків на прямокутні тестові сигнали, зниження рівня автоматизації процесу вимірювання параметрів контролю.

Зазвичай використовуються часові та частотні методи синтезу тестових сигналів. Поширення зазначених методів зумовлено простотою технічної реалізації тестових сигналів синусоїдної та прямокутної форм. На рисунках 1.12 і 1.13 наведені функціональні схеми проведення контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту за допомогою синусоїдних і прямокутних сигналів відповідно. Показано, що контроль технічного стану визначається за результатами дослідження відгуку  $y(t)$  на вхідний сигнал  $u(t)$ . Після проходження через РНК синусоїдний вхідний сигнал  $u(t)$  змінює амплітуду, фазу або частоту (рис. 1.12), а прямокутний – форму (рис. 1.13), що дозволяє визначити параметри контролю РНК.

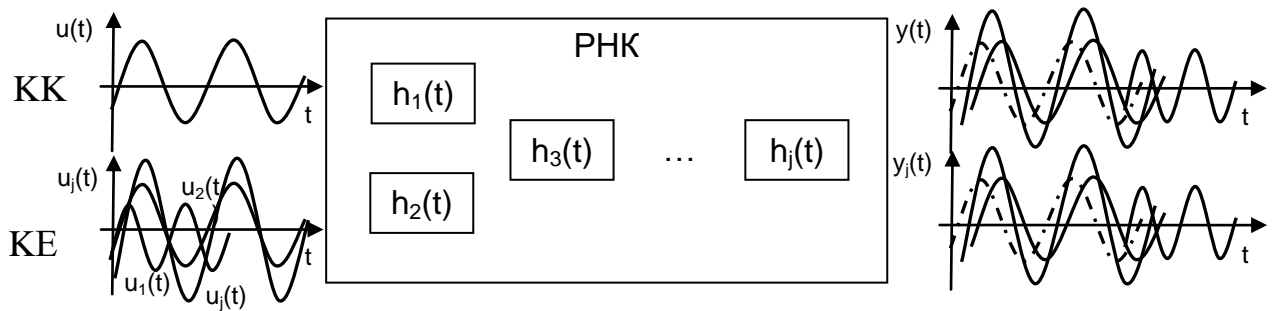


Рисунок 1.12 – Функціональна схема проведення контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту синусоїдним сигналом: для комплексного контролю (КК) і контролю за елементами (КЕ)

Але такі сигнали мають певні недоліки, розглянуті в підрозділі 1.2. Крім того, головним недоліком частотних і часових методів є обмеження у використанні в автоматизованих ЗВТ через їх низьку точність та заводозахищеність, складність технічної реалізації цих методів [20, 91].

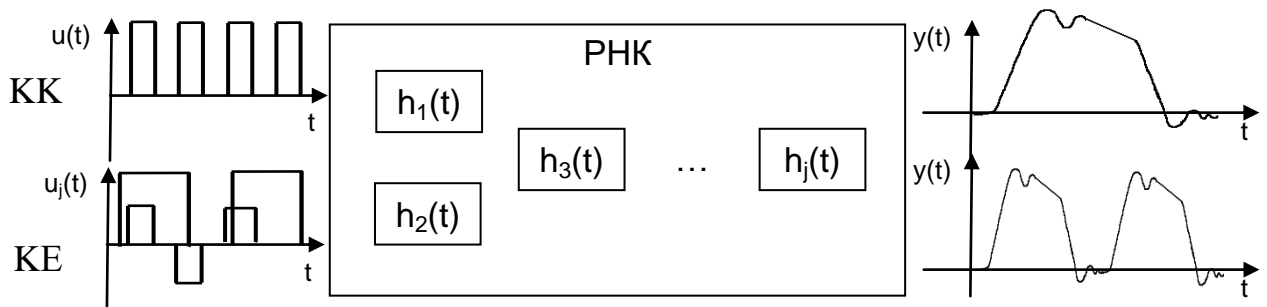


Рисунок 1.13 – Функціональна схема проведення контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту прямокутним сигналом: для комплексного контролю (КК) і контролю за елементами (КЕ)

Подання потрібного тестового сигналу з певними характеристиками (складного сигналу) на ОК для його автоматизованого контролю, порівняно з часовими та частотними методами вимірювань, має такі переваги:

- підвищення якості, заводозахищеності та оперативності вимірювальних операцій при обслуговуванні;
- збільшення термінів безвідмовної роботи приладів за рахунок високої технологічності виготовлення мір фізичних величин;

– можливість створення універсальних вимірювальних інформаційних систем, побудованих за модульним принципом та на сучасній мікропроцесорній техніці, з оснащенням їх пристроями сполучення з комп'ютером та зручним програмним забезпеченням;

– використання самокалібрування та самодіагностики основних вимірювальних вузлів ЗВТ (каналів вимірювальних інформаційних систем), що дозволяє зменшувати похибки вимірювань, своєчасно виявляти відмови та виходи характеристик за границі встановлених норм;

– зменшення вагогабаритних характеристик і енергоспоживання вимірювальної апаратури.

Функціональна схема проведення контролю технічного стану РНК за допомогою запропонованого складного сигналу вигляду

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} U_{i \max} \sin(i\omega t + \varphi_i)$$
 представлена на рисунку 1.14.

Калібратори зразкових сигналів можна застосовувати не тільки в стаціонарних умовах лабораторій, а й за автономні прилади або вбудовані у ЗВТ засоби контролю.

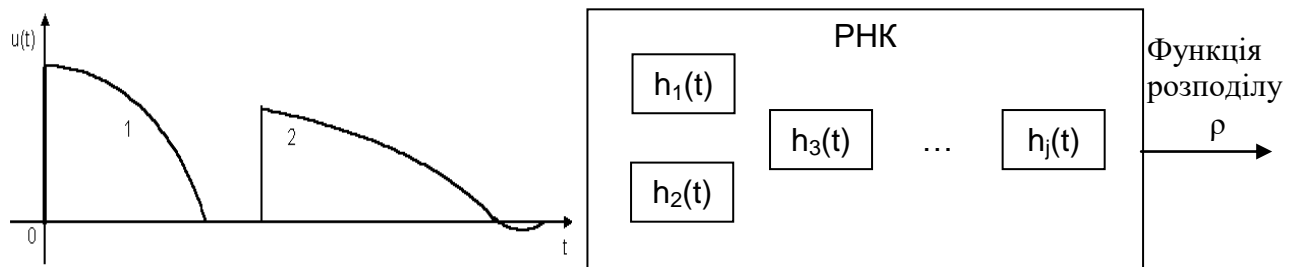


Рисунок 1.14 – Функціональна схема проведення контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту запропонованим складним сигналом

До основних переваг використання калібраторів складних сигналів слід також віднести можливість створення мобільних повірочних комплексів, здатних працювати як у лабораторних умовах, так і на виїзді. Це сприяє значному скороченню часу на проведення обслуговування та є одним з основних заходів з підвищення оперативності проведення контролю

технічного стану РНК засобів водного транспорту та, відповідно, збільшення коефіцієнта їх використання [21, 195, 212].

Отже, результати аналізу існуючих методів і приладів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту підтверджують актуальність теми даної дисертаційної роботи, направленої на розробку теоретичних основ автоматизації контролю технічного стану контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту на основі синтезу складних тестових сигналів. Результати роботи дозволять розв'язати проблему забезпечення достовірності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту при оптимальних часових характеристиках для забезпечення своєчасності та оперативності визначення можливих відмов при їх експлуатації та обслуговуванні за фактичним станом.

#### **1.4 Роль контролю технічного стану в підтриманні потрібного коефіцієнта готовності радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту**

З ускладненням РНК засобів водного транспорту вимірювання та контроль їх параметрів перетворилися на відповідальний технологічний процес, організація та техніко-економічні показники якого істотно впливають на коефіцієнт готовності, ефективність їх застосування та безпеку мореплавання. Вимірювання не покращують показники систем, але результати вимірювань використовуються для підвищення ефективності їх застосування шляхом обліку реальних (дійсних) значень технічних характеристик РНК засобів водного транспорту при підготовці до застосування, а також при плануванні та виконанні профілактичних заходів з підтримки таких систем у працездатному та готовому до застосування стані [50, 140, 179, 217].

На сьогодні жоден зразок РНК засобів водного транспорту не може бути підготовлений до застосування, якщо на ньому заздалегідь, наприклад,

при технічному обслуговуванні, не проведено контроль необхідних параметрів і характеристик.

Так, кількість параметрів контролю деяких типів РЛС при їх технічному обслуговуванні складає від десятків (наприклад, для РНС «Декка» їх 59, для РНС «Лоран-С» – 73) до сотень (для СРНС «GPS» їх 225) [113 –115, 120, 132, 153].

Для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту та підтримки їх у справному стані використовуються сотні різноманітних типів ЗВТ, спеціальних приладів вимірювання та контролю, які складають технічну базу технічного обслуговування засобів водного транспорту [36, 37, 85, 109, 112].

На рисунку 1.15 представлено діаграму розподілу РНК засобів водного транспорту за роками випуску. З діаграми видно, що переважна більшість таких комплексів знаходиться в експлуатації понад 20 років, тому контроль їх технічного стану підвищує ефективність застосування за рахунок своєчасного виявлення відмов.

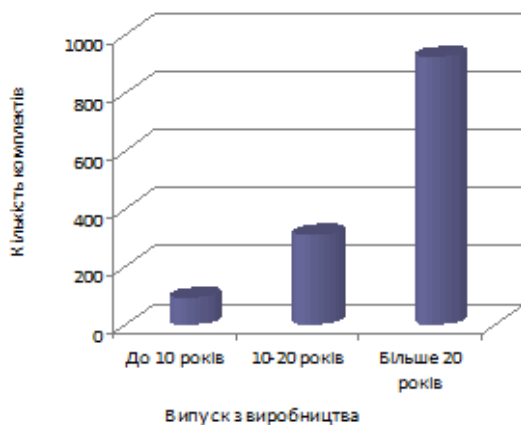


Рисунок 1.15 – Розподіл систем навігації за роками випуску

Основними завданнями контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту на етапі експлуатації є [106, 121]:

- визначення технічного стану та забезпечення готовності РНК засобів водного транспорту до застосування за призначенням;
- попередження виникнення відмов у процесі експлуатації,

зберігання та транспортування;

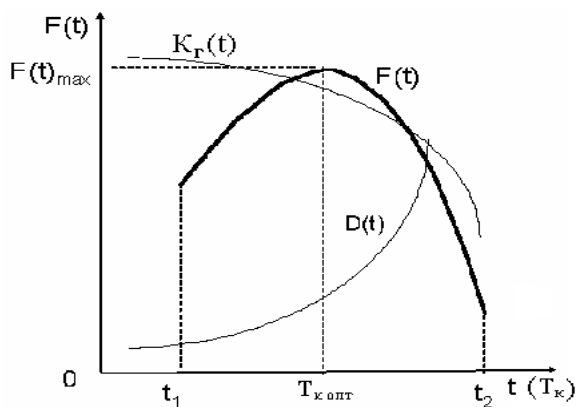
– своєчасне виявлення та оперативне усунення відмов РНК засобів водного транспорту, тобто підвищення коефіцієнта використання;

– збільшення терміну служби РНК засобів водного транспорту при збереженні їх технічних характеристик, що не знижують коефіцієнт готовності.

Отже, контроль технічного стану РНК засобів водного транспорту є єдиним засобом підтримання їх у справному стані та істотно впливає на ефективність виконання ними поставлених завдань.

Оскільки під час проведення контролю технічного стану відбувається пониження рівня готовності відповідного ОК, то виникає природна суперечність між його якістю та часом проведення.

З одного боку, повний і глибокий контроль технічного стану РНК засобів водного транспорту (особливо на післягарантійному етапі експлуатації) вимагає збільшення часу на його проведення для підвищення достовірності  $D(t)$  знаходження системи в справному стані. З іншого боку, збільшення часу контролю призводить до пониження коефіцієнта оперативної готовності  $K_T(t)$  РНК засобів водного транспорту впродовж



цього часу (рис. 1.16). Водночас слід враховувати оптимальне значення функції  $F(t) = K_T(t) \oplus D(t)$ , яке визначає час на проведення контролю  $T_{k\text{ опт}}$  технічного стану таких систем.

Рисунок 1.16 – Залежність функції коефіцієнта оперативної готовності та достовірності від часу контролю

Усунення цієї суперечності

можливо за двома напрямками: підвищенням інформативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту при проведенні технічного обслуговування за той же час; зменшення часу проведення операцій технічного обслуговування РНК засобів водного транспорту при тому ж об'ємі вимірювального контролю параметрів.

При розробці та модернізації РНК засобів водного транспорту доцільне комплексне використання обох вказаних напрямів, але для цього необхідні дослідження в кожному з них.

Розкриємо час проведення технічного обслуговування деяких РНК засобів водного транспорту, який включає чотири складові [67, 121, 193]:

– підготовка до проведення профілактичних і регламентних робіт, що займає до 5% від загального часу на технічне обслуговування  $T_{TO}$ ;

– демонтаж РТС з РНК засобів водного транспорту, доставку їх до підрозділів з контролю технічного стану, проведення такого контролю, зворотну доставку та встановлення на зворотнє, що займає приблизно 40% від  $T_{\text{ТО}}$ ;

– заміна вузлів і блоків РНК засобів водного транспорту, які виробили встановлений ресурс або мають відмовлення та непридатні для експлуатації, що складає 50% від  $T_{\text{ТО}}$ ;

– контроль функціонування вузлів і блоків РНК засобів водного транспорту після проведення технічного обслуговування, що дорівнює 5% від  $T_{\text{ТО}}$ .

Отже, за рахунок зменшення часу контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту може бути забезпечене підвищення коефіцієнта готовності.

### **1.5 Аналіз вимірювальної техніки для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту**

Кожне вимірювання, що виконується при контролі технічного стану РНК засобів водного транспорту, пов'язане з комутацією ЗВТ і подачею або на їх входи параметрів контролю, або з їх виходів стимулюючих (тестових) сигналів на окремі вузли (блоки) або підсистеми РТС. Враховуючи, що в сучасних РНК засобів водного транспорту достатньо велика кількість параметрів контролю та операцій при їх технічному обслуговуванні (див. додаток Б, таблиці Б.1 і Б.2), стають очевидними й великі витрати часу на вимірювальний контроль. Їх істотне зменшення можливе за рахунок автоматизації процесу вимірювань і контролю параметрів.

У сучасних системах технічного обслуговування щодо контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту використовують чотири основні складові функціональні частини [12, 20]:

- формувач, об'єднуючий датчики, комутатори, аналого-цифрові перетворювачі та генератори стимулюючих (тестових) сигналів;
- класифікатор, що містить компаратори і цифрові обчислювачі;
- диспетчер (людина або система пристроїв), що видає стимулюючі та управляючі сигнали для всіх складових частин;
- оператор (зазвичай людина), об'єднуючий результати з індикаторних і реєструючих пристроїв, елементів самоконтролю та пошуку несправностей.

Як виходить з [37, 143], основними характеристиками ЗВТ є: чутливість, що визначає доступні для вимірювання найменші зміни параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту; точність вимірювання, яка залежить від характеристик ЗВТ; ємність ЗВТ, що оцінюється кількістю параметрів, які може вимірювати та обробляти даний засіб; пропускна спроможність ЗВТ, що оцінюється кількістю параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту в одиницю часу; час готовності, який визначається інтервалом часу від моменту включення до досягнення ЗВТ такого стану, при якому операції вимірювального контролю виконуються із заданою похибкою.

У ряді випадків вводяться й такі показники, як достовірність вимірювального контролю, яка залежить від імовірності невиявленої та помилкової відмов та інші показники, що характеризують як властивості ЗВТ, так і експлуатаційні властивості РНК засобів водного транспорту.

В узагальненому вигляді недоліки комплектування ЗВТ РНК засобів водного транспорту полягають у наступному:

- наявність окремих переносних приладів, які входять до складу контрольно-перевірочних комплексів, що значно ускладнює процес автоматизованого контролю параметрів. Тому збільшується час на проведення контролю та є необхідність в обслуговуючому персоналі, іноді достатньо високої кваліфікації;
- контрольно-перевірочні комплекси включають застарілі ЗВТ, що мають низьку точність і оперативність вимірювань. Це секундоміри, комбіновані прилади, осцилографи, аналізатори спектра та частотних (фазочастотних) характеристик, вбудовані амперметри, вольтметри тощо;

- виведення інформації про результати вимірювального контролю здійснюється різними нестандартизованими способами, що ускладнює її подальшу обробку та систематизацію;

- відсутність можливості застосування уніфікованих вимірювальних модулів і низький ступінь агрегування контрольно-перевірочних комплексів, використання великої кількості сервісних і нестандартизованих ЗВТ, серед них атенуатори, прилади радіозв'язку тощо;

- низький коефіцієнт використання ЗВТ, що значно здорожчує експлуатацію РНК засобів водного транспорту в цілому;

- існуючим контрольно-перевірочним комплексам властивий великий відсоток ручних операцій (наприклад, осцилографи С1–65А, С1–55, комбіновані прилади Ц 4313, Ц 4324, частотомір ЧЗ–38, аналізатори спектру С4–27, С4–60, комбіновані прилади РИП–3, ГК4–19А, ГК4–21 тощо) і для окремих з них складна процедура налагодження та вимірювання, що вимагає високої кваліфікації оператора та великих часових витрат;

- в окремих випадках недостатні глибина, точність і достовірність вимірювального контролю.

Рівень автоматизації виконання вимірювань і оцінки результатів, об'єм апаратури, швидкодія контрольно-перевірочної апаратури характеризуються засобами обчислювальної техніки, які використовуються. В існуючих вимірювальних комплексах, в основному застосовуються «Електроніка МС–0125», «Електроніка–60М», «ЕС–1033». У своєму складі такі комплекси мають засоби вимірювання та контролю у вигляді вбудованих у блоки системи вимірювальних модулів і сполучених за загальною шиною з обчислювальною машиною, яка видає команди на виконання вимірювань, проводить розрахунок похибок і корекцію результатів згідно з закладеними в ній програмах. Вказані обчислювальні машини морально застаріли й є мало придатними для сучасних вимог, що також знижує технічні та експлуатаційні характеристики вимірювальних комплексів, оперативність і достовірність контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту, а отже, й їх функціональну справність.

Зважаючи на останні зауваження, під сумнів може бути поставлений вибір переліку параметрів контролю вузлів і блоків РНК засобів водного транспорту, призначені допуски на них і прийнята номенклатура ЗВТ для їх контролю.

Результати аналізу переліків параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту дозволяють зробити наступні висновки:

- для контролю та настроювання РТС, що входять до складу РНК засобів водного транспорту, використовуються застарілі ЗВТ. Переважна більшість ЗВТ – до 95% (наприклад, комбіновані прилади Ц 4324, Ц 4313, осцилографи С1–64, С1–69, вольтметри В3–43, В3–48, ВУ–15, ВУ–13 і так далі) є аналоговими зі всіма їх недоліками порівняно з цифровими ЗВТ. Крім того, повною заміною РИП–3, ГК4–19А, ГК4–21 є сучасний прилад типу ГК4–92, але у його роботі передбачено обов'язкове залучення оператора;

- не виконується принцип універсальності при підборі ЗВТ, що не виправдано розширює їх номенклатуру;

- точне завдання окремих важливих параметрів РНК засобів водного транспорту здійснюється побічно за режимами роботи всього блоку, що не гарантує знаходження їх номінальних значень у заданих допусках. Правильним є безпосередній контроль номінальних значень параметрів. У всіх взятих за системи-прототипи вимірювальних комплексах проводиться контроль вихідної напруги блоків живлення за допомогою вбудованих вольтметрів або комбінованих приладів. Більше для цих блоків не проводять ніякі контрольні вимірювання, а про справність блоків роблять висновок за значеннями параметрів джерел живлення;

- достатньо низький коефіцієнт використання окремих універсальних ЗВТ (наприклад, аналізатори спектру застосовуються тільки для знаходження відношення бокових складових до центральної);

- велика ймовірність прийняття помилкових рішень за результатами вимірювального контролю зумовлена широким використанням осцилографів і аналізаторів частотних (фазочастотних) характеристик, де навіть забезпечення порівняно низької точності вимірювань (приблизно 5%) вимагає високої кваліфікації обслуговуючого персоналу. Використання таких

низько точних і неавтоматизованих ЗВТ залежить від використання тестових сигналів типу прямокутник, трапеція тощо. Недоліки таких сигналів більш детально розглянуті у підрозділі 1.2;

- великий час вимірювань і суб'єктивної похибки, обумовлені застосуванням аналогових ЗВТ.

Отже, засоби контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту не задовольняють сучасним і тим більше перспективним вимогам до РТС, що знижує ефективність їх експлуатації, збільшує витрати на їх експлуатацію, може призвести до аварій.

## **1.6 Обґрунтування напряму дослідження дисертаційної роботи. Постановка часткових завдань дослідження**

З урахуванням результатів проведеного в підрозділах 1.2, 1.3 аналізу тестових сигналів і методів їх синтезу для контролю технічного стану РТС як основних складових РНК засобів водного транспорту шляхи підвищення ефективності заходів обслуговування можна звести до двох напрямків:

- удосконалення та розробка нових методів синтезу вхідних тестових сигналів і обробки відгуків на них, оптимальних за рядом критеріїв;

- дослідження нових підходів до побудови апаратної реалізації калібраторів тестових сигналів і аналізаторів відгуків на такі сигнали, що сприяє підвищенню рівня автоматизації, універсалізації (уніфікації), а також зниженню вагогабаритних характеристик і енергоспоживання.

При цьому передбачається така методологія дослідження:

- спочатку необхідно обґрунтувати критерії оптимальності синтезу тестових сигналів складної форми. Для цього треба зв'язати цільові функції та обмеження з характеристиками сигналів (змінними оптимізації);

- з урахуванням вигляду (характеру) отриманих цільових функцій та обмежень розробити методи синтезу тестових сигналів і дослідити їх;

- використовуючи отримані теоретичні результати, розробити теоретичні та прикладні основи побудови цифрових калібраторів тестових сигналів і аналізаторів відгуків на такі сигнали – методи обробки відгуків на тестові сигнали;

- розробити метод прогнозування технічного стану РНК засобів водного транспорту за результатами контролю.

У рамках даної методології дослідження сформулюємо завдання, які необхідно розв'язати для досягнення мети роботи:

- відсутність методів і приладів контролю поточного технічного стану РНК засобів водного транспорту при їх експлуатації за станом. Пропонується розробити методи синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту при експлуатації за поточним станом. Отримані результати дозволять удосконалити алгоритми роботи ЗВТ з контролю (вимірювання) параметрів РНК засобів водного транспорту;

- використання частотних і часових методів синтезу тестових сигналів. Ці методи призначені для синтезу тільки синусоїдних і прямокутних сигналів. Раніше сигнали іншої форми не використовувалися з технічних причин, але на сьогодні синтез сигналів будь-якої форми технічно можливий без суттєвих труднощів. Пропонується розробити нові методи синтезу, засновані на методах варіаційного числення, динамічного програмування. Отримані результати дозволять синтезувати тестові сигнали складної форми і автоматизувати проведення контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту;

- неможливість точного визначення параметрів контролю на їх границі (а це актуально для РНК засобів водного транспорту, які експлуатуються поза встановлений термін) за допомогою тестових сигналів, які синтезовані на основі частотних і часових методів. Застосування методів варіаційного числення та динамічного програмування дозволить отримати рішення навіть у тих випадках, коли параметри РНК засобів водного транспорту знаходяться на границі допустимої області. Отримані результати підвищать достовірність контролю технічного стану старіючих зразків РНК засобів водного транспорту (що відпрацювали встановлений ресурс);

– застосування інерційних блоків (елементів) для збільшення коефіцієнта завадостійкості, що збільшує час на проведення контролю. Пропонується розробити методи синтезу тестових сигналів, які є завадостійкими, що зменшить час контролю. Отримані результати дозволять підвищити завадостійкість тестових сигналів.

Отже, для досягнення поставленої в роботі мети необхідно розв'язати такі часткові завдання:

– провести аналіз відомих методів синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту;

– удосконалити метод обґрунтування критеріїв (кількісних оцінок) оптимальності синтезу тестових сигналів для автоматичного контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту;

– удосконалити метод обробки відгуку на тестовий сигнал для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту;

– удосконалити метод визначення технічного стану РНК засобів водного транспорту при їх автоматичному контролі;

– провести експериментальну перевірку отриманих теоретичних результатів і розробити рекомендації щодо їх впровадження для автоматичного контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

В основу протиріччя покладені фактори, які впливають на процес визначення технічного стану РНК засобів водного транспорту, і стан процесу контролю технічного стану. Серед факторів, які впливають на процес визначення технічного стану РНК засобів водного транспорту, зазначимо наступні:

– низька точність визначення параметрів контролю на їх границі (а це актуально для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту, які експлуатуються поза встановлений термін);

– використання синусоїдних і прямокутних сигналів;

– відсутність методів і засобів визначення та діагностування поточного технічного стану РНК засобів водного транспорту при їх експлуатації за станом;

– накладання обмежень незалежно від форми тестового сигналу з боку генератора (калібратора). Це призводить до додаткових похибок, тобто до зменшення достовірності контролю технічного стану.

Серед недоліків стану процесу контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту відзначимо такі:

- значні часові витрати на контроль технічного стану РНК засобів водного транспорту в поза призначений термін експлуатації;
- значні часові витрати на обробку вимірювальної інформації при контролі технічного стану РНК засобів водного транспорту;
- постійна потреба в уточненні технічного стану РНК засобів водного транспорту впродовж експлуатації в міжконтрольний період;
- низький рівень автоматизації процесу вимірювання параметрів при контролі технічного стану РНК засобів водного транспорту.

Розв’язання зазначених часткових завдань, які сформульовані в рамках проблеми дослідження, дозволить досягти мети дисертації – підвищити достовірність і оперативність автоматизованого контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту шляхом розробки методів синтезу та обробки тестових сигналів.

## **1.7 Обґрунтування методів розв’язання часткових завдань дисертаційного дослідження**

У теорії контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту основними кількісними характеристиками, що визначають якість контролю комплексів, є чутливість, точність визначення параметрів і кількість інформації про стан комплексів [20, 110, 196]. Основою визначення технічного стану РНК засобів водного транспорту є операції з вимірювання їх параметрів, тобто визначення впливу зміни (варіації) параметрів контролю на можливість їх подальшого функціонування у штатному режимі. Тому

основною кількісною характеристикою вважається чутливість РНК засобів водного транспорту [21, 123, 191].

Основне завдання теорії чутливості – аналіз додаткового руху, викликаного варіацією параметрів. Цей аналіз включає кількісні оцінки, дослідження стійкості, моделювання, синтез систем з урахуванням заданих вимог до якості додаткового руху, розробку методів активної дії на параметри системи управління з метою досягнення заданої якості додаткового руху. Основні положення теорії розробили Виховський М.Л., Томовіч Р., Кокотович П.В. та ін. У роботах Воді Р. вводиться поняття чутливості як відношення відносної варіації параметра  $q_j$ ,  $j = \overline{1, n}$  до викликаного їм відносної варіації передатної функції  $W(s)$  (стосовно лінійних систем) [86, 116, 124]:

$$S_W^{q_j} = \frac{\partial q_j / q_j}{\partial W / W} = \frac{\partial \ln q_j}{\partial \ln W}.$$

Частіше застосовується зворотна величина

$$S_{q_j}^W = \frac{\partial W / W}{\partial q_j / q_j} = \frac{\partial \ln W}{\partial \ln q_j}. \quad (1.4)$$

За прямі оцінки чутливості прийнято використовувати функції чутливості  $u(t, q_j)$ , що відіграють значну роль у кількісній оцінці ступеня впливу варіації параметрів  $q_j$  на динамічні якості системи. Функції чутливості у випадку нескінченно малих варіацій параметрів визначають наступним чином. Нехай початкова умова РНК засобів водного транспорту описується диференціальним рівнянням [36, 123, 135]:

$$F(\ddot{x}, \dot{x}, x, t, q_0) = 0, \quad (1.5)$$

де  $x(t, q_0)$  – розв'язок рівняння;

$q_0$  – параметр системи.

При зміні  $q_0$  на величину  $\Delta q_0$  відповідно зміниться рівняння (1.5)

$$F(\ddot{x}, \dot{x}, x, t, q_0 + \Delta q) = 0 \quad (1.6)$$

і його розв'язок  $x = x(t, q_0 + \Delta q)$ , що описує варіаційний рух.

Різниця  $x(t, q_0 + \Delta q) - x(t, q_0)$  характеризує додатковий рух. Границя відношення цієї різниці

$$\lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{x(t, q_0 + \Delta q) - x(t, q_0)}{\Delta q} = \frac{\partial x(t, q_0)}{\partial q_0} = u(t, q_0)$$

є функцією чутливості  $u(t, q_0)$ . Якщо в РНК засобів водного транспорту, а отже, і в диференціальному рівнянні, що їх описує, змінюються декілька параметрів, то функція чутливості визначається точно так, як і функція декількох параметрів  $u(t, q_0, q_1, \dots, q_i, \dots, q_n)$ . Функції чутливості можна визначити в результаті розв'язання диференціальних рівнянь (рівнянь чутливості), що отримуються з виразу (1.5) або (1.6), якщо розв'язки їх є безперервними функціями параметрів. Дійсно, якщо визначити часткові похідні функції  $F(\ddot{x}, \dot{x}, x, t, q_0)$  за  $q_0$ , то з (1.5)

$$\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}} \frac{\partial \ddot{x}}{\partial q_0} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \frac{\partial \dot{x}}{\partial q_0} + \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial q_0} + \frac{\partial F}{\partial q_0} = 0, \quad (1.7)$$

$$\text{де } \frac{\partial \dot{x}}{\partial q_0} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial q_0}; \quad \frac{\partial \ddot{x}}{\partial q_0} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial x}{\partial q_0}.$$

При врахуванні того, що, згідно з визначенням коефіцієнта чутливості,

$$\frac{\partial x}{\partial q_0} = u(t, q_0); \quad \frac{\partial u(t, q_0)}{\partial t} = \dot{u}(t, q_0); \quad \frac{\partial^2 u(t, q_0)}{\partial t^2} = \ddot{u}(t, q_0),$$

то з формули (1.4) отримаємо рівняння чутливості

$$\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}} \ddot{u} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{u} + \frac{\partial F}{\partial x} u = -\frac{\partial F}{\partial q_0}.$$

Отримані рівняння є лінійними, навіть якщо початкове рівняння (1.5) є нелінійним, тому що похідні  $\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial x}$  не залежать від  $u(t, q_0)$ .

Якщо початкове рівняння (1.5) лінійно відносно  $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $\ddot{x}$ , то ліва частина рівняння чутливості має таку ж структуру та такі ж коефіцієнти, як і початкове. У цьому випадку  $\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial x}$  дорівнюють коефіцієнтам при змінних  $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $\ddot{x}$  в початковому рівнянні. Якщо рівняння чутливості (1.5) залежить від двох і більше параметрів  $u(t, q_0, q_1, \dots, q_i, \dots, q_n)$ , то вони визначаються аналогічно.

Методи розв'язання рівняння чутливості засобами обчислювальної техніки для малих обурень параметрів достатньою мірою розвинув Майсингер Г. [18, 66, 88]. Їх широко застосовують для визначення функцій чутливості. Часто для визначення цих функцій, особливо лінійних систем, використовують структурні методи. Метод варійованої ланки, розроблений Биховським М.Л., зручний тим, що для отримання функції чутливості досить лише мати у своєму розпорядженні вхідні та вихідні величини початкової системи і варійованої ланки та модель залежності характеристик тільки цієї ланки від варіації параметрів [65, 105, 119, 149]. Кокотович П.В. поширив цей метод на ширший клас систем, включаючи нелінійні та нестационарні системи [68, 84].

Для визначення функції чутливості потрібно дві моделі: початкової системи і системи, подібної до початкової, об'єднані зв'язуючою ланкою з передавальною функцією  $\partial W / \partial q$ . Якщо в системі змінюються  $n$  параметрів, то для визначення функцій чутливості необхідно мати  $n$  моделей, подібних до початкової. Це незручно, внаслідок чого на практиці вдаються до почергового визначення функцій чутливості за допомогою однієї моделі шляхом комутації зв'язуючих ланцюгів для кожної варіації  $q_R$ .

Для аналізу чутливості, окрім безпосереднього визначення функцій чутливості, застосовуються різні непрямі оцінки, наприклад частотні:

$$S_W^R(j\omega) = \frac{\partial \ln k(j\omega)}{\partial \ln W(j\omega)}; \quad S_q^R(j\omega) = \frac{\partial \ln k(j\omega)}{\partial \ln q},$$

де  $k(j\omega)$  – АФХ системи;

$W(j\omega)$  – АФХ ланцюга, що змінюється.

Проте безпосереднє обчислення додаткового руху за частотними характеристиками складне. Часто застосовуються квадратичні показники (наприклад, дисперсія  $\sigma_{\Delta x}^2$ ) додаткового руху, викликаного варіацією параметрів. Достатньо повно розроблені й інші непрямі оцінки, наприклад, коефіцієнт чутливості нулів і полюсів передатної функції системи до варіації параметрів  $q_j$ . Основні положення теорії чутливості безперервних систем поширені й на розривні системи.

Теорію чутливості прийнято застосовувати в системах автоматичного управління [66, 128]. Функції чутливості несуть у собі надзвичайно цінну інформацію для розв'язання завдань синтезу динамічних систем. Одним з найважливіших завдань є синтез систем, що мають мінімальну чутливість до варіації параметрів. Такий синтез можна здійснити на основі певних умов, що накладаються на деякий функціонал  $I[\Delta x(t)]$ , що характеризує додатковий рух. На основі вимоги рівності нулю цього функціонала синтезуються системи, що володіють властивістю параметричної інваріантності, тобто нечутливі до варіацій параметрів.

Розроблені методи синтезу оптимальних за нечутливістю систем на основі мінімізації функціонала  $I[\Delta x(t)]$ . У роботах деяких авторів, наприклад, пропонується розглядати завдання чутливості як теоретико-ігрове завдання автомата управління в припущенні, що обурення, викликане зміною параметрів, є антагоністичним за відношенням до динамічних властивостей об'єкта та дії, що управляють [33, 41]. Таке застосування методів теорії ігор в теорії чутливості – перспективне, особливо для синтезу оптимальних систем управління, нечутливих до варіації параметрів об'єкта і до того ж володіють

мінімаксними властивостями. Внаслідок того, що теоретичним фундаментом теорії чутливості є класичні методи теорії малих обурень, існує певний зв'язок між чутливістю та теорією стійкості в малому за Ляпуновим А.М. Рівняння, що визначають функції чутливості за відношенням до малих змін початкових умов диференціальних рівнянь, збігаються з рівняннями першого наближення в теорії стійкості Ляпунова А.М. Цей зв'язок має не тільки теоретичне, але і важливе практичне значення [45].

Теорію чутливості застосовують при побудові безпошукових самоналагоджувальних (адаптивних) систем. Використовуючи певну аналітичну залежність між сигналами основної системи і моделі чутливості, обчислюють функції чутливості, на основі яких визначають деякий функціонал

$$I = \int_0^T F(u_1, u_2, \dots, u_n, t) dt, \quad (1.8)$$

залежний від параметрів, що змінюються. Процес самонастроювання проводиться так, щоб цей функціонал прагнув до нуля. Основною складністю при побудові таких систем є обчислення функцій чутливості, пов'язане з необхідністю розв'язання інтегральних рівнянь типу згортки. У роботах низки авторів пропонуються методи наближеного визначення згортки, і це значно спрощує обчислення функцій чутливості [67, 119].

Велике практичне значення має так звана зворотна задача чутливості, що полягає в оцінці варіації параметрів за спостереженням викликаного ними обурення вихідного сигналу. Обчислені варіації параметрів за відхиленням вихідного сигналу можна використовувати для активної дії на параметри системи управління з метою поліпшення якості роботи системи в цілому. Хоча математичний фундамент для розв'язання зворотної задачі є, проте питання практичного застосування її ще недостатньо розроблені.

Метод динамічного програмування дозволяє отримати розв'язок задачі навіть у тих випадках, коли параметр контролю РНК засобів водного транспорту знаходиться на границі допустимої області [133, 141]. Тому методи оптимального управління можуть бути використані для синтезу

тестового сигналу тоді, коли на нього накладено обмеження. За показник оптимізації в цьому випадку приймаємо чутливість контролю [147, 149]. Ці методи взагалі застосовуються для визначення найбільших значень функціоналів при обмеженнях [135, 151]. При цьому задача при застосуванні принципу максимуму полягає у розв'язанні системи диференціальних рівнянь. У методі динамічного програмування, який являє собою ітераційну процедуру, пропонується за рекурентні співвідношення використовувати диференціальні (або відповідні ним рівняння різниці) рівняння, які описують динаміку системи. Для вдосконалення методів обробки відгуку на тестовий сигнал РНК засобів водного транспорту використовувалася теорія оптимізації функцій.

Аналізу різних статистичних оцінок, перевірці наявності зв'язків між ними і обґрунтуванню на підставі цього аналізу кількісної міри якості контролю – критерію оптимальності синтезу тестових сигналів – присвячений другий розділ роботи.

Методи синтезу тестових сигналів розглянуто в третьому розділі, а особливості обробки відгуку на синтезований тестовий сигнал – моделі обробки вихідного сигналу – в четвертому. Ця частина роботи значною мірою оснований на класичних методах статистичного аналізу та теорії оптимального приймання сигналів. Ці результати є основою при розробці вимог до генераторів (калібраторів) тестових сигналів та їх конструюванні.

На основі отриманих результатів у п'ятому розділі сформульовано принципи побудови і алгоритми роботи цифрових автоматизованих приладів для визначення параметрів РНК засобів водного транспорту при проведенні контролю їх технічного стану.

У шостому розділі розроблено метод визначення похибок координат засобів водного транспорту залежно від процедур контролю технічного стану РНК і наведено результати практичного застосування отриманих результатів.

У додатках наведено копії актів про реалізацію отриманих результатів, допоміжні математичні розрахунки, приклади використання отриманих результатів, дані про публікацію та апробацію результатів дослідження.

## Висновки до розділу 1

1. Обґрунтовано необхідність впровадження для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту приладів синтезу (калібраторів) тестових сигналів з поліпшеними характеристиками. Серед певної низки переваг від використання таких сигналів найбільш суттєвими є значне скорочення часу, що виділяється на проведення вимірювання параметрів, тобто контролю технічного стану комплексів, збільшення міжконтрольних інтервалів, підвищення точності відтворення форми сигналу, підвищення завадостійкості та точності визначення параметрів РНК засобів водного транспорту, що контролюються, тобто підвищення достовірності контролю їх технічного стану.

2. Розглянуто основні галузі застосування різних видів тестових сигналів для контролю динамічних характеристик РНК засобів водного транспорту. Показано, що найбільш поширеними є гармонійні сигнали, які мають певні недоліки. Обґрунтовано, що більш ефективно використовувати при контролі технічного стану РНК засобів водного транспорту тестові сигнали складної форми.

3. Проведено аналіз існуючих методів синтезу тестових сигналів. Показано, що поширення таких методів зумовлено простотою технічної реалізації синтезованих тестових сигналів. Однак розглянуті методи мають низьку точність і завадозахищеність, є складними для автоматизації, що обмежує їх використання в автоматизованих приладах вимірювання та контролю. Тому пропонується використання тестових сигналів складної форми для автоматизації процесу контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

4. Обґрунтовано напрям і сформульовано часткові задачі наукового дослідження. Для розв'язання поставлених часткових завдань у дисертації пропонується використовувати теорію чутливості динамічних систем, методи

варіаційного числення та динамічного програмування, теорію оптимізації функцій і теорію матриць.

Наукові результати розділу знайшли відображення в працях автора дисертації [20, 21, 36, 49, 50, 120, 132, 153, 191–193, 196, 217].

## РОЗДІЛ 2

### УДОСКОНАЛЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

У розділі розроблено метод обґрунтування критеріїв (кількісних оцінок) оптимальності синтезу складних тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту під час їх експлуатації. Запропоновано метод обґрунтування апостеріорної функції розподілу параметрів контролю, обґрунтовано критерії оптимальності синтезу складних тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту: максимуми точності, чутливості та кількості інформації.

Отримано порядок визначення взаємозв'язку між різними критеріями оптимальності. Обґрунтовано основний критерій оптимальності синтезу складних тестових сигналів.

#### **2.1 Постановка задачі обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу тестових сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів**

РТС, що входить до складу РНК засобів водного транспорту, призначена для перетворення вхідного тестового сигналу  $u(t)$  у вихідний сигнал  $y(t)$ . У загальному випадку може бути кілька паралельних вхідних і вихідних сигналів, тому маємо вектори вхідних і вихідних сигналів. Якість перетворення описується оператором системи  $\Phi(\{u\})$  і це перетворення можна записати у вигляді  $y = \Phi(\{u\})$ .

Для лінійних ОК з зосередженими параметрами оператор  $\Phi(\{u\})$  залежить від кінцевої кількості параметрів. Якщо  $G(p)$  – лапласівське зображення передатної функції ОК

$$G(p) = \frac{\sum_{i=1}^m b_i p^i}{\sum_{j=1}^n a_j p^j},$$

де  $a_j, b_i$  – коефіцієнти,  $j = \overline{1, n}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ;

$m, n$  – кількість параметрів контролю вихідного та вхідного тестового сигналу відповідно, то за такі параметри можна взяти, наприклад, коефіцієнти  $a_j$  і  $b_i$  або їх комбінації (коефіцієнт підсилення, постійні часу та затухання, власні частоти), а для електричних систем – активний опір, індуктивність або ємність [52], [60].

Оператор нелінійного ОК не визначається кінцевою кількістю параметрів. Але з відомим ступенем точності його завжди можна апроксимувати оператором (у загальному випадку нелінійним), але залежним від кінцевої кількості параметрів. Так, наприклад, якщо ОК вміщує ланки типу елементів з насиченням, то, представивши характеристику такої ланки на окремих ділянках відповідної функції апроксимації (відрізками прямих, арктангенсом, гіперболічним тангенсом тощо), можна за параметри контролю взяти параметри цих апроксимуючих функцій.

Позначимо параметри контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту вектором  $q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ ,  $j = \overline{1, n}$ , так, що оператор ОК  $\Phi(\{u\})$  буде функцією цих параметрів:  $\Phi(\{u\}) = \Phi(q_1, q_2, \dots, q_n)$ . Значення параметрів  $q_j$  є випадковими величинами, які в процесі зберігання та експлуатації ОК можуть змінюватися. Вважаємо в процесі контролю ці параметри незмінними, тому що час контрольних операцій зазвичай значно менший за час зміни параметрів [67, 86, 188].

Таким чином, технічний стан РНК засобів водного транспорту визначається вектором параметрів  $q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ . Якщо відома апріорна

функція розподілу параметрів (щільність розподілу якої  $\rho_1$ ) або дисперсія параметрів і кореляційні зв'язки між ними, то відома й апіорна область, в якій знаходиться вектор  $q$  – апіорна область «відхилень» параметрів контролю комплексу (рис. 2.1). Чим меншою є апіорна інформація про ОК, тим ширшою є ця область «відхилення». Інформація, отримана за результатами контролю, уточнює функцію розподілу параметрів  $q_j$ , отже область «відхилення» параметрів звужується – апостеріорна область  $\rho_2$  (рис. 2.1) [67, 87, 92].

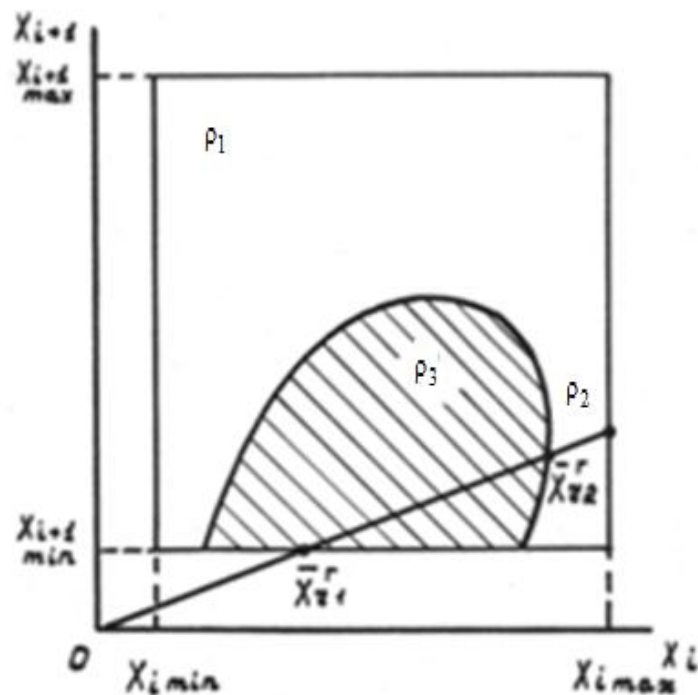


Рисунок 2.1 – Область відхилення параметрів контролю РНК

Чим точнішим та повнішим є проведений контроль, тим вужчою є апостеріорна область. Тому основою запропонованого методу обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу складних тестових сигналів є розрахована апостеріорна область  $\rho_3$ .

Часто метою контролю є визначення не самих параметрів  $q_j$ , а якоїсь функції від цих параметрів  $Z = f(q_1, q_2, \dots, q_n)$ , тобто визначення технічного стану ОК за узагальненим параметром. Хоча функція  $Z$  (при  $m < n$ ) несе

меншу інформацію про ОК, ніж повний набір величин  $q_j$ , однак у більшості випадків вдалий вибір відносно невеликої кількості параметрів  $z_i$ ,  $i = \overline{1, m}$  вважається достатнім для порівняно повної оцінки якості ОК, а з іншого боку, може істотно спростити контроль. Іноді параметри  $z_i$  можуть співпадати з  $q_j$ .

Отже, вихідний сигнал  $y(t)$  є функцією від параметрів контролю  $q_j$  і функціоналом від вхідного тестового сигналу  $u(t)$ :  $y = y_0(\{u\}, q, t)$ . На цей вихідний сигнал накладаються завади, що виникають через похибку генератора, різного роду зовнішні завади, наводки і похибки ЗВТ. Ці завади з відомим ступенем точності можна вважати адитивними. Тоді вихідний сигнал можна записати так:

$$y(t) = y_0(\{u\}, q, t) + \xi(t). \quad (2.1)$$

До завади необхідно віднести також складові вихідного сигналу, обумовлені відхиленням від номінальних значень тих параметрів, які не підлягають визначенню в результаті контролю. З цієї точки зору складова вихідного сигналу, зумовлена відхиленням від номінальних значень параметрів, які підлягають визначенню, є корисним сигналом.

Задача синтезу вхідного складного тестового сигналу при контролі технічного стану РНК засобів водного транспорту набуває сенс тільки при врахуванні названих завад. Інакше, при відсутності завади, для визначення  $n$  параметрів контролю системи  $\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$  достатньо провести вимірювання значень вихідного сигналу  $y(t)$  в точках  $\{t_1, t_2, \dots, t_s\}$ , де  $s$  – кількість моментів відліку (точок дискретизації), і розв'язати систему рівнянь (2.1), складену для моментів часу  $\{t_1, t_2, \dots, t_s\}$  відносно параметрів  $\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ .

Вибір вхідного тестового сигналу  $u(t)$  значною мірою довільний. Єдиним обмеженням є те, що Якобіан відповідної системи рівнянь

$J = \det \left| \frac{\partial y_0(t_k)}{\partial q_j} \right|$  не перетворюється в нуль. Усі вхідні сигнали  $u(t)$ , для яких

$J \neq 0$ , є рівнозначними, тобто немає необхідності визначати оптимальний вихідний сигнал.

Оскільки в реальних РНК засобів водного транспорту наведені вище завади можуть вносити значні похибки, то методика контролю без їх врахування достатньо наближена, що, в свою чергу, знижує достовірність контролю.

Тому необхідно проводити контроль комплексів з урахуванням завад вихідного сигналу. Задача контролю комплексів з урахуванням завад, що вносяться складовими комплексу (внутрішніми шумами), вимірювальними приладами й іншими факторами, може бути розв'язана за допомогою запропонованої оптимальної методики контролю в рамках методу обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу складних тестових сигналів.

Сформулюємо задачу визначення оптимальної методики контролю. Оптимальною є така методика, яка при заданій апіорній області «відхилення» параметрів ОК, заданому рівні завади, необхідному часі контролю дозволяє максимально звужити апостеріорну область «відхилення» параметрів системи (або функції цих параметрів). Еквівалентній попередній постановці задачі є задача визначення методики, яка забезпечує мінімальний час контролю при заданій апіорній області «відхилення» параметрів контролю, заданих розмірах апостеріорної області, або задача визначення методики, яка дозволяє при фіксованих умовах максимально знизити необхідну точність вимірювальних приладів. Вибір еквівалентних постановок задачі визначається конкретними ситуаціями [54].

Визначення оптимальної методики контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту складається з декількох, не зв'язаних одна з іншою, задач.

По-перше, необхідно встановити кількісну оцінку методики контролю. Така оцінка повинна бути зв'язана з розмірами апостеріорної області «відхилення» параметрів  $z_i$ . Вся інформація про параметри  $z_i$ , отримана за результатами контролю, міститься у функції розподілу  $\rho(z/y)$ , яка надає імовірність для різних значень  $z_i$ , за умови, що на виході комплексу, що контролюється, спостерігалася реакція  $y(t)$ . Апостеріорна область

«відхилення» параметрів  $z_i$  є областю, імовірність знаходження всередині якої для  $z_i$  більше деякої встановленої ймовірності. Якщо є декілька параметрів, то для завдання цієї області необхідно відповідно декілька величин (наприклад, при нормальному законі розподілу можна задавати півосі еліпсоїду розсіювання).

Різні статистичні оцінки якості контролю інакше зв'язані з величинами, які характеризують область «відхилення». Виняток складає випадок однієї змінної, коли практично всі оцінки еквівалентні.

По-друге, після встановлення кількісної міри оцінки необхідно вибрати такі вхідні впливи на ОК, які б забезпечували для даного об'єкта максимальне значення цієї кількісної оцінки. Визначення оптимальних тестових сигналів полягає для різних класів ОК у розв'язанні різних варіаційних задач [85, 91].

При аналізі статистичних оцінок якості контролю будемо вважати, що зразковий (номінальний) вихідний сигнал  $y_0(\{u\}, q, t)$  може бути розкладений у ряд за відхиленнями параметрів  $q_j$  від номінальних значень  $q_{0j}$ :  $\Delta q_j = q_j - q_{0j}$ . Утримуючи перший член цього розкладу отримаємо:

$$\Delta y = \sum_{j=1}^n a_j(\{u\}, q_0, t) \Delta q_j + \xi(t), \quad (2.2)$$

де  $\Delta y = y_j(\{u\}, \{q\}, t) - y_0(\{u\}, q_0, t)$ ;

$$a_j(\{u\}, q_0, t) = \left( \frac{\partial y(\{u\}, q, t)}{\partial q_j} \right) \Bigg|_{q_j=q_{j0}}.$$

Аналогічно, розкладаючи величини  $z_i(q_j)$ , отримаємо для відхилень:

$$\Delta z_i \approx \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \Delta q_j, \quad (2.3)$$

де  $\Delta z_i = z_i(q) - z_i(q_0)$ ;

$$\alpha_{ij} = \left( \frac{\partial z_i}{\partial q_j} \right) \Big|_{q_j = q_{j0}} .$$

Доведемо правильність (адекватність) розкладів (2.2) і (2.3).

Під час контролю технічного комплексу необхідно вдосконалити методику контролю у випадках, коли відхилення параметрів невеликі, таким чином, що чутливості та точності вимірювальної апаратури при заданому часі, відведеному на контроль, виявляється недостатньо для виявлення цих відхилень або для визначення їх величини з потрібним ступенем точності. Тому методика контролю, яка є оптимальною при малих відхиленнях параметрів і за рахунок отримання максимально можливої чутливості й точності, що дозволяє виявляти такі відхилення, буде придатна й при нелінійних відхиленнях параметрів. При малих відхиленнях параметрів для визначення величини цих відхилень може бути застосована лінійна обробка сигналу  $\Delta y(t)$ . Оцінки параметрів  $q_j$  або  $z_i$  будуть лінійними функціями від значення вихідного сигналу  $\Delta y(t)$  [47].

Якщо відхилення дійсно є малими, то лінійна обробка вихідного сигналу дозволяє визначити величину відхилень параметрів від номінальних значень. Якщо в результаті застосування методики обробки вихідного сигналу (співвідношення (2.2) і (2.3)) будь-які параметри будуть поза границями області лінійності, то в цьому випадку значення відхилень визначені не будуть, а буде встановлено факт виходу параметрів за ці границі. Ситуація, в якій комбінація великих відхилень декількох параметрів призводить до малого відхилення якості комплексу від номінальних, малоімовірно, особливо при контролі достатньо великої кількості параметрів такого комплексу.

Для визначення величини відхилення параметра при великих відхиленнях необхідно застосувати нелінійну обробку вихідного сигналу. Методика контролю, за винятком останньої стадії обробки вихідного сигналу, може базуватися на співвідношеннях (2.2) і (2.3).

Для лінійних ОК можна провести оцінку точності наближення (2.2). З цією метою передатну функцію ОК напишемо у вигляді:

$$G(p) = k_{\Pi} \prod_{i=1}^m (\tau_i p + 1) / \prod_{j=1}^n (T_j p + 1),$$

де  $k_{\Pi}$  – коефіцієнт підсилення.

Серед величин  $\tau_i$  і  $T_j$  при наявності коливальних ланок можуть бути пари комплексно зв'язаних величин. Якщо взяти за параметри  $\Delta q_j$  відносні уходи величин  $k_{\Pi}$ ,  $\tau_i$  і  $T_j$  від їх номінальних значень  $k_{\Pi 0}$ ,  $\tau_{i0}$  і  $T_{j0}$ , тобто

$$\Delta q = \left\{ \frac{\Delta k_{\Pi}}{k_{\Pi 0}}, \frac{\Delta \tau_i}{\tau_{i0}}, \frac{\Delta T_j}{T_{j0}} \right\},$$

то для величин  $G(p)$  отримаємо:

$$G(q_0 + \Delta q) = G(q_0) (1 + \delta k_{\Pi}) \prod_{i=1}^m (1 + \gamma_i + \delta \tau_i) / \prod_{j=1}^n (1 + \gamma'_j + \delta T_j), \quad (2.4)$$

$$\text{де } \delta k = \frac{\Delta k_{\Pi}}{k_{\Pi 0}}; \gamma_i = \frac{1}{\tau_i p}; \gamma'_j = \frac{1}{T_j p}; \delta \tau_i = \frac{\Delta \tau_i}{\tau_{i0}}; \delta T_j = \frac{\Delta T_j}{T_{j0}}.$$

Оскільки величини  $\gamma_i$  і  $\gamma'_j$  за модулем не перевершують одиниці ( $|\gamma_i| \leq 1$ ,  $|\gamma'_j| \leq 1$ ), то останній член у формулі (2.4) буде мати порядок  $0(\Delta q')$ .

Можна вважати, що процес ортогоналізації виконаний і всі змінні статистично незалежні й мають одиничні дисперсії. При необхідності можна повернутися до початкових статистично залежних змінних. Доведене відноситься також і до змінних  $z_i$ , які також можна вважати статистично незалежними.

## 2.2 Розрахунок функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів

Для отримання кількісних оцінок визначимо функцію розподілу параметрів  $z_i$  за умови, що на виході комплексу, що контролюється, спостерігається реакція  $y(t)$  [106]. З цією метою запишемо вирази (2.2) і (2.3) у більш зручному та компактному вигляді, для чого введемо в розгляд вектор

$$\zeta = \{\Delta y, \Delta z\} \equiv \{\Delta y(t_1), \Delta y(t_2), \dots, \Delta y(t_s), \Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_m\}.$$

У цьому співвідношенні вихідна реалізація  $\Delta y(t)$  замінена дискретною вибіркою  $\{\Delta y(t_1), \Delta y(t_2), \dots, \Delta y(t_s)\}$ . Саме ця вибірка й спостерігається при використанні дискретних (квантованих у часі) методах вимірювання відгуку (вихідного сигналу). Величина, яка визначає кількість вимірювання миттєвого значення сигналу за час контролю  $T$ ,  $t_k = \frac{T}{s}k$ ,  $k = \overline{1, s}$ ,  $s$  – кількість точок дискретизації, і величина, яка характеризує крок квантування  $\Delta t = T/s$ .

При визначенні періоду дискретизації необхідно враховувати швидкодію вимірювального пристрою, швидкодію або об'єм пам'яті розрахункового пристрою та час кореляції завади  $\xi(t)$ . Очевидно, немає сенсу вибрати час  $\Delta t$  меншим часу кореляції завади, оскільки при такому збільшенні кількості відліків вихідного сигналу практично немає виграшу в інформації (згідно з теоремою Котельникова) [134].

Таким чином, значення завади в різних точках відліку можна вважати статистично незалежними.

$$\text{Введемо вектор } \xi(t) = \left\{ \xi(t_1), \xi(t_2), \dots, \xi(t_s), \underbrace{0, \dots, 0}_m \right\}.$$

Позначимо композицію матриць  $a_{kj} = a_j(t_k, q_0, \{u\})$  і  $\alpha_{ji}$  через

$$A = A \begin{pmatrix} a \\ \alpha \end{pmatrix}.$$

Використовуючи ці позначення, рівняння (2.2) і (2.3) запишемо так:

$$\zeta = A \cdot \Delta q + \xi. \quad (2.5)$$

Складові векторів  $\Delta q$  і  $q$  будемо вважати розподіленими за нормальним законом. Щодо вектора  $\xi$ , то ця умова накладає на нього певні обмеження. Якщо основний внесок у заваду вносить похибка вимірювального пристрою, то в більшості випадків цю заваду можна вважати нормальною.

При великих відхиленнях розподілу параметрів  $\Delta q_j$  вектор  $\Delta q$  може і не бути нормальним. Якщо ці відхилення незначні, то поблизу центру розподілу практично будь-який розподіл є нормальним.

Таким чином, функції розподілу величин  $\Delta q$  і  $\xi$  можна записати так:

$$\rho_1(\Delta q) = (2\pi)^{-n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} \Delta q^2\right\}; \quad (2.6)$$

$$\rho_0(\xi) = (2\pi)^{-s/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\xi^2} \xi^2\right\}.$$

де  $n$  – кількість параметрів системи  $q_j$ ;

$s$  – кількість точок відліку вхідного сигналу;

$\sigma_\xi^2$  – дисперсія завади  $\xi(t)$ ;

$\Delta q^2$  і  $\xi^2$  – позначають квадрати норми відповідних векторів:

$$\Delta q^2 = \sum_{j=1}^n \Delta q_j^2 \quad \text{і} \quad \xi^2 = \sum_{k=1}^s \sigma_{\xi}^2(t_k).$$

Припустимо, що величини  $\Delta q_j$  у формулі (2.6) статистично незалежні та мають одиничну дисперсію. В подальшому будуть розраховані формули для загального випадку лінійно незалежних величин  $\Delta q_j$ .

Апріорна функція розподілу параметрів  $z_i$  може бути отримана зі співвідношення (2.3). Оскільки ці величини є лінійними комбінаціями параметрів  $q_j$ , останні розподілені за нормальним законом (2.6), то і  $z_i$  також будуть розподілені за нормальним законом. З іншого боку, параметри  $z_i$  завжди можна вважати статистично незалежними, а вибором масштабу можна зробити дисперсії цих параметрів рівними одиниці. Згідно з (2.3), враховуючи зазначені умови, кореляційні моменти параметрів  $z_i$  будуть дорівнювати

$$(R_z)_{ik} = \langle \Delta z_i \Delta z_k \rangle = \sum_{\ell, m} \alpha_{i\ell} \alpha_{km} \langle \Delta q_\ell \Delta q_m \rangle = \delta_{ik}.$$

Оскільки кореляційна матриця параметрів  $q_j$  одинична, тобто  $\langle \Delta q_i \Delta q_j \rangle = \delta_{ij}$ , то для матриці  $\alpha$  отримаємо умову:  $\sum_j \alpha_{ij} \alpha_{kj} = \delta_{ik}$  або

$$R_j = \alpha \cdot \alpha^T = E, \quad (2.7)$$

де  $\alpha^T$  – транспонована матриця;

$E$  – одинична матриця.

Кореляційна матриця параметрів  $z_i$  одинична й ці величини розподілені за нормальним законом, тому їх апріорна функція розподілу дорівнює

$$\rho(z) = (2\pi)^{-m/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\Delta z^2\right\}, \quad (2.8)$$

де  $\Delta z^2 = \sum_{i=1}^m \Delta z_i^2$ .

Для визначення умовної функції  $\rho(z/y)$ , яка визначає апостеріорний розподіл параметрів  $z_i$ , можливо скористатися тотожністю  $\rho(z/y) = \rho(z, y) / \rho_y(y)$ .

Функцію розподілу  $\rho(z, y) = \rho(\zeta)$  визначимо за допомогою виразу (2.5). Оскільки величина  $\zeta$  є лінійною комбінацією величин  $\Delta q$  і  $\xi$ , розподілених за нормальним законом, то й величина  $\zeta$  буде розподілена за нормальним законом. Для визначення характеристик цього розподілу необхідно розрахувати кореляційну матрицю величин  $\zeta$ . Зі співвідношення (2.5) отримаємо:

$$(R_\zeta)_{ij} = \langle \zeta_i \zeta_j \rangle = \sum_{k,s} A_{ik} A_{js} \langle \Delta q_k \Delta q_s \rangle + \langle \xi_i \xi_j \rangle = \sum_s A_{is} A_{js} + \langle \xi_i \xi_j \rangle,$$

або в матричній формі:

$$R_\zeta = A \cdot A^T + \begin{pmatrix} \sigma_\xi^2 \cdot E \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \}n \\ \}m \end{matrix}.$$

Підставивши вираз для матриці  $A = \begin{pmatrix} a \\ \alpha \end{pmatrix}$ , отримаємо:

$$A \cdot A^T = \frac{a}{\alpha} (a^T \cdot \alpha^T) = \begin{pmatrix} a \cdot a^T & a \cdot \alpha^T \\ \alpha \cdot a^T & \alpha \cdot \alpha^T \end{pmatrix}.$$

Використавши співвідношення (2.7), можна записати:

$$\mathbf{R}_\zeta = \begin{pmatrix} \mathbf{a} \cdot \mathbf{a}^T + \sigma_\xi^2 \mathbf{E} & \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\alpha}^T \\ \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{a}^T & \mathbf{E} \end{pmatrix}.$$

Зі співвідношення (2.2) видно, що матриця  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}^T + \sigma_\xi^2 \mathbf{E}$  є кореляційною матрицею  $\mathbf{R}_y$  величин  $\Delta y_i$ . Дійсно, з виразу (2.2) отримаємо:

$$\begin{aligned} (\mathbf{R}_y)_{ij} &= \langle \Delta y(t_i) \Delta y(t_j) \rangle = \sum_{k,s} a_k(t_i) a_s(t_j) \langle \Delta q_k \Delta q_s \rangle + \langle \xi(t_i) \xi(t_j) \rangle = \\ &= \sum_s a_s(t_i) a_s(t_j) + \sigma_\xi^2 \xi_{ij} \end{aligned}$$

або в матричній формі:

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{a} \cdot \mathbf{a}^T + \sigma_\xi^2 \mathbf{E}. \quad (2.9)$$

Таким чином, для матриці  $\mathbf{R}_\zeta$  остаточно запишемо:

$$\mathbf{R}_\zeta = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_y & \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\alpha}^T \\ \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{a}^T & \mathbf{E} \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

За допомогою кореляційної матриці  $\mathbf{R}_\zeta$  можна визначити функцію розподілу величин  $\zeta$ :

$$\rho(\zeta) = \rho(z, y) = (2\pi)^{-(s+m)/2} |\det \mathbf{R}_\zeta|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\zeta \mathbf{R}_\zeta^{-1} \zeta) \right\}. \quad (2.11)$$

Вираз  $(\zeta \mathbf{R}_\zeta^{-1} \zeta)$  є результатом скалярного множення векторів  $\zeta$  і  $\mathbf{R}_\zeta^{-1} \zeta$ ,

$$\text{тобто } \zeta \mathbf{R}_\zeta^{-1} \zeta = \sum_j \zeta_j (\mathbf{R}_\zeta^{-1} \zeta)_j = \sum_{j,k} (\mathbf{R}_\zeta^{-1})_{jk} \zeta_j \zeta_k.$$

Зазначимо, що кореляційні матриці величин  $y$  і  $Z$  є симетричними:  $R_y^T = R_y$ ,  $R_\zeta^T = R_\zeta$ . Це буде використане в подальших розрахунках.

Розрахуємо функцію розподілу величин  $\Delta y(t)$ . Оскільки ці величини, як виходить з (2.2), розподілені за нормальним законом, а їх кореляційна матриця була розрахована раніше, то

$$\rho_y(y) = (2\pi)^{-s/2} |\det R_y|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\Delta y R_y^{-1} \Delta y)\right\}. \quad (2.12)$$

Після підстановки виразів (2.11) і (2.12) у співвідношення для функції  $\rho(z/y)$ :  $\rho(z/y) = \rho(z, y)\rho(y)$ , отримаємо:

$$\rho(z/y) = \frac{\rho(\zeta)}{\rho_y(y)} = (2\pi)^{-m/2} \left| \frac{\det R_\zeta}{\det R_y} \right|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\zeta R_\zeta^{-1} \zeta) + \frac{1}{2}(\Delta y R_y^{-1} \Delta y)\right\}. \quad (2.13)$$

У формулі (2.13), вираз, який знаходиться у фігурних дужках, необхідно привести до квадратичного відносно величин  $\Delta z$ . Для цього необхідно розрахувати матрицю  $R_\zeta^{-1}$ . Зазначимо, що матриця  $R_\zeta$ , як видно з виразу (2.10), складається з блоків, при цьому блоки  $R_y$  і  $E$  є неособливими квадратними матрицями рангу  $n$  і  $m$  відповідно. Тому для розрахунку  $R_\zeta^{-1}$  можна застосувати формулу Фробеніуса для звертання блочної матриці [65, 133, 135].

При цьому будемо мати

$$R_\zeta^{-1} = \begin{pmatrix} K & L \\ L^T & N \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

$$\text{де } K = R_y^{-1} + R_y^{-1} \alpha \alpha^T - H^{-1} \alpha \alpha^T R_y^{-1}; \quad (2.15)$$

$$L = -R_y^{-1} \alpha \alpha^T - H^{-1}; \quad (2.16)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{H}^{-1}; \quad (2.17)$$

$$\mathbf{H}^{-1} = \mathbf{E} - \alpha \alpha^T \mathbf{R}_y^{-1} \alpha \alpha^T. \quad (2.18)$$

Використовуючи співвідношення (2.14)–(2.18), перетворимо вираз у фігурних дужках формули (2.13):

$$\begin{aligned} \Phi &= -\frac{1}{2}(\zeta \mathbf{R}_\zeta^{-1} \zeta) + \frac{1}{2}(\Delta y \mathbf{R}_y^{-1} \Delta y) = -\frac{1}{2}(\Delta y, \Delta z) \begin{pmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{L} \\ \mathbf{L}^T & \mathbf{N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \Delta y \mathbf{R}_y^{-1} \Delta y = \\ &= -\frac{1}{2} \Delta y \mathbf{K} \Delta y + \frac{1}{2} \Delta y \mathbf{R}_y^{-1} \Delta y - \frac{1}{2} \Delta y \mathbf{L} \Delta z - \frac{1}{2} \Delta z \mathbf{L}^T \Delta y - \frac{1}{2} \Delta z \mathbf{N} \Delta z. \end{aligned}$$

Для приведення цього виразу до квадратичного вигляду знайдемо вектор  $\Delta z^0$ , який відповідає екстремуму  $\Phi$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \Delta z} = -\mathbf{L}^T \Delta y - \mathbf{N} \Delta z^0 = 0, \quad (2.19)$$

$$\Delta z^0 = -\mathbf{N}^{-1} \mathbf{L}^T \Delta y.$$

Оскільки  $\mathbf{H}$  – симетрична матриця ( $\mathbf{H}^T = \mathbf{H}$ ), то з (2.16) знайдемо:

$$\mathbf{L}^T = -\mathbf{H}^{-1} \alpha \alpha^T \mathbf{R}_y^{-1}; \quad (2.20)$$

$$\mathbf{N}^{-1} = \mathbf{H}.$$

Підставивши (2.20) у формулу (2.19), отримаємо:

$$\Delta z^0 = \alpha \alpha^T \mathbf{R}_y^{-1} \Delta y. \quad (2.21)$$

Вектор  $\Delta z_0$  визначає центр розподілу  $\rho(z/y)$ . Позначимо величину відхилення від цього центра  $v = \Delta z - \Delta z^0$  і підставимо цю величину в співвідношення для  $\Phi$ :

$$\begin{aligned} \Phi = & -\frac{1}{2} \Delta y K \Delta y + \frac{1}{2} \Delta y R_y^{-1} \Delta y - \frac{1}{2} \Delta y L \Delta z^0 - \frac{1}{2} \Delta z^0 L^T \Delta y - \\ & - \frac{1}{2} \Delta z_0 N \Delta z_0 - \frac{1}{2} v N v = -\frac{1}{2} \Delta y \left\{ K - R_y^{-1} - L N^{-1} L^T \right\} - \frac{1}{2} v N v. \end{aligned} \quad (2.22)$$

При врахуванні у (2.22) співвідношень (2.15)–(2.17), отримаємо вираз:

$$\Phi = -\frac{1}{2} v H^{-1} v. \quad (2.23)$$

Для розрахунку детермінанту  $\det R_\zeta$  використаємо узагальнений алгоритм Гауса [135]:

$$\det R_\zeta = \det R_y \cdot \det \left( E - \alpha \alpha^T R_y^{-1} \alpha \alpha^T \right) = \det R_y \cdot \det H^{-1}. \quad (2.24)$$

Після підстановки (2.23) і (2.24) у формулу (2.12) отримаємо остаточне співвідношення для умовної функції розподілу:

$$\rho(z/y) = (2\pi)^{-m/2} |\det H|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (v H^{-1} v) \right\}, \quad (2.25)$$

а  $\Delta z^0$  визначається з виразу (2.21).

У формулу (2.18) для матриці  $H$  входить  $R_y$  матриця кореляції величин  $\Delta y$ . Ця матриця, також як і матриця  $R_y^{-1}$ , має ранг  $s$ , який дорівнює кількості відліків вихідного сигналу. При великій кількості відліків великий ранг матриці  $R_y^{-1}$  може суттєво ускладнити розрахунки за формулою (2.18). Формулу (2.18) можна перетворити так, щоб до неї входили лише матриці,

ранг яких не перевищує  $n$  – кількість параметрів системи контролю. При  $n < s$  таке перетворення спрощує вираз (2.18). Запишемо вираз для  $R_y^{-1}$  у вигляді ряду

$$R_y^{-1} = (a \cdot a^T - \sigma_\xi^2 E)^{-1} = \frac{1}{\sigma_\xi^2} \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \frac{(a \cdot a^T)^s}{\sigma_\xi^{2s}}.$$

Помножимо це співвідношення зліва на  $a^T$ , а справа на  $a$ :

$$a^T R_y^{-1} a = \frac{1}{\sigma_\xi^2} a^T \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \frac{(a \cdot a^T)^s}{\sigma_\xi^{2s}} a = - \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^s \frac{(a \cdot a^T)^s}{\sigma_\xi^{2s}}.$$

У цьому співвідношенні використаємо те, що  $a^T (a \cdot a^T)^s a = (a^T \cdot a)^{s+1}$ .

Додавання та віднімання одиничної матриці  $E$  дозволяє отримати:

$$a^T R_y^{-1} a = E - \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \frac{(a^T \cdot a)^s}{\sigma_\xi^{2s}} = E - \sigma_\xi^2 (a^T \cdot a + \sigma_\xi^2 E)^{-1}. \quad (2.26)$$

Підставивши вираз (2.18) і враховуючи (2.17), маємо:

$$H = E - \alpha \left[ E - \sigma_\xi^2 (a^T \cdot a + \sigma_\xi^2 E)^{-1} \right] = \sigma_\xi^2 \alpha (a^T \cdot a + \sigma_\xi^2 E)^{-1} \alpha^T. \quad (2.27)$$

Позначимо  $\tilde{R}_y = a^T \cdot a + \sigma_\xi^2 E$ .

Матриця  $\tilde{R}_y$  має ранг  $n$ . За допомогою цієї матриці вираз для  $H$  може бути остаточно записано в наступному вигляді:

$$H = \sigma_\xi^2 \alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^T. \quad (2.28)$$

Зазначимо, що формули (2.27) і (2.28) є точними, хоча вони й отримані за допомогою розкладу в ряд, у законність якого можна виявити сумнів. Покажемо це. Дійсно, помножив обидві частини формули (2.26) на матрицю (2.28) і після перетворень перейдемо до тотожності.

Такий перехід від матриці  $R_y$  до матриці  $\tilde{R}_y$  можна виконати і у формулі (2.21) для  $\Delta Z^0$ . Це можна зробити за допомогою тотожності:

$$a^T \tilde{R}_y^{-1} = \tilde{R}_y^{-1} a^T. \quad (2.29)$$

Для доказу отриманої тотожності можна підставити в (2.29) вираз для  $R_y^{-1}$  у вигляді ряду та виконати перетворення, аналогічні тим, що проводилися для отримання формули (2.26). Це також можна зробити і безпосередньо. Так, помноживши тотожність (2.29) зліва на  $\tilde{R}_y$ , а справа на  $\tilde{R}_y^{-1}$ , отримаємо  $\tilde{R}_y a^T = a^T R_y$ . Після заміни виразу  $\tilde{R}_y$  на формулу (2.27), а  $R_y$  на (2.19), будемо мати:  $(a^T \cdot a + \sigma_\xi^2 E) a^T \equiv a^T (a \cdot a^T + \sigma_\xi^2 E)$ , що є очевидною тотожністю.

З урахуванням співвідношення (2.29) величина  $\Delta z^0$  (2.21) може бути виражена через матрицю  $\tilde{R}_y$  таким чином:

$$\Delta z^0 = \alpha \tilde{R}_y^{-1} a^T \Delta y. \quad (2.30)$$

У проведених обчисленнях передбачалось існування зворотних матриць  $\tilde{R}_y^{-1}$  і  $R_y^{-1}$ . Доведемо це зауваження. Розглянемо квадратичні форми:

$$\Phi_1 = (x, \tilde{R}_y, x) = \sum_{i,j=1}^n (\tilde{R}_y)_{ij} x_i x_j \quad \text{і} \quad \Phi_2 = (x, R_y, x) = \sum_{i,j=1}^n (R_y)_{ij} x_i x_j;$$

де  $(\tilde{R}_y)_{ij}$  і  $(R_y)_{ij}$ , згідно з (2.26) і (2.9), дорівнюють:

$$(\tilde{\mathbf{R}}_y)_{ij} = (\mathbf{a}^T \cdot \mathbf{a})_{ij} + \sigma_\xi^2 \xi_{ij} = \sum_{k=1}^s a_i(t_k) a_j(t_k) + \sigma_\xi^2 \xi_{ij};$$

$$(\mathbf{R}_y)_{ij} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}^T)_{ij} + \sigma_\xi^2 \xi_{ij} = \sum_{k=1}^n a_k(t_i) a_k(t_j) + \sigma_\xi^2 \xi_{ij}.$$

При цьому для  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  отримаємо:

$$\Phi_1 = \sum_{k=1}^s \sum_{i,j=1}^n a_i(t_k) a_j(t_k) x_i x_j + \sigma_\xi^2 \sum_{j=1}^n x_j^2 = \sum_{k=1}^s \left( \sum_{i=1}^n a_i(t_k) x_i \right)^2 + \sigma_\xi^2 \sum_{j=1}^n x_j^2,$$

$$\Phi_2 = \sum_{i,j=1}^s \sum_{k=1}^n a_k(t_i) a_k(t_j) x_i x_j + \sigma_\xi^2 \sum_{i=1}^s x_i^2 = \sum_{k=1}^n \left( \sum_{i=1}^s a_k(t_i) x_i \right)^2 + \sigma_\xi^2 \sum_{i=1}^s x_i^2.$$

Таким чином, квадратичні формули  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  позитивні за будь-яких  $x_i \neq 0$ , тобто є позитивно визначеними.

З іншого боку, як видно з виразів (2.26) і (2.9), матриці  $\tilde{\mathbf{R}}_y$  і  $\mathbf{R}_y$  є симетричними:  $\mathbf{R}_y^T = \mathbf{R}_y$  і  $\tilde{\mathbf{R}}_y^T = \tilde{\mathbf{R}}_y$ . Як відомо, всі власні значення позитивно визначених симетричних матриць позитивні. В цьому випадку існують обернені матриці.

Як зазначалося вище, наявність завади є необхідною умовою для існування обернених матриць  $\tilde{\mathbf{R}}_y$  і  $\mathbf{R}_y$ . При  $\sigma_\xi^2 = 0$  квадратичні форми  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  не є позитивно визначеними, бо вони можуть перетворюватися в нуль при  $x_i \neq 0$  і матриці  $\tilde{\mathbf{R}}_y^{-1}$  і  $\mathbf{R}_y^{-1}$  можуть не існувати. У цьому випадку також існують границі виразів (2.28) і (2.30) при  $\sigma_\xi^2 \rightarrow 0$ , для обчислення яких необхідно провести окремі розрахунки (див. пп. 2.3).

Умовна функція розподілу  $\rho(z/y)$ , яка визначається формулами (2.25), (2.28) (2.30) або (2.25), (2.18), (2.19), є основною кількісною характеристикою контролю. Вона містить усю інформацію про параметри  $z_i$ , яку можна отримати в результаті контролю, і з неї можуть бути розраховані можливі оцінки. При використанні цих оцінок обов'язково втрачається частина

інформації, яка міститься у функції розподілу  $\rho(z/y)$ . Однак введення таких оцінок є виправданим, оскільки за рахунок часткової втрати інформації досягається суттєве спрощення самих оцінок. Пояснимо це.

Функція  $\rho(z/y)$  повністю визначається завданням  $m$  параметрів  $z_i^0$ , які задають положення центру розподілу, і елементами матриці  $H$ , що описують відхилення від центру. Оскільки матриця  $H$  симетрична, то недиагональні її елементи попарно рівні. Загальна кількість елементів цієї матриці дорівнює  $(m+1)/2$ .

Отже, відхилення функції розподілу (апостеріорна область параметрів  $z_i$ ) задається  $m(m+1)/2$  незалежними величинами ( $m$  – дисперсій і  $m(m-1)/2$  коефіцієнтів кореляції). Тому відхилення однієї функції від цих величин призводить до втрати частини інформації, яка міститься у функції  $\rho(z/y)$ . Виняток складає випадок  $m=1$ , тобто при  $m(m+1)/2=1$ .

Максимально повний опис апостеріорної області відхилення потребує таким чином завдання  $m(m+1)/2$  незалежних величин-функцій від  $m$  дисперсій і  $m(m-1)/2$  коефіцієнтів кореляції. При цьому обмежуються тільки інваріантними функціями дисперсій і кореляцій. Під інваріантною розуміємо таку функцію, яка не змінює свого значення при відмінному від початкового вибору незалежних ортонормованих величин  $q_j$ .

Так, існує нескінченна множина способів вибору величин  $\Delta q_j$ , які задовольняють умові:  $\langle \Delta q_i \Delta q_j \rangle = \delta_{ij}$ . Якщо, наприклад,  $\Delta q_j$  – один з таких наборів, то  $\Delta q'_j = \sum_{i=1}^n U_{ji} \Delta q_i$ , де  $U_{ji}$  – унітарна матриця (матриця повороту) теж буде ортонормованим набором, тобто буде задовольняти умові  $\langle \Delta q'_i \Delta q'_j \rangle = \delta_{ij}$ . Якщо за оцінку вибрати неінваріантну функцію, то така оцінка буде характеризувати не тільки якість контролю, але й у значному ступені довільний вибір базису (змінних  $\Delta q_j$ ). Так, наприклад, апостеріорні дисперсії та коефіцієнти кореляції параметрів  $z_i$  є невдало вибраними оцінками. В подальшому будемо розглядати тільки інваріантні оцінки.

### 2.3 Розрахунок критерію точності контролю радіонавігаційних комплексів

Точність контролю характеризується величиною середньоквадратичного відхилення оцінки параметрів  $z_i^*$ , отриманих у результаті вимірювання, від їх істинних значень параметрів  $z_i$  [52, 160]. Вона залежить від ряду факторів. По-перше, похибки генератора, що задає тестовий сигнал, похибки ЗВТ, рівня шумів у системі, що контролюється. По-друге, на формат середньоквадратичного відхилення впливає методика обробки вихідного сигналу та прийнятий спосіб оцінки параметрів  $z_i$ . По-третє, величина цього відхилення залежить від величини і форми вхідного тестового сигналу. Вчетверте, СКЗ похибки залежить від часу проведення контролю.

Оптимальна, з погляду точності, процедура (методика) контролю повинна забезпечувати такий спосіб обробки вихідного сигналу й такий вибір вхідного впливу на комплекс, що контролюється, при яких досягається мінімум СКЗ похибки при заданій точності генератора і вимірювального пристрою, заданому рівні завад і часі контролю. Тобто, така методика забезпечує мінімальний час контролю при заданій точності або при заданій точності контролю й заданому часі контролю дозволяє застосовувати менш точні ЗВТ, або провести контроль при наявності завади великого рівня.

Як відомо, мінімум СКЗ похибки досягається, якщо за оцінку  $z_i^*$  використовувати апостеріорне середнє параметрів  $z_i$ :

$$z_i^* = \int_1^n z_i \rho(z/y) dz.$$

Для нормального закону середнє значення співпадає з центром розподілу  $\Delta z_i^0$ , знайденому з виразів (2.21) або (2.30):

$$z_i^* = \Delta z_i^0 = \alpha \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \mathbf{a}^T \Delta y. \quad (2.31)$$

Формула (2.31) дозволяє визначити оптимальний за точністю алгоритм обробки вихідного сигналу для розрахунку апостеріорного значення  $\Delta z_i^0$ .

Таким чином, оцінка (2.30) мінімізує СКЗ похибки порівняно з усіма іншими можливими оцінками. При цьому величина цієї мінімальної похибки буде дорівнювати

$$\varepsilon_{\min} = \sum_{i=1}^m \langle (\Delta z_i - \Delta z_i^0)^2 \rangle = \sum_{i=1}^m \int_1^m (\Delta z_i - \Delta z_i^0)^2 \rho(z/y) dz, \quad (2.32)$$

а величина  $\rho(z/y)$  еквівалентна функції розподілу з формули (2.24). Розрахунки у виразі (2.31) легко виконати, якщо відмітити, що, згідно з (2.25), діагональні елементи матриці  $H$  є апостеріорними дисперсіями параметрів  $\Delta z_i$ , тоді для величин  $\varepsilon_{\min}$  отримаємо:

$$\varepsilon_{\min} = \sum_{i=1}^n H_{ii} = \text{Sp}H = \sigma_{\xi}^2 \text{Sp}(\alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^T). \quad (2.33)$$

Знак  $\text{Sp}$  означає суму діагональних елементів матриці [135]. Кожен член суми (2.33) є апостеріорною похибкою вимірювання параметрів

$$z_i : \varepsilon_{i \min} = H_{ii} = \sigma_{\xi}^2 \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \alpha_{ik} \left( \tilde{R}_y^{-1} \right)_{jk}.$$

Оскільки в загальному випадку матриця  $\tilde{R}_y$  недиагональна, то апостеріорна похибка кожного параметра залежить від функцій чутливості  $a_j(t)$  всіх інших параметрів. У випадку, коли функції  $a_i(t)$  і  $a_j(t)$  при  $i \neq j$

ортогональні, тобто  $\int_0^T a_i(t) a_j(t) dt = 0$ , матриця  $\tilde{R}_y$  буде діагональною.

Обернена матриця  $\tilde{R}_y^{-1}$  також буде діагональною та її діагональні елементи

будуть дорівнювати  $\left(\tilde{\mathbf{R}}_y^{-1}\right)_{ij} = \left\{ \sigma_\xi^2 + \int_0^T a_j(t) dt \right\}^{-1}$ , отже, похибка кожного параметра буде визначатися тільки функцією чутливості, яка зв'язана з цим параметром [56]. Хоча припущення про ортогональність функцій  $a_i(t)$  і  $a_j(t)$  вносить суттєві спрощення, воно зазвичай не виконується. Елементи матриці  $\tilde{\mathbf{R}}_y$  залежать від вхідного сигналу  $u(t)$ . Тому спроба перейти від початкової системи параметрів контролю до нової системи параметрів, для якої матриця діагональна, приводить до того, що ця нова система параметрів суттєво залежить від вхідного сигналу. З іншого боку, можна показати, що залишивши незмінною систему параметрів, неможливо в загальному випадку досягти ортогональності функцій  $a_i(t)$  і  $a_j(t)$  вибором вхідного сигналу.

З'ясуємо геометричний зміст співвідношення (2.33) і доведемо його інваріантність [56], [134]. Оскільки оператор  $\mathbf{H}$ , який згідно з формулою (2.28) дорівнює  $\sigma_\xi^2 \alpha \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \alpha^T$ , діє в підпросторі змінних  $z_i$  розмірності  $m$ , саме тоді, як оператор  $\tilde{\mathbf{R}}_y^{-1}$  діє в просторі змінних  $q_j$  розмірності  $n$  ( $m \leq n$ ), отже оператор  $\mathbf{H}$  отримується проектуванням оператора  $\tilde{\mathbf{R}}_y^{-1}$  на простір  $q$  розмірності  $n$  у підпростір  $z$  розмірності  $m$ . Різний вибір ортонормованих параметрів  $z_i$  геометрично означає поворот системи координат в підпросторі векторів  $z$ .

Відомо, що при повороті системи координат  $S_p$  (сума діагональних матричних елементів оператора) не змінюється. Отже, доведена інваріантність величини  $\varepsilon_{\min}$  відносно зміни параметрів  $z_i$ .

З іншого боку, оператор  $\mathbf{H}$  інваріантний відносно вибору різних ортонормованих базисів у просторі векторів  $q$ , тобто відносно зміни початкового набору величин  $q$ . Дійсно, перехід до інших ортонормованих величин  $q'_j$  означає поворот у просторі векторів  $q$ . Такий поворот описується унітарним оператором  $U: q = Uq'$ , при цьому  $U^{-1} = U^T$ , отже  $U \cdot U^T = E$ .

При такому повороті оператор  $\tilde{\mathbf{R}}_y^{-1}$  перетворюється в  $(\tilde{\mathbf{R}}_y^{-1})' = \mathbf{U}^T \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \mathbf{U}$ , а матриця  $\alpha$  в  $\alpha' = \alpha \mathbf{U}$ . При цьому оператор  $\mathbf{H}$  перетворюється в  $\mathbf{H}' = \alpha' (\tilde{\mathbf{R}}_y^{-1})' (\alpha^T)' = \alpha \mathbf{U} \mathbf{U}^T \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \mathbf{U} \mathbf{U}^T \alpha^T = \alpha \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \alpha^T = \mathbf{H}$ .

Це фактично очевидно, бо повороти в просторі векторів  $q$  не впливають на підпростір векторів  $z$ . Інваріантністю оператора  $\tilde{\mathbf{H}}$  відносно поворотів у просторі векторів  $q$  можна скористатися для того, щоб вибрати в цьому просторі зручний базис [135]. Повернемо систему координат у просторі  $q$  так, щоб її  $m$  перших ортів співпали з ортами підпростору векторів  $z$ , а інші  $n - m$  ортів направимо довільно, але ортогонально один одному й до попередніх ортів. У цієї системі координат матриця  $\alpha$  набуває вигляду:

$$\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \dots & 0 \end{pmatrix}}_m \underbrace{\left. \vphantom{\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \dots & 0 \end{pmatrix}}\right\}_{n-m}}.$$

Після підстановки цього виразу у формулу (2.28), яка визначає матрицю  $\mathbf{H}$ , отримаємо:

$$\mathbf{H} = \sigma_{\xi}^2 \alpha \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \alpha^T = \sigma_{\xi}^2 \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \end{pmatrix}}_m \left. \vphantom{\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \end{pmatrix}}\right\}_m. \quad (2.34)$$

Таким чином, матриця  $\mathbf{H}$  є матрицею  $\tilde{\mathbf{R}}_y^{-1}$ , яка спроектована з простору векторів  $q$  розмірності  $n$  у простір векторів  $z$  розмірності  $m$ . Позначимо власне значення матриці  $\tilde{\mathbf{R}}_y^{-1}$  в підпросторі векторів  $z$  через  $\lambda_i^{-1}$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Як відомо,  $\text{Sp}$

матриці дорівнює сумі її власних значень. Скориставшись тепер співвідношеннями (2.34) і (2.32), отримаємо для СКЗ похибки:

$$\varepsilon_{\min} = \sigma_{\xi}^2 \sum_{i=1}^m \frac{1}{\lambda_i}. \quad (2.35)$$

Величина  $\varepsilon_{\min}$  являє собою апостеріорне СКЗ похибки, яка зведена до мінімуму за всіма можливими оцінкам  $z_i^*$  параметрів  $z_i$ . Після такої мінімізації величина  $\varepsilon_{\min}$  залежить від величини дисперсії завади або похибки вимірювання  $\sigma_{\xi}^2$ , від часу спостереження вихідного сигналу  $T$  (або від кількості його відліків  $s$ ) і від величини і форми вхідного сигналу  $u(t)$ .

Величина  $\sigma_{\xi}^2$  входить до співвідношення (2.35) для  $\varepsilon_{\min}$  і до виразу (2.26) для матриці  $\tilde{R}_y^{-1}$ . Час вимірювання  $T$  або кількість відліків  $s$  також входить до виразу для матриці  $\tilde{R}_y$ . Для безперервного спостереження вихідного сигналу впродовж часу  $T$  елементи матриці  $\tilde{R}_y$  представимо в такому вигляді:

$$\left(\tilde{R}_y\right)_{ij} = \int_0^T a_i(t) a_j(t) dt + \sigma_{\xi}^2 \xi_{ij}, \quad (2.36)$$

а для випадку  $s$  дискретних відліків –

$$\left(\tilde{R}_y\right)_{ij} = \sum_{k=1}^s a_i(t_k) a_j(t_k) + \sigma_{\xi}^2 \xi_{ij}. \quad (2.37)$$

Сигнал входить до величини  $a_i(t_k)$ , тому ці величини є функціоналами від вхідного сигналу:  $a_i(t) = a_i(t, \{u\})$ . Ці величини також визначають і власні значення матриці  $\tilde{R}_y^{-1}$ , а тим самим і величину  $\varepsilon_{\min}$ . У неявній формі

величина  $\varepsilon_{\min}$  залежить також від апіорних дисперсій і кореляцій початкових неортонормованих величин  $q'_j$ , оскільки при перетворенні величин  $q'_j$  до ортонормованих величин  $q_j$  коефіцієнти перетворення визначаються цими дисперсіями і кореляціями, а, з іншого боку, коефіцієнти перетворення входять і до формул, які розраховують величини  $a_i(t)$ .

При заданих дисперсії завади  $\sigma_{\xi}^2$  і часі спостереження  $T$  (кількості відліків  $s$ ) величина  $\varepsilon_{\min}$  допускає подальшу мінімізацію за всіма можливими вхідними сигналами  $u(t)$ . Задача оптимізації методики контролю за точністю полягає у знаходженні такого оптимального тестового сигналу  $u_{\text{опт}}(t)$ , який забезпечує мінімум похибки контролю, тобто знаходження  $\min_{\{u\}} \varepsilon(\{u\})$  у класі можливих вхідних сигналів  $u(t)$ :

$$\varepsilon_{\min}(\{u\}) = \min_{\{u\}} \varepsilon(\{u\}). \quad (2.38)$$

Оскільки, як видно з виразів (2.35) – (2.38), величина  $\varepsilon(\{u\})$  є монотонно спадною функцією часу спостереження  $T$  або кількості відліків  $s$ , то розв'язання поставленої задачі визначає також вхідний сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$ , який забезпечує мінімальний час контролю або кількість відліків  $s$ , при заданій точності контролю.

## **2.4 Розрахунок критерію інформативності про технічний стан радіонавігаційних комплексів**

У практиці контролю (вимірювання) параметрів широко використовуються інформаційні оцінки. Згідно з теорією інформації контроль призводить до зменшення міри невизначеності в значеннях параметрів системи порівняно з невизначеністю значень цих параметрів до

контролю [54]. Невизначеність значень параметрів характеризується ентропією, тому ентропія величини  $X$  дорівнює [124]:

$$H(X) = -\int \rho(X) \ln \rho(X) dX. \quad (2.39)$$

Під інформацією про величину  $X$ , яку надає результат контролю (вимірювання), будемо розуміти зменшення ентропії цієї величини за рахунок дослідження  $D$ , тобто різницю апіорного та апостеріорного значення ентропії:

$$I(X, D) = H(X) - H(X/D).$$

Дослідження  $D$  складається з вимірювання миттєвих значень вихідного сигналу, тобто в спостереженні вибірки  $\Delta y = \{\Delta y(t_1), \dots, \Delta y(t_s)\}$ . Тому інформація про значення величин  $\Delta z = \{\Delta z_1, \dots, \Delta z_m\}$ , яку надає контроль, дорівнює:

$$I(z, y) = H(\Delta z) - H(\Delta z / \Delta y). \quad (2.40)$$

З виразу (2.40) на підставі (2.39) отримаємо:

$$I(z, y) = -\int \rho(\Delta z) \ln \rho(\Delta z) d\Delta z + \int \rho(\Delta z / \Delta y) \ln \rho(\Delta z / \Delta y) d\Delta z.$$

Після виконання умови (2.8) для  $\rho(z)$  будемо мати:

$$H(\Delta z) = \int \rho(z) \left[ \frac{m}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \Delta z_i^2 \right] dz = \frac{m}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \langle \Delta z_i^2 \rangle.$$

Оскільки величини  $\Delta z_i$  вибираються так, що  $\langle \Delta z_i^2 \rangle = 1$ , то:

$$H(\Delta z) = \frac{1}{2} \ln(2\pi e)^m. \quad (2.41)$$

Аналогічно після розрахунку виразу (2.25), знайдемо:

$$\begin{aligned} H(z/y) &= -\int \rho(z/y) \left[ \frac{m}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln |\det H| + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^m H_{ij} v_i v_j \right] dv = \\ &= -\frac{1}{2} \ln(2\pi)^m |\det H| - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^m H_{ij}^{-1} \int v_i v_j \rho(z/y) dv. \end{aligned}$$

Оскільки  $\int v_i v_j \rho(z/y) dz = H_{ij}$ , то

$$H(z/y) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi)^m |\det H|. \quad (2.42)$$

Якщо підставити вираз для  $H(\Delta z)$  (2.41) і  $H(z/y)$  (2.42) в (2.40), то величина інформації  $I(z/y)$ , отримана в результаті контролю, розраховується

$$I(z/y) = -\frac{1}{2} \ln |\det H|. \quad (2.43)$$

Позначимо через  $\lambda_i^{-1}$ ,  $i = \overline{1, m}$ , власні значення матриці  $\tilde{R}_y^{-1}$  у підпросторі векторів  $z$ .

Як видно з виразів (2.34), власні значення матриці  $H$  дорівнюють  $\sigma_\xi^2 / \lambda_i$ . Перейдемо до системи координат, в якій матриця  $H$  діагональна. У такому запису матриця має вигляд:

$$H = \begin{pmatrix} \sigma_{\xi}^2/\lambda_1 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{\xi}^2/\lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \sigma_{\xi}^2/\lambda_m \end{pmatrix}.$$

При цьому для детермінанта матриці  $H$  отримаємо:

$$\det H = \sigma_{\xi}^{2m} (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)^{-1}.$$

Отже, величина інформації  $I(z/y)$  буде дорівнювати:

$$I(z, y) = \frac{1}{2} \ln(\lambda_1, \dots, \lambda_m) + m \ln \sigma_{\xi} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \ln \lambda_i + m \ln \sigma_{\xi}. \quad (2.44)$$

Оскільки власні значення матриці є інваріантами, тобто не залежать від вибору системи ортонормованих параметрів  $q_j$  і  $z_i$ , то інваріантом буде й величина інформації  $I(z/y)$ . Геометричний зміст величини  $I(z/y)$ : ця величина пропорційна логарифму об'єму еліпсоїду, який породжено матрицею  $H$  у підпросторі  $Z$ , тобто об'єму апостеріорної області невизначеності параметрів  $z_i$ .

Величина  $I(z/y)$  залежить від величини дисперсії завади  $\sigma_{\xi}^2$ , часу спостереження  $T$  (або кількості точок відліків  $s$ ) вихідного сигналу, величини і форми вхідного сигналу  $u(t)$ . Це виходить з того, що величина  $I(z/y)$  визначається елементами матриці  $\tilde{R}_y^{-1}$ , а вони, у свою чергу, згідно з (2.36) або (2.37) залежать від вказаних величин.

Оптимізація процедури (методики) контролю з інформаційної точки зору полягає, таким чином, у знаходженні вхідного сигналу  $u_{\text{опт}}(t)$ , який при заданому рівні завади  $\sigma_{\xi}^2$  і заданому часі спостереження  $T$  (або кількості відліків  $s$ ) відгуку забезпечував би максимальне значення величини  $I(z/y)$ .

Ця функція оптимізації  $u_{\text{опт}}(t)$  має задовольняти співвідношенню:

$$I(z, y; \{u_{\text{опт}}\}) = \max_{\{u\}} I(z, y; \{u\}).$$

Величина  $I(z/y)$  є монотонно зростаючою функцією часу спостереження  $T$  (кількості відліків  $s$ ). Тому розв'язання поставленої вище задачі для різних значень  $T$  одночасно дає також розв'язання задачі зі знаходження такого вхідного сигналу  $u(t)$ , який при заданій кількості інформації та дисперсії завади забезпечує максимальний час спостереження  $T$  або мінімальну кількість відліків вихідного сигналу  $s$  [52], [56].

## 2.5 Розрахунок критерію чутливості контролю радіонавігаційних комплексів

Під чутливістю методу контролю розуміємо ступінь реакції відгуку (вихідного сигналу) на зміну параметрів ОК (дивись підрозділ 1.4). Наприклад, за оцінку можна взяти максимальну величину непогодження за час спостереження вихідного сигналу  $T$  або середнє за час спостереження значення модулю непогодження [56] тощо. Величина непогодження, яка викликана виходом даного параметра  $q_j$ , пропорційна коефіцієнту чутливості за цим параметром  $a_j(t) = \partial y(t) / \partial q_j$ .

Геометрично величина  $a_j(t)$  являє собою складові градієнта функції  $y(t, q)$  у просторі змінних  $q$  (рис. 2.2):

$$\nabla y(t, q) = \{a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t)\}.$$

При контролі технічного стану РНК засобів водного транспорту визначають зазвичай не параметри  $q_j$ , а величини

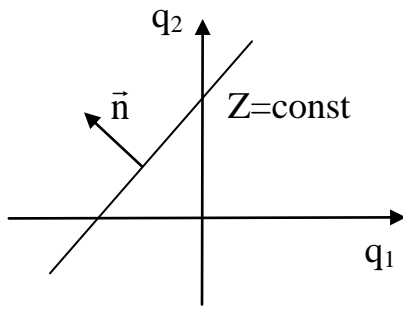


Рисунок 2.2 – Положення  
одичного вектора  
нормалі та гіперплощини

$\Delta z_i = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \Delta q_j$ , які утворюють лінійний

підпростір змінних  $q_j$ , розмірності  $m$ . Тому

від коефіцієнтів чутливості за параметрами  $q_j$

слід перейти до коефіцієнтів чутливості за

параметрами  $z_i$ . Ці коефіцієнти повинні

визначатися як похідні величини  $\Delta y(t)$  за

величинами  $z_i$  при умові, що інші величини

$z_j$  при  $j \neq i$  залишаються постійними. Оскільки підпростір  $Z$

ортонормований, то коефіцієнти чутливості  $b_i(t)$  за параметрами  $z_i$  є

похідними величини  $\Delta y(t)$  у напрямі нормалі до гіперплощини  $\Delta z_i = \text{const}$ ,

тобто до гіперплощини  $\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} q_j = \text{const}$ . Оскільки, за формулою (2.7)

величини  $\alpha_{ij}$  задовольняють умові  $\sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \alpha_{jk} = \delta_{ij}$ , то при кожному

фіксованому значенні коефіцієнта чутливості  $b_i(t)$  величини  $\alpha_{ij}$  являють

собою складові одичного вектора нормалі до гіперплощини  $\Delta z_i = \text{const}$

(рис. 2.2):

$$\bar{n}_i = \{\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{in}\}, \quad i = \overline{1, m}.$$

Похідна величини  $\Delta y$  в напрямі нормалі до гіперплощини  $\Delta z_i = \text{const}$ ,  
тобто  $b_i(t)$  буде, отже, дорівнювати множенню  $\nabla y$  і  $\bar{n}_i$ :

$$b_i(t) = \left. \frac{\partial y}{\partial z_i} \right|_{z_j = \text{const}} = (\bar{n}_i, \nabla y) = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}} a_j(t). \quad (2.45)$$

У матричній формі коефіцієнти чутливості за величинами множини  $z$   
запишемо так:

$$\mathbf{b}^T = \frac{1}{\alpha} \mathbf{a}^T. \quad (2.46)$$

За допомогою коефіцієнтів чутливості  $b_i(t)$  зміна величини вихідного сигналу  $\Delta y$  на підпросторі величин  $z$  може бути записана наступним чином:

$$\Delta y/z = \sum_{i=1}^m b_i(t) \Delta z_i = \Delta y_1(t).$$

Величина  $\Delta y/z$ , яка визначена таким чином, не чутлива до тих змін величин  $q_j$ , які не змінюють величини  $z_i$ .

За величину непогодження приймемо середньоквадратичну оцінку, тобто інтеграл від квадрата величини  $\Delta y/z$ , узятий за час  $[0, T]$ . Така оцінка не є єдинично можливою і її вибір обґрунтовано тільки наочністю та простотою отриманих співвідношень.

Усереднену за всіма значеннями  $\Delta z_i$  величину цієї оцінки будемо в подальшому називати чутливістю  $S$ . Таким чином,

$$S = \int_0^T \langle \Delta y_1^2(t) \rangle dt = \sum_{i,k} \langle \Delta z_i \Delta z_k \rangle \int_0^T b_i(t) b_k(t) dt. \quad (2.47)$$

Оскільки величини  $\Delta z_i$  ортонормовані, то  $\langle \Delta z_i \Delta z_k \rangle = \delta_{ik}$  і для величини  $S$  отримаємо:

$$S = \int_0^T \sum_{i=1}^m b_i^2(t) dt. \quad (2.48)$$

У випадку дискретної вибірки вихідного в моменти часу (точках дискретизації)  $t_k$  ( $k = \overline{1, s}$ ) будемо мати:

$$S = \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^m b_i^2(t_k). \quad (2.49)$$

У матричній формі співвідношення (2.48) і (2.49) приймають вигляд:

$$S = \text{Sp}(\mathbf{b}^T \mathbf{b}).$$

Після підстановки замість  $\mathbf{b}^T$  його значення з (2.46) і з врахуванням

$$\mathbf{b} = (\mathbf{b}^T)^T = \left( \frac{1}{\alpha} \mathbf{a}^T \right)^T = \mathbf{a} \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T \text{ знайдемо:}$$

$$S = \text{Sp} \left[ \frac{1}{\alpha} \mathbf{a}^T \mathbf{a} \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T \right]. \quad (2.50)$$

Після використання співвідношень (2.7) і (2.50) отримаємо:

$$S = \text{Sp} \left[ \frac{1}{\alpha} \tilde{\mathbf{R}}_y \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T \right] - \sigma_{\xi}^2 \text{Sp} \mathbf{E} = \text{Sp} \left[ \frac{1}{\alpha} \tilde{\mathbf{R}}_y \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T \right] - m \sigma_{\xi}^2.$$

Для спрощення подальших розрахунків за міру чутливості використаємо величину  $S'$ , яка дорівнює:

$$S' = \text{Sp} \left[ \frac{1}{\alpha} \tilde{\mathbf{R}}_y \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T \right]. \quad (2.51)$$

Оскільки при заданій заваді величина  $\sigma_{\xi}^2$  постійна, то оптимізація величини  $S'$  повністю еквівалентна оптимізації величини  $S$ .

Позначимо  $\tilde{\mathbf{R}}'_y = \frac{1}{\alpha} \tilde{\mathbf{R}}_y \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T$ . Як було показано вище, множення оператора, діючого в просторі векторів  $q$ , зліва на  $\frac{1}{\alpha}$ , а справа на  $\left( \frac{1}{\alpha} \right)^T$ , проектує цей оператор з простору  $q$  розмірності  $n$  в підпростір  $z$  розмірності  $m$ , отже  $\tilde{\mathbf{R}}'_y$  – це оператор, діючий у підпросторі  $z$ . Власні значення цього оператора позначимо через  $\lambda'_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Оскільки  $\text{Sp}$  оператора дорівнює сумі його власних значень, то з (2.51)

$$S' = \sum_{i=1}^m \lambda'_i. \quad (2.52)$$

Як видно з цієї формули, чутливість  $S$  або  $S'$  також є інваріантною оцінкою контролю, тобто не залежить від вибору змінних  $q_j$  і  $z_i$ .

Зміст розглянутої вище оцінки можна пояснити також іншим чином. Розіб'ємо увесь простір  $q$  на підпростір  $z$  розмірності  $m$  і ортогональний до нього підпростір  $z'$  розмірності  $n - m$ . Орти підпростору  $z'$  ортогональні всім ортам підпростору  $z$ . Сукупність ортів підпростору  $z$  і підпростору  $z'$  утворює повну ортонормовану систему, яку отримано деяким поворотом в просторі  $q$ . За допомогою цієї системи ортів запишемо величину вихідного сигналу:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^m b_i(t) \Delta z_i + \sum_{j=m+1}^n b'_j(t) \Delta z_j + \xi(t) = \Delta y_1(t) + \Delta y_2(t) + \xi(t). \quad (2.53)$$

Корисну інформацію про величини  $z_i$  несе тільки частина вихідного сигналу  $\Delta y_1(t)$ . Складова вихідного сигналу  $\Delta y_2(t)$  не залежить від величин  $z_i$ . Вона визначається тільки тими змінними  $z'_i$ , які не підлягають визначенню в результаті контролю. Ця складова при контролі заважає визначенню величин  $z_i$  і є, отже, завадою. Оскільки підпростори  $z$  і  $z'$

ортогональні друг до друга, то величини  $z_i$  і  $z'_i$  незалежні, що означає  $\langle z_i z'_i \rangle = 0$ . Звідси виходить, що складові відгуку  $\Delta y_1(t)$  і  $\Delta y_2(t)$  також незалежні (некорельовані). Дійсно, з формули (2.53) отримаємо:

$$\langle \Delta y_1(t) \Delta y_2(t) \rangle = \sum_{i,j} b_i(t) b'_j(t) \langle \Delta z_i \Delta z'_j \rangle = 0.$$

Відміна складової  $\Delta y_2(t)$  від завади  $\xi(t)$  полягає в тому, що величини  $\Delta y_2(t)$  у різні моменти часу  $t_1$  і  $t_2$  залежать одна від одної протягом усього інтервалу контролю  $[0, T]$ :

$$\langle \Delta y_2(t_1) \Delta y_2(t_2) \rangle = \sum_i b'_i(t_1) b'_i(t_2) \neq 0.$$

Величина чутливості  $S$  визначає чутливість тільки корисної частини сигналу  $\Delta y_1(t)$ , що виходить з виразу (2.47).

Задача оптимізації процедури (методики) контролю за чутливістю може бути сформульована наступним чином: при заданій тривалості контролю  $T$  або кількості відліків вихідного сигналу  $s$  знайти такий оптимальний тестовий сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$ , при якому величина чутливості  $S$  найбільша (максимальна):

$$S(\{u_{\text{опт}}\}) = \max_{\{u\}} S(\{u\}).$$

Як видно з виразів (2.48) і (2.49), чутливість  $S$  зі збільшенням тривалості контролю  $T$  або кількості відліків  $s$  монотонно зростає, то розв'язання поставленої задачі визначає також оптимальний тестовий сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$ , який при заданій чутливості забезпечує мінімальну тривалість контролю.

Причому величина  $S$  не залежить від дисперсії завади  $\sigma_{\xi}^2$ , а величина чутливості  $S'$  залежить від неї адитивно, отже, оптимальний тестовий сигнал не буде залежати від завади  $\sigma_{\xi}^2$ . Інакше сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$ , який забезпечує максимальну чутливість або мінімальний час контролю при деякому рівні завади, буде їх забезпечувати і при іншій заваді [70, 124].

У додатку В показано взаємозв'язок між запропонованими показниками оптимізації вхідних тестових сигналів. Доведено, що метод синтезу складного тестового сигналу, який оснований на максимальній чутливості, одночасно буде призводити до мінімальної похибки та максимальної кількості інформації про технічний стан РНК засобів водного транспорту, що контролюються.

Наведені в додатку В результати пояснюють зв'язок між методами синтезу складних тестових сигналів, основаними на різних оцінках.

Таким чином, розроблений метод обґрунтування критеріїв оптимальності тестових сигналів дозволяє запропонувати задачу синтезу вхідних сигналів: знайти такий вхідний складний тестовий сигнал  $u(t)$ , при якому за час контролю  $T$  функція апіорної щільності розподілу параметрів контролю  $\rho$  переходить з початкового стану  $\rho_1$  у той, при якому  $\rho \rightarrow \min$ , тобто в запропонований стан  $\rho_3$  (рис. 2.1):

$$\rho[u(t)] = F(\rho_1; \rho_3; u(t); t) \Big|_T \rightarrow \min_{\{u\}} \rho[u(t)]. \quad (2.54)$$

У наступному розділі запропоновано методи розв'язання поставленої задачі (2.54) для знаходження характеристик оптимальних вхідних тестових сигналів залежно від потрібних для проведення контролю критеріїв оптимальності.

## Висновки до розділу 2

1. Максимально повну інформацію про результати контролю містить умовна апостеріорна функція розподілу. Ця функція, з одного боку, дозволяє отримати максимально можливу при даному вихідному сигналі інформацію про технічний стан РНК засобів водного транспорту. З іншого боку, умовна апостеріорна функція розподілу дозволяє визначити кількісні оцінки завадозахищеності контролю. При нормальному законі розподілу завади всі кількісні оцінки контролю можуть бути отримані через елементи кореляційної матриці умовної апостеріорної функції розподілу.

2. Власні числа кореляційної матриці умовної апостеріорної функції розподілу повністю визначають геометричні розміри та форму апостеріорної області, в якій знаходяться параметри комплексу після контролю.

Різні кількісні оцінки (чутливість, точність і кількість інформації контролю) визначаються різними геометричними характеристиками апостеріорної області, зв'язаної з кореляційною матрицею.

3. Введено поняття «інваріантної оцінки». Величина інваріантної оцінки не змінюється при переході від початкової системи параметрів до іншої ортонормованої системи параметрів. Це дозволяє вважати інваріантні оцінки об'єктивними характеристиками методу контролю. Максимально повною характеристикою методу контролю є вся сукупність інваріантних оцінок. Точність, чутливість і кількість інформації є інваріантними оцінками.

4. Усі інваріантні оцінки є функціоналами, які залежать від вхідного сигналу. Оскільки вигляд цих функціоналів відомий, то кожна з цих оцінок дозволяє сформулювати задачу про визначення вхідного сигналу, який оптимізує контроль з погляду даної оцінки, наприклад, визначити вхідний сигнал, який забезпечує максимальну точність, або максимальну чутливість, або максимальну кількість інформації.

5. Оскільки вигляд функціоналів, які визначають показники оптимізації, різний, то вхідні сигнали, які є оптимальними за різними показниками, також є різними. Так, вхідний сигнал, який забезпечує

максимальну чутливість контролю, може не забезпечувати максимальну точність. Показано, що при значному рівні завади або незначній тривалості контролю, усі варіаційні характеристики еквівалентні та вхідний сигнал, який є оптимальним за одним з показників, одночасно є оптимальним й за іншими показниками. Наведене дозволяє при всіх випадках, за винятком особливого, використовувати для визначення оптимального вхідного сигналу будь-яку з інваріантних оцінок. Із них найпростіше використовувати показник чутливості контролю, оскільки, з одного боку, цей показник є квадратичним за вхідним сигналом функціоналом, а, з іншого боку, розрахований за допомогою цього показника вхідний сигнал не залежить від рівня завади.

Наукові результати даного розділу опубліковані в працях автора [47, 52, 54, 56, 60, 160].

### РОЗДІЛ 3

## МЕТОДИ СИНТЕЗУ ТЕСТОВИХ СИГНАЛІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

У розділі запропоновано використання методів варіаційного числення та динамічного програмування при синтезі вхідного тестового сигналу для автоматизованого контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

### 3.1 Застосування методу варіаційного числення до задачі синтезу тестового сигналу

Розв'язання запропонованої задачі оптимізації (2.54) характеристик складного тестового сигналу для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту полягає у визначенні екстремуму функціонала, розрахованому відповідно до одного з критеріїв оптимальності. Варіаційні методи дозволяють визначити екстремум функціонала, тобто розв'язати задачу (2.54).

Розглянемо випадок безперервного вимірювання вихідного сигналу (відгуку на синтезований вхідний сигнал) РНК засобів водного транспорту як ОК на інтервалі  $[0, T]$ . Випадок дискретних вимірювань може бути розглянуто аналогічно.

Синтез тестового сигналу для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту полягає у визначенні такого вхідного сигналу  $u(t)$ , при

якому функціонал чутливості  $S = \int \sum_{i=1}^m b_i^2(t, \{u\}) dt$  приймає максимальне

значення, де  $b_i(t, \{u\}) = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}} a_j(t, \{u\})$ ;  $a_j(t, \{u\}) = \left. \frac{\partial y(t, \{u\})}{\partial q_j} \right|_{q_j=q_{jn}}$ .

Розглянемо рівняння, яке описує динаміку РНК засобів водного транспорту як ОК:

$$\dot{X}_\alpha = f_\alpha(y(u, t), t, q_j); \alpha = \overline{1, g}; j = \overline{1, n}, \quad (3.1)$$

де  $y(u, t)$  – вихідний сигнал РНК засобів водного транспорту, який залежить від синтезованого вхідного сигналу  $u(t)$ ;

$g$  – порядок диференціального рівняння, яке описує зразок РНК засобів водного транспорту.

Якщо до початку контролю напруги та струми на всіх елементах системи дорівнюють нулю, то початкові умови контролю мають вигляд:

$$X_\alpha(0) = 0.$$

Розглянемо випадок, коли рівняння, яке описує динаміку ОК, розв'язані відносно похідних. Аналіз загального випадку проводиться аналогічно [56].

Рівняння (3.1) дозволяє отримати диференціальні рівняння для величин  $b_i(t, \{u\})$ . Для цього проведемо диференціювання виразу (3.1) за параметрами  $q_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ , помножимо отримані співвідношення на  $\frac{1}{\alpha_{ij}}$  і просумуємо за  $j$  з 1

до  $n$ :

$$\sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}} \cdot \frac{\partial \dot{X}_\alpha}{\partial q_j} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial q_j} + \sum_{j=1}^n \sum_{\beta=1}^g \frac{1}{\alpha_{ij}} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial X_\beta} \cdot \frac{\partial X_\beta}{\partial q_j}, \quad (3.2)$$

де  $\beta = \overline{1, g}$ .

Позначимо  $\zeta_{i\alpha} \equiv \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}} \cdot \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial q_j}$ . При цьому  $b_i \equiv \zeta_{ig}$ . Введемо позначення

$\chi_{i\alpha} \equiv \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}} \cdot \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial q_j}$ . Таким чином рівняння (3.2) набувають вигляду

$$\dot{\zeta}_{i\alpha} = \chi_{i\alpha} + \sum_{\beta=1}^g \zeta_{i\beta} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial X_{\beta}}, \quad \alpha = \overline{1, g}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (3.3)$$

Система рівнянь (3.3) сумісно з системою (3.1) повністю визначає величини  $b_i \equiv \zeta_{ig}$  при заданому входному сигналі  $u(t)$ . Кількість рівнянь (3.1) і (3.3) у загальному випадку дорівнює  $g + mg = g(m+1)$  ( $g$  – порядок зразка РНК засобів водного транспорту,  $m$  – кількість апостеріорних параметрів контролю). Рівняння (3.1) і (3.3) мають однакову структуру та після введення єдиного позначення  $\zeta_{\gamma}$  для змінних  $X_{\alpha}$  і  $\zeta_{i\alpha}$ :  $\zeta_{\gamma} = (X_{\alpha}, \zeta_{i\alpha})$  запишемо ці рівняння:

$$\dot{\zeta}_{\gamma} = \Phi_{\gamma}(\zeta_{\beta}, u, t) \quad (3.4)$$

де  $\beta, \gamma = \overline{1, r}$ ;  $r = g(m+1)$ .

При цьому початкові умови мають такий вигляд:

$$\zeta_{\gamma}(0) = 0. \quad (3.5)$$

Відповідно до методу варіаційного числення [65, 133] для визначення екстремумів  $u(t)$  необхідно дорівняти нулю першу варіацію функціонала  $\Phi$ , тоді отримаємо:

$$\Phi = \int_0^T \left\{ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m b_i^2(t) dt + \sum_{\gamma=1}^r \mu_\gamma(t) [\dot{\zeta}_\gamma - \varphi_\gamma(\zeta_\beta, u, t)] \right\} dt.$$

Варіації функцій  $b_i(t)$  і  $\zeta_\gamma(t)$  вважаємо незалежними. Для варіації  $\delta\Phi$  отримаємо наступне співвідношення:

$$\delta\Phi = \int_0^T \left\{ \sum_{i=1}^m b_i(t) \delta b_i + \sum_{\gamma=1}^r \mu_\gamma(t) \left[ \delta \dot{\zeta}_\gamma - \frac{\partial \varphi_\gamma}{\partial u} \delta u - \sum_{\beta=1}^r \frac{\partial \varphi_\gamma}{\partial \zeta_\beta} \delta \zeta_\beta \right] \right\} dt.$$

Член, який містить  $\delta \dot{\zeta}_\gamma$ , необхідно проінтегрувати частинами:

$$\int_0^T \sum_{\gamma=1}^r \mu_\gamma \delta \dot{\zeta}_\gamma dt = \sum_{\gamma=1}^r \mu_\gamma(T) \delta \zeta_\gamma(T) - \sum_{\gamma=1}^r \mu_\gamma(0) \delta \zeta_\gamma(0) - \int_0^T \sum_{\gamma=1}^r \dot{\mu}_\gamma \delta \zeta_\gamma dt.$$

Зауважимо, що в силу початкових умов (3.5)  $\dot{\zeta}_\gamma(0) = 0$ . Врахуємо також, що величини  $b_i(t)$  співпадають з  $m$  останніми величинами  $\zeta_\gamma$ . Після внесення змін у позначення індексів останнього члена для варіації  $\delta\Phi$  отримаємо:

$$\delta\Phi = \sum_{\gamma=r-m+1}^r \zeta_\gamma \int \delta \zeta_\gamma + \sum_{\gamma=1}^r \mu_\gamma(T) \delta \zeta_\gamma(T) - \sum_{\gamma=1}^r \mu_\gamma(t) \frac{\partial \varphi_\gamma}{\partial u} \delta u - \sum_{\gamma=1}^r \int \left\{ \dot{\mu}_\gamma + \sum_{\beta=1}^r \frac{\partial \varphi_\beta}{\partial \zeta_\gamma} \mu_\beta \right\} \delta \zeta_\gamma dt.$$

Оскільки варіації величин  $\delta \zeta_\gamma$  і  $\delta u$  слід вважати незалежними, то прирівнювання варіації  $\delta\Phi$  нулю надає наступні рівняння для величин  $\mu(t)$ :

$$\dot{\mu}_\gamma + \sum_{\beta=1}^r \frac{\partial \varphi_\beta}{\partial \zeta_\gamma} \mu_\beta = 0; \quad \gamma = \overline{1, r-m}; \quad (3.6)$$

$$\dot{\mu}_\gamma + \sum_{\beta=1}^r \frac{\partial \varphi_\beta}{\partial \zeta_\gamma} \mu_\beta - \zeta_\gamma = 0; \quad \gamma = \overline{r-m+1, r}; \quad (3.7)$$

$$\sum_{\gamma=1}^r \mu_\gamma \frac{\partial \varphi_\gamma}{\partial u} = 0; \quad (3.8)$$

$$\mu_\gamma(T) = 0. \quad (3.9)$$

Співвідношення (3.4) – (3.9) складають повну систему рівнянь для визначення екстремумів  $u(t)$ . Однак може бути випадок, коли система рівнянь не має розв'язків всередині області, яка визначена обмеженнями. У цьому випадку всередині області  $\delta\Phi \neq 0$ . Тоді максимальне значення функціонала досягається на границі області. При декількох інтегральних обмеженнях границя області є кусково-безперервною багатостатністю, яка визначається умовами інтегрального обмеження [55, 56]:

$$\int_0^T u^2 dt = E_c; \quad \int_0^T \zeta_j^2 dt = E_{c_j}. \quad (3.10)$$

Максимальне значення функціонал  $\Phi$  досягає або на одній з неперервних ділянок границі, або на перетині таких ділянок. Якщо, наприклад, максимальне значення досягається на границі, то для визначення «точки» границі (значення вхідного сигналу  $u(t)$ ), в якій досягається це максимальне значення, необхідно знайти першу варіацію функціонала

$\Psi = \Phi + \lambda \frac{1}{2} \int_0^T u^2 dt$  і прирівняти її нулю. Рівняння (3.6), (3.7), (3.9) за таких

умов не змінюються. Замість (3.8) запишемо:

$$\sum_{\gamma=1}^r \mu_{\gamma} \frac{\partial \Phi_{\gamma}}{\partial u} + \lambda u = 0,$$

де  $\lambda$  – власні числа.

Дослідження поведінки функціонала на границі області необхідно проводити й тоді, коли система рівнянь (3.4) – (3.9) має розв’язок, тому що максимальне значення функціонала всередині області може бути меншим максимального його значення на границі області.

Запропонована процедура розв’язання задачі визначення вхідного тестового сигналу  $u(t)$  може бути виконана із застосуванням ПК. Для функції  $\zeta_{\gamma}(t)$  задана початкова умова  $\zeta_{\gamma}(t)=0$ , а для функції  $\mu(t)$  – кінцева умова  $\mu_{\gamma}(t)=0$ . Ця обставина в багатьох випадках може призвести до того, що розв’язок відповідної системи рівнянь не буде єдиним. Тоді необхідно зі всіх розв’язків вибрати той, який відповідає максимуму.

Коли вихідний сигнал РНК засобів водного транспорту  $y(t)$  може бути встановлений через вхідний сигнал  $u(t)$ , визначення вхідного сигналу спрощується. Нехай вихідний сигнал РНК засобів водного транспорту зв’язаний з вхідним оператором Урисона:  $y(t) = \int_0^T h[t, \tau, u(\tau), q_j] d\tau$  [65, 135].

Для величин  $b_i(t, \{u\})$  тоді отримаємо:

$$b_i(t, \{u\}) = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}} \cdot \frac{\partial y}{\partial q_j} = \int_0^T h_i[t, \tau, u(\tau)] d\tau,$$

$$\text{де } h_i[t, \tau, u(\tau)] = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}} \cdot \left\{ \frac{\partial h[t, \tau, u(\tau), q_j]}{\partial q_j} \right\}_{q_j=q_{jн}}.$$

Величина чутливості  $S$  набуває вигляду:

$$S = \int_0^T \int_0^T k[\tau, \tau', u(\tau), u(\tau')] d\tau d\tau',$$

$$\text{де } k[\tau, \tau', u(\tau), u(\tau')] = \int_0^T \sum_{i=1}^m \frac{\partial h_i[t, \tau, u(\tau)] \partial h_i[t, \tau', u(\tau')]}{\partial q_i} dt. \quad (3.11)$$

Як видно з виразу (3.11), ядро (оператор)  $k[\tau, \tau', u(\tau), u(\tau')]$  симетричний відносно перестановки аргументів  $\tau$  і  $\tau'$ :  $k[\tau, \tau', u(\tau), u(\tau')] = k[\tau', \tau, u(\tau'), u(\tau)]$ . Використовуючи це, для варіації  $\delta S$  отримаємо наступне співвідношення [56, 52, 157]:

$$\delta S = 2 \int_0^T \int_0^T \frac{\partial k[\tau, \tau', u(\tau), u(\tau')]}{\partial u(\tau')} \delta u(\tau) d\tau d\tau'.$$

Прирівняємо варіацію  $\delta S$  нулю, отримаємо нелінійне інтегральне рівняння для визначення  $u(\tau)$ :

$$\int_0^T \frac{\partial k[\tau, \tau', u(\tau), u(\tau')]}{\partial u(\tau')} d\tau' = 0.$$

Отримане рівняння (коли воно має розв'язок) визначає всередині області зміни параметрів контролю вхідного сигналу  $u(\tau)$ , для якого величина  $S$  має максимум. Для визначення максимуму величини  $S$  на границі області використаємо метод множників Лагранжа [56, 157]. Для цього

прирівняємо нулю варіацію величини  $\Psi : \Psi = S - \lambda \int_0^T u^2 dt$ . Це дає наступне

інтегральне рівняння:

$$\int_0^T \frac{\partial k[\tau, \tau', u(\tau), u(\tau')]}{\partial u(\tau')} d\tau' = \lambda u(\tau). \quad (3.12)$$

Розв'язання інтегральних рівнянь (3.12) при використанні ПК є більш простим, ніж розв'язання систем диференціальних рівнянь (3.4) – (3.9).

У загальному випадку, коли вихідний сигнал  $y(t)$  РНК засобів водного транспорту зв'язаний з тестовим сигналом  $u(t)$  оператором Ліхтенштейна-Ляпунова [65]

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^T \dots \int_0^T h_i[t, \tau_1, \dots, \tau_i] u(\tau_1) u(\tau_2) \dots u(\tau_i) d\tau_1 \dots d\tau_i,$$

також можуть бути отримані інтегральні рівняння, які визначають оптимальний вхідний сигнал  $u(t)$ . Якщо в цьому виразі суттєвими є достатньо далекі члени ряду, то розв'язання таких інтегральних рівнянь навряд буде простішим за розв'язання відповідних диференціальних рівнянь.

Розглянемо випадок, коли в допустимій області сигналів нелінійність ОК починає проявлятися при виході сигналів за границі робочого діапазону, особливо при великих сигналах (робота РНК засобів водного транспорту в номінальному та близькому до номінального режимах). Інформація, отримана під час контролю комплексів поза границями робочого діапазону, в значній мірі забезпечується при її екстраполяції всередину робочого діапазону. З цього погляду комплекси, які при номінальному режимі є лінійними, обмежують допустимі тестові сигнали областю, всередині якої характеристики комплексів прагнуть до лінійних [66, 88].

З іншого боку, якщо задача синтезу вхідного тестового сигналу для нелінійних ОК аналітично може бути доведена до складання рівнянь (3.4) – (3.9) або (3.12) і подальшого розв’язання зазначених рівнянь за допомогою ПК, то для лінійних ОК можна встановити форму сигналу  $u(t)$  і отримати розв’язання в аналітичному вигляді.

У лінійних ОК вихідний сигнал  $y(t)$  зв’язаний з вхідним сигналом лінійним інтегральним співвідношенням при  $t = T$

$$y(t) = \int_0^T h[t, \tau, q_j] u(\tau) d\tau.$$

З отриманого виразу для величин  $b_i(t)$  маємо:

$$b_i(t) = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}} \cdot \frac{\partial y}{\partial q_j} = \int_0^T w_i(t, \tau) u(\tau) d\tau, \quad (3.13)$$

$$\text{де } w_i(t, \tau) = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}} \cdot \left( \frac{\partial h_i(t, \tau, q_j)}{\partial q_j} \right)_{q_j=q_{jn}}. \quad (3.14)$$

Отриманий вираз (3.13) підставимо в (2.48) для чутливості  $S$ , знайдемо:

$$S = \int_0^T \int_0^T k(\tau, \tau') u(\tau) u(\tau') d\tau d\tau', \quad (3.15)$$

де ядро (оператор)  $k(\tau, \tau')$ .

Ядро (оператор)  $k(\tau, \tau')$  є симетричним,  $k(\tau, \tau') = k(\tau', \tau)$ , і позитивним,  $k(\tau, \tau') > 0$ .

Розглянемо варіацію функціонала  $S$ . Скориставшись симетричністю ядра (оператора)  $k(\tau, \tau')$ , отримаємо:

$$\delta S = 2 \int_0^T k(\tau, \tau') u(\tau') d\tau'. \quad (3.16)$$

Умова існування екстремуму всередині області з виразу (3.16) має вигляд:  $\delta S = 0$ , і приводить до наступного інтегрального рівняння для функції  $u(t)$ :

$$\int_0^T k(\tau, \tau') u(\tau') d\tau' = 0. \quad (3.17)$$

Покажемо, що це рівняння не має розв'язку, за винятком того, який тотожно дорівнює нулю:  $u(t) = 0$ . З цією метою розглянемо рівняння для визначення власних значень і власних функцій  $\varphi(\tau)$  ядра (оператора)  $k(\tau, \tau')$

$$\int_0^T k(\tau, \tau') \varphi(\tau') d\tau' = \lambda \varphi(\tau). \quad (3.18)$$

Можливі значення  $\lambda$  утворюють спектр ядра (оператора)  $k(\tau, \tau')$ , де видно, що він не має значення  $\lambda = 0$ . Дійсно, помножимо обидві частини рівняння на функцію  $\varphi(\tau)$  і після інтегрування в границях  $[0, T]$  отримаємо:

$$S(\{\varphi(\tau)\}) \equiv \int_0^T k(\tau, \tau') \varphi(\tau) \varphi(\tau') d\tau d\tau' = \lambda \int_0^T \varphi^2(\tau') d\tau'. \quad (3.19)$$

Як видно з виразу (2.48), функціонал  $S$  суттєво позитивний при будь-яких функціях, які тотожно не дорівнюють нулю, тобто  $S(\{\varphi(\tau)\}) > 0$ .

Оскільки  $\int_0^T \varphi^2(\tau) d\tau > 0$ , то, як показує співвідношення (3.19), всі власні

значення  $\lambda > 0$ . Тим самим доведено, що рівняння (3.17) не має ненульових рішень, і отже, функціонал  $S$  досягає максимальних значень тільки на границі області.

Покажемо це геометрично. Для цього зазначимо, що рівняння

$$S = \int_0^T \int_0^T k(\tau, \tau') u(\tau) u(\tau') d\tau d\tau' = \text{const}$$

описують у функціональному просторі сім'ю концентричних гіпереліпсоїдів, причому значення величини  $S$  на цих еліпсоїдах монотонно зростає з переходом до більш віддалених точок від центра еліпсоїда.

Максимум величини  $S$  досягається на тому еліпсоїді, який містить максимум чутливості  $S$  і має хоча б одну загальну точку з границею.

Рисунок 3.1 пояснює вищезазначене на прикладі двох вимірювань, де показана множина еліпсоїдів  $S = \text{const}$ , область допустимих значень  $(u_1, u_2)$

заштрихована. Максимальне значення  $S = \sum_{i,j=1}^n k_{ij} u_i u_j$  досягається в точці  $P$  на границі області.

Для визначення точки на границі області інтегрального обмеження, в якій функціонал  $S$  має екстремум, складемо функціонал  $\Psi = S - \lambda \int_0^T u^2 dt$  і прирівняємо нулю варіацію цього функціонала. При цьому для визначення вхідного сигналу  $u(t)$  отримаємо інтегральне рівняння:

$$\int_0^T k(\tau, \tau') u(\tau') d\tau' = \lambda u(\tau). \quad (3.20)$$

Аналогічно отримаємо рівняння для визначення екстремальної точки [56, 158]:

$$\int_0^T k(\tau, \tau') u(\tau) d\tau = \lambda \int_0^T k_i(\tau, \tau') u(\tau) d\tau. \quad (3.21)$$

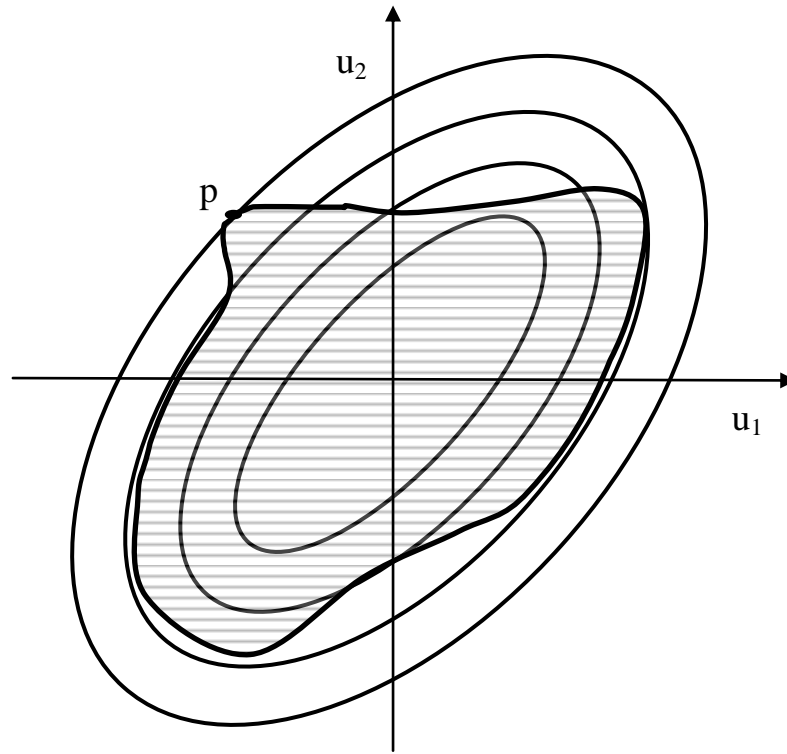


Рисунок 3.1 – Геометричне визначення максимуму чутливості

Отримане рівняння можна привести до вигляду (3.20). При цьому вхідний сигнал  $u(\tau)$  може бути виражений через  $x_i(t)$ :  $u(t) = \int_0^T h_i^{-1}(t, \tau) x_i(\tau) d\tau$ , де  $h_i^{-1}(t, \tau)$  – імпульсна функція від  $x_i(t)$  до входу  $u(t)$ . Якщо тепер це значення сигналу  $u(t)$  підставити у (3.15) для величини  $S$ , то будемо мати:

$$S = \int_0^T \int_0^T \tilde{k}(\tau, \tau') x_i(\tau) x_i(\tau') d\tau d\tau'.$$

Нове ядро (оператор)  $\tilde{k}(\tau, \tau')$

$$\tilde{k}(\tau, \tau') = \int_0^T \sum_{j=1}^n \tilde{w}_j(t, \tau) \tilde{w}_j(t, \tau') dt.$$

Величини  $\tilde{w}_j(t, \tau)$  є функціями від величин  $x_i$  до величин  $b_i$ , які визначаються співвідношенням (3.13):

$$\tilde{w}_j(t, \tau) = \int_0^T w_j(t, \tau') h_j^{-1}(t, \tau') d\tau'.$$

Після цих перетворень рівняння (3.21) набуває вигляду:

$$\int_0^T \tilde{k}(\tau, \tau') x_i(\tau') d\tau' = \lambda x_i(\tau). \quad (3.22)$$

За формою отримане рівняння співпадає з рівнянням (3.20) заміною ядра (оператора)  $k(\tau, \tau')$  на  $\tilde{k}(\tau, \tau')$ . Розв'язання цього рівняння, тобто визначення функції  $x_i(t)$ , дозволяє отримати вхідний сигнал:

$$u(t) = \int_0^T h_i^{-1}(t, \tau) x_i(\tau) d\tau.$$

Таким чином, визначення сигналу  $u(t)$  полягає у

розв'язанні рівняння (3.20). Це рівняння має множину розв'язків (якщо ядро (оператор)  $k(\tau, \tau')$  не є виродженим, то розв'язків буде нескінченна множина). Позначимо ці розв'язки – власні функції ядра (оператора)  $k(\tau, \tau')$  через  $\varphi_k(\tau)$ , а відповідні значення  $\lambda$  через  $\lambda_k$ . Рівняння (3.20) показує, що оптимальний вхідний сигнал співпадає з одною з власних функцій  $\varphi_k(\tau)$ . З цієї низки розв'язків потрібно вибрати той, для якого значення функціонала  $S$  максимальне. З цією метою введемо в рівняння (3.20)  $u(t) = \varphi_k(\tau)$ , помножимо обидві частини цього рівняння на  $\varphi_k(\tau)$  і проінтегруємо за  $\tau$  в границях  $[0, T]$ . Тоді отримаємо:

$$S(\{\varphi_k\}) = \int_0^T \int_0^T k(\tau, \tau') \varphi_k(\tau) \varphi_k(\tau') d\tau d\tau' = \lambda_k \int_0^T \varphi_k^2(\tau) d\tau.$$

На границі області інтегрального обмеження  $\int_0^T \varphi_k^2(\tau) d\tau = E_c = \text{const}$ , тому  $S(\{\varphi_k\}) = \lambda_k E_c$ . Нехай максимальне власне значення рівняння (3.20) дорівнює  $\lambda_0$ . Вираз (3.18) показує, що максимум з усіх екстремумів досягається на власній функції  $\varphi_0(\tau)$ , яка відповідає максимальному власному значенню  $\lambda_0$ . Тобто, оптимальним тестовим сигналом є

$$u_{\text{опт}}(\tau) = \varphi_0(\tau) \cdot \text{const},$$

де  $\varphi_0(\tau)$  є розв'язок (3.20), що забезпечує максимальне значення  $\lambda_0$ .

Водночас максимальне значення величини  $S$  буде дорівнювати:

$$S_{\text{max}} = \lambda_0 E_c. \quad (3.23)$$

У випадку обмежень оптимальний тестовий сигнал визначається співвідношенням:

$$u_{\text{опт}}(t) = \int_0^T h_i^{-1}(t, \tau) \varphi_0(\tau) d\tau,$$

при цьому  $\varphi_0(\tau)$  є розв'язком рівняння (3.22), який відповідає максимальному власному значенню  $\lambda_0$  цього рівняння, а максимальне значення  $S$  дорівнює:

$$S_{\text{max}} = \lambda_0 E_{ci}.$$

Можливий також випадок, коли область допустимих значень тестового сигналу визначається декількома обмеженнями на генератор сигналів і на вхідний блок РНК засобів водного транспорту. Тоді границя допустимої області буде складатися з декількох кусково-безперервних ділянок, які визначаються рівняннями [56, 59]:

$$\int_0^T u^2(t) dt = E_c; \quad \int_0^T \int_0^T k_i(\tau, \tau') u(\tau) u(\tau') d\tau d\tau' = E_{c_i}. \quad (3.24)$$

Екстремальна точка може знаходитись або всередині однієї з безперервних ділянок, або на перетині цих ділянок. У першому випадку оптимальний сигнал визначається розв'язанням рівняння (3.20) або (3.22). У другому випадку, якщо екстремальна точка знаходиться на перетині  $(n+1)$  ділянки, то для її визначення потрібно дорівняти нулю варіацію функціонала

$$\Psi, \text{ який має вигляд: } \Psi = S - \lambda \int_0^T u^2(\tau) d\tau - \sum_{i=1}^n \int_0^T \int_0^T k_i(\tau, \tau') u(\tau) u(\tau') d\tau d\tau'. \text{ Це надає}$$

наступне інтегральне рівняння для визначення функції  $u(t)$ :

$$\int_0^T \left\{ k(\tau, \tau') - \sum_{i=1}^n k_i(\tau, \tau') \mu_i \right\} u(\tau') d\tau' = \lambda u(\tau). \quad (3.25)$$

Вирази (3.24) надають ще  $(n+1)$  умов для нормування сигналу та коефіцієнтів  $\lambda$  і  $\mu_i$ . Помножимо обидві частини рівняння (3.25) на  $u(t)$  і після

інтегрування за  $t$  у границях  $[0, T]$  з при (3.24), отримаємо  $S = \lambda E_c + \sum_{i=1}^n \mu_i E_{c_i}$ .

З усіх допустимих значень коефіцієнтів  $\lambda$  і  $\mu_i$  повинні бути вибрані ті, при яких величина  $S$  має максимальне значення.

Розглянемо можливі методи розв'язання отриманих рівнянь.

### 3.2 Метод розв'язання задачі синтезу тестового сигналу для контролю радіонавігаційних комплексів

Найпростіший метод наближеного розв'язання рівняння (3.20) полягає в заміні інтегралу сумою, тобто  $\int_0^T k(\tau, \tau')u(\tau)d\tau \equiv \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^s k_{ij}u_j$ , де  $k(\tau, \tau') = k_{ij}\Delta t$ ;  $u(\tau) = u_j$ ;  $s$  – кількість інтервалів  $\Delta t$  з  $[0, T]$ . Величини  $u_j$  є значенням функції  $u(t)$  у деякій середній точці інтервалу  $\Delta t_i$ , а коефіцієнти  $k_{ij}$  – помножені на  $\Delta t$  значення ядра (оператора)  $k(\tau, \tau')$  у деяких точках інтервалів  $\Delta t_i$  і  $\Delta t_j$ . Для визначення величин  $u_i$  і власних чисел  $\lambda$  складемо систему лінійних алгебраїчних рівнянь [56, 65, 134]:

$$\sum_{j=1}^n k_{ij}u_j - \lambda_i u_i = 0, \quad i = \overline{1, s}. \quad (3.26)$$

Рівність нулю детермінанта цієї системи  $\Delta = \det |k_{ij} - \lambda_i \xi_{ij}|$  визначає власні значення  $\lambda_i$  – корені рівняння  $\Delta(\lambda) = 0$ . Після цього визначаємо власні розв'язки системи (3.26)  $u_i$ . Такий метод може надати гарний результат тільки для тих власних функцій, які змінюються незначним чином всередині інтервалу  $\Delta t$ . Для підвищення точності необхідно брати інтервал  $\Delta t$  досить малим, тому кількість точок ділення  $s = T/\Delta t$ , яке дорівнює порядку детермінанта, може бути дуже великою, а самі розрахунки – громіздкими. Крім того, при застосуванні цього методу складно оцінити точність наближення.

Запропонований метод розв'язання буде точним, якщо ядро (оператор)

$k(\tau, \tau')$  вироджене, тобто  $k(\tau, \tau') = \sum_{j=1}^n a_j(\tau)a_j(\tau')$ . Після підстановки у (3.20)

$u(\tau) = \sum_{j=1}^n x_j a_j(\tau)$  отримаємо для  $x_j$  систему лінійних рівнянь:

$$\sum_{j=1}^n k_{ij} x_j = \lambda_i x_i, \quad i = \overline{1, s}, \quad (3.27)$$

де  $k_{ij} = \int_0^T a_i(\tau)a_j(\tau)d\tau$ .

Дещо інша модифікація методу буде, якщо шукати розв'язок рівняння (3.20) у вигляді розкладу за набором ортогональних функцій  $\varphi_i$  і обмежити в

цьому розкладі кінцеву кількість членів:  $u(\tau) = \sum_{i=1}^s x_i \varphi_i(\tau)$ . Тоді для

коефіцієнтів  $x_i$  отримаємо рівняння (3.27), де  $k_{ij} = \int_0^T \int_0^T k(\tau, \tau') \varphi_i(\tau) \varphi_j(\tau') d\tau d\tau'$ .

Для визначення власних функцій і власних значень рівняння (3.20) застосовується метод ітерацій [65], [134]. Для цього задається довільна

нормувальна функція  $u_0(t)$  ( $\int_0^T u_0^2(t) dt = 1$ ) і використовується вираз:

$$u_{k+1}(\tau) = \lambda_{k+1} \int_0^T k(\tau, \tau') u_k(\tau') d\tau', \quad \int_0^T u_k^2 dt = 1. \quad (3.28)$$

Цей метод також потребує багатьох розрахунків. Множина розв'язків рівняння (3.20) ускладнює вибір початкової функції  $u_0(t)$  для забезпечення збіжності ітераційної процедури (3.28) і даної власної функції.

Запропонований метод розв'язання рівняння (3.20) може застосовуватися для систем, описаних лінійними рівняннями з постійними

коефіцієнтами. Для вказаних систем вигляд розв'язку рівняння (3.20) може бути знайдений заздалегідь. Далі задача полягає в обчисленні деяких параметрів, які визначають розв'язок. Ця задача значно простіша за задачі визначення функції та полягає у розв'язанні деякого алгебраїчного рівняння.

Для лінійних систем з постійними коефіцієнтами імпульсні функції  $h_j(t, \tau)$  залежать тільки від різниці аргументів:

$$h_j(t, \tau) = \begin{cases} h_j(t - \tau) & \text{при } t > \tau; \\ 0 & \text{при } t \leq \tau. \end{cases} \quad (3.29)$$

Функції  $h_j(t - \tau)$  задовольняють деякому диференціальному рівнянню, яке описує систему контролю. Якщо позначити через  $L\left(\frac{d}{dt}\right)$  лінійний за операторами диференціювання  $\frac{d}{dt}, \frac{d^2}{dt^2}, \dots$  оператор, то ці диференціальні рівняння запишемо наступним чином:

$$L_1^j\left(\frac{d}{dt}\right)h_j(t) = L_2^j\left(\frac{d}{dt}\right)\delta(t), \quad j = \overline{1, n}, \quad (3.30)$$

де  $L_1, L_2$  – оператори, які характеризують вхідний і вихідний сигнали відповідно;

$\delta(t)$  – дельта-функція Дірака [134].

Рівняння (3.30) може бути отримано так. Як відомо, для лінійних систем зображення Лапласа [65] імпульсної функції  $h_j(t)$  є міроморфною функцією:

$$h_j(t) \div h_j(p) = \frac{L_2^j(p)}{L_1^j(p)}. \quad (3.31)$$

Помножимо обидві частини рівняння (3.31) на  $L_1(p)$  і перейдемо від зображень до оригіналів, так отримаємо рівняння (3.30).

Визначення оптимального вхідного тестового сигналу  $u_{\text{опт}}(t)$  полягає у розв'язанні рівняння (3.20), де ядро (оператор)  $k(\tau, \tau')$ , згідно з (3.29), дорівнює [56], [158]:

$$k(\tau, \tau') = \int_0^T \sum_{j=1}^n w_j(t-\tau) w_j(t-\tau') dt. \quad (3.32)$$

Доведемо спочатку, що усі розв'язки рівняння (3.20) мають вигляд:

$$u(t) = \sum_{k=1}^g B_k e^{p_k t}, \quad (3.33)$$

де  $B_k$  – коефіцієнти;

$g$  – порядок диференціального рівняння, яке описує зразок РНК засобів водного транспорту, а величини  $p_k$  є коренями рівняння

$$\sum_{j=1}^n w_j(p) w_j(-p) = \lambda. \quad (3.34)$$

Для доведення цього твердження застосуємо до частин рівняння (3.20) оператор  $\prod_j L_1^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right)$ . Обчислимо результат дії цього оператора на ліву частину рівняння (3.20):

$$\prod_j L_1^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right) \int_0^T k(\tau, \tau') u(\tau') d\tau' = \int_0^T \prod_j L_1^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right) k(\tau, \tau') u(\tau') d\tau'. \quad (3.35)$$

Зі співвідношень (3.32) і (3.30) отримаємо:

$$\begin{aligned} \prod_j L_1^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right) \int_0^T k(\tau, \tau') &= \int_0^T \sum_j w_j(t - \tau') \prod_j L_1^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right) w_j(t - \tau) dt = \\ &= \int_0^T \sum_j w_j(t - \tau') \prod_j L_1^j \left( \frac{d}{d\tau} \right) L_2^j \left( \frac{d}{d\tau} \right) \delta(t - \tau) dt. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Для обчислення використовувалось те, що  $-\frac{d}{d\tau} \delta(t - \tau) = \frac{d}{dt} \delta(t - \tau)$ .

Наявність під знаком інтегралу дельта-функції дозволяє виконати інтегрування. Оператори  $L_1^j \left( \frac{d}{d\tau} \right)$  і  $L_2^j \left( \frac{d}{d\tau} \right)$  є лінійною комбінацією операторів диференціювання різних порядків. Для оператора диференціювання порядку  $\ell$  та довільної функції  $f(t)$  інтегруванням за частинами при  $0 < \tau < T$  можна отримати такий вираз:

$$\int_0^T f(t) \left( \frac{d}{dt} \right)^\ell \delta(t - \tau) dt = (-1)^\ell \left( \frac{d}{d\tau} \right)^\ell f(\tau). \quad (3.37)$$

Використання отриманого виразу дозволяє записати (3.36) у вигляді:

$$\prod_j L_1^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right) k(\tau, \tau') = \sum_j \prod_j L_1^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right) L_2^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right) w_j(\tau - \tau'). \quad (3.38)$$

Після підстановки (3.38) в (3.35) рівняння (3.20) перетворюється в таке:

$$\sum_j \prod_j L_1^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right) L_2^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right) \int_0^T w_j(\tau - \tau') u(\tau') d\tau' = \lambda \prod_j L_1^j \left( -\frac{d}{d\tau} \right) u(\tau).$$

Застосуємо до отриманого рівняння оператор  $\prod_j L_1^j\left(\frac{d}{d\tau}\right)$  та використаємо співвідношення (3.30) і (3.37):

$$\sum_j \prod_j L_1^j\left(-\frac{d}{d\tau}\right) L_1^j\left(\frac{d}{d\tau}\right) L_2^j\left(-\frac{d}{d\tau}\right) L_2^j\left(\frac{d}{d\tau}\right) u(\tau) = \lambda \prod_j L_1^j\left(-\frac{d}{d\tau}\right) L_1^j\left(\frac{d}{d\tau}\right) u(\tau). \quad (3.39)$$

Отримане рівняння є лінійним однорідним рівнянням для функції  $u(t)$ . Зі способу отримання цього рівняння виходить, що всі розв'язки вихідного рівняння (3.20) є одночасно й розв'язками рівняння (3.39) (зворотне твердження не є вірним). Будь-який розв'язок рівняння (3.39) є лінійною комбінацією експонент  $e^{pt}$ . При цьому показники експонент є коренями характеристичного рівняння. Для отримання характеристичного рівняння потрібно в (3.39) замінити оператор диференціювання на  $p$ :

$$\sum_j \prod_j L_1^j(-p) L_1^j(p) L_2^j(-p) L_2^j(p) = \lambda \prod_j L_1^j(-p) L_1^j(p). \quad (3.40)$$

Поділивши обидві частини рівняння (3.40) на  $\prod_j L_1^j(-p) L_1^j(p)$  і скориставшись (3.31), отримаємо остаточне рівняння (3.34) для  $p$ .

Рівняння (3.34) визначає корені  $p_k$  як функції  $\lambda$ :  $p_k = p_k(\lambda)$ . При цьому функції  $u(t)$  також залежать від  $\lambda$ :

$$u_\lambda(t) = \sum_{k=1}^g B_k(\lambda) \exp\{p_k(\lambda)t\}. \quad (3.41)$$

Для визначення набору допустимих значень  $\lambda$ -спектра власних значень рівняння (3.20) потрібно накласти на  $u_\lambda(t)$  додаткові умови. Ці умови можна отримати, якщо підставити (3.41) у (3.20) і зажадавши, щоб отримане рівняння тотожно задовольнялося. Позначимо через  $\eta_j^i$  полюси функції  $w_j(\eta)$ . Тоді функція  $w_j(t)$  може бути записана

$$w_j(t) = \sum_i C_j^i \exp\{\eta_j^i t\} E(t), \quad i = \overline{1, m}, \quad (3.42)$$

де  $E(t)$  – одинична функція.

У цій формулі вважаємо, що усі полюси функції  $w_j(\eta)$  – прості. Це обмеження не суттєве й у подальшому від нього відмовимося.

Розрахуємо результат підстановки функції  $e^{p_k \tau'}$  у ліву частину (3.20):

$$\begin{aligned} \tilde{k}(\tau, \tau') e^{p_k \tau'} &\equiv \int_0^T k(\tau, \tau') e^{p_k \tau'} d\tau' = \int_0^T dt \sum_j w_j(t - \tau) \int_0^T d\tau' w_j(t - \tau') e^{p_k \tau'} = \\ &= \int_0^T dt \sum_j w_j(t - \tau') e^{p_k t} \int_0^t w_j(X) e^{-p_k X} dX. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Використання виразу (3.42) і розрахунок останнього інтегралу в (3.43) надає:

$$\int_0^t w_j(X) e^{p_k X} dX = \sum_i C_j^i \int_0^t \exp\{(\eta_j^i - p_k) X\} dX = \sum_i \frac{C_j^i}{\eta_j^i - p_k} [\exp\{(\eta_j^i - p_k) t\} - 1].$$

Підстановка отриманого виразу у формулу (3.43) і розрахунки дозволяють отримати:

$$\begin{aligned}
\tilde{k}(\tau, \tau')e^{p_k \tau} &= \sum_{i,j,l} \frac{C_j^i C_l^i}{\eta_j^i - p_k} \int_0^T dt \exp\{\eta_l^i(t - \tau) + p_k t\} \left[ \exp\{\eta_j^i t\} - 1 \right] = \\
&= \sum_{i,j,l} \frac{C_j^i C_l^i}{\eta_j^i - p_k} \exp\{-\eta_l^i \tau\} \left[ \frac{\exp\{(\eta_l^i + \eta_j^i)T\} - \exp\{(\eta_l^i + \eta_j^i)\tau\}}{\eta_l^i + \eta_j^i} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\exp\{(\eta_l^i + p_k)T\} - \exp\{(\eta_l^i + p_k)\tau\}}{\eta_l^i + p_k} \right]. \tag{3.44}
\end{aligned}$$

З іншого боку, розрахунок перетворення Лапласа функції  $w_j(t)$  у (3.42)

$$w_j(p_k) = \sum_i \frac{C_j^i}{\eta_j^i + p_k}.$$

Скористаємося співвідношенням (3.34) і запишемо (3.44) так:

$$\begin{aligned}
\tilde{k}(\tau, \tau')e^{p_k \tau} &= \sum_{i,j,l} \frac{C_j^i C_l^i}{\eta_j^i - p_k} \left[ \frac{\exp\{(\eta_l^i + \eta_j^i)T\}}{\eta_l^i + \eta_j^i} - \frac{\exp\{(\eta_l^i + p_k)T\}}{\eta_l^i + p_k} \right] \exp\{-\eta_l^i \tau\} - \\
&\quad - \sum_{i,j,l} \frac{C_j^i C_l^i}{(\eta_j^i - p_k)(\eta_l^i + \eta_j^i)} \exp\{-\eta_l^i \tau\} + \lambda e^{p_k \tau}. \tag{3.45}
\end{aligned}$$

Підставимо в рівняння (3.20) функцію  $u_\lambda(t)$  у вигляді (3.33) і врахуємо (3.45). Тоді отримаємо:

$$\begin{aligned}
\tilde{k}(\tau, \tau')u(\tau) &\equiv \int_0^T k(\tau, \tau')u(\tau')d\tau' = \sum_{k=1}^g B_k k(\tau, \tau')e^{p_k \tau} = \lambda u(\tau) + \\
&\quad + \sum_{i,j,l} \frac{C_j^i C_l^i B_k}{\eta_j^i - p_k} \left[ \frac{\exp\{(\eta_l^i + \eta_j^i)T\}}{\eta_l^i + \eta_j^i} - \frac{\exp\{(\eta_l^i + p_k)T\}}{\eta_l^i + p_k} \right] \times \\
&\quad \times \exp\{-\eta_l^i \tau\} - \sum_{i,j,l} \frac{C_j^i C_l^i B_k}{(\eta_l^i - p_k)(\eta_l^i + \eta_j^i)} \exp\{\eta_l^i \tau\}. \tag{3.46}
\end{aligned}$$

Функція  $u(\tau)$  задовольняє рівнянню (3.20), тому останні дві суми в співвідношенні (3.46) повинні тотожно за час  $t$  перетворюватися в нуль. Це значить, що коефіцієнти при лінійно незалежних функціях  $\exp\{\eta_l^i \tau\}$  і  $\exp\{-\eta_l^i \tau\}$  повинні перетворюватися в нуль при всіх  $i$  і  $l$ . Дорівнюємо ці коефіцієнти нулю, отримуємо систему рівнянь для коефіцієнтів  $B_k$ :

$$\sum_{j,k} \frac{C_j^i B_k}{(\eta_j^i - p_k)(\eta_k^i + \eta_j^i)} = 0. \quad (3.47)$$

$$\sum_{j,k} \frac{C_j^i \exp\{\eta_k^i T\}}{(\eta_j^i - p_k)(\eta_k^i + \eta_j^i)} B_k - \sum_{j,k} \frac{C_j^i \exp\{p_k T\}}{(\eta_j^i - p_k)(\eta_k^i + p_k)} B_k = 0. \quad (3.48)$$

З рівняння (3.34) видно, що кількість коренів  $p_k$  цього рівняння вдвічі більше сумарної кількості полюсів  $\eta_j^i$  функцій  $w_j(\eta)$ . Тому кількість коефіцієнтів  $B_k$  також вдвічі більше кількості полюсів  $\eta_j^i$ . Таким чином, кількість невідомих коефіцієнтів  $B_k$  у системі рівнянь (3.47), (3.48) дорівнює кількості рівнянь цієї системи.

Умовою розв'язності системи рівнянь (3.47), (3.48) є рівність нулю детермінанта системи. Оскільки коефіцієнти цієї системи рівнянь залежать від величин  $p_k$ , які, як виходить з (3.34), залежать від  $\lambda$ , то детермінантом системи (3.47), (3.48) є функція  $\lambda$ . Для визначення можливих значень  $\lambda$ , тобто знаходження спектру власних значень рівняння (3.20), прирівнюємо нулю детермінант системи  $\det(\lambda)$ . Для визначення оптимального тестового сигналу, як виходить з (3.23), достатньо знайти тільки максимальне власне значення, тобто максимальний корінь рівняння  $\det(\lambda) = 0$ .

Крім того, всі розв'язки рівняння (3.20) задовольняють умові  $u(t)=0$ .  
Дійсно, з (3.32) при  $\tau = T$  отримаємо:

$$k(T, \tau) = \int_0^T \sum_{j=1}^n w_j(t-T) w_i(t-\tau) dt \equiv 0.$$

Тому рівняння (3.20) при  $\tau = T$  має вигляд:

$$u(T) = \frac{1}{\lambda} \int_0^T k(\tau, \tau) u(\tau) d\tau = 0,$$

де  $\lambda = 0$  не є власним значенням рівняння (3.20).

Умова  $u(t)=0$  може бути отримана з системи рівнянь (3.47), (3.48) проведенням нескладних перетворювань, у результаті яких запишемо:

$\sum_{k=1}^g B_k e^{p_k T} \equiv u(T) = 0$ . Тому рівняння  $\sum_{k=1}^g B_k e^{p_k T} = 0$  можна узяти як розв'язок системи (3.47), (3.48).

Система рівнянь (3.47), (3.48) для визначення коефіцієнтів  $B_k$  і власних значень  $\lambda$  отримана за припущення, що всі полюси функцій  $w_j(\eta)$  є простими. З'ясуємо, які зміни необхідно внести до системи рівнянь (3.47), (3.48) за наявності кратних полюсів. Це є суттєвим, тому що кратні полюси у функцій  $w_j(\eta)$  можуть виникнути навіть у тому випадку, коли імпульсна функція системи навігації  $h(\eta)$  має тільки прості полюси. Дійсно, нехай,

наприклад, імпульсна функція має вигляд:  $h(\eta) = \frac{1}{T\eta+1} f(\eta)$ . Тоді для

величин  $w_T(\eta) = \frac{\partial h(\eta)}{\partial T}$  отримаємо  $w_T(\eta) = \frac{\eta}{(T\eta+1)^2} f(\eta)$ , отже, полюс

$\eta = -\frac{1}{T}$  буде другої кратності. У загальному випадку, при наявності кратних полюсів у  $w_T(\eta)$  вираз для функцій  $w_j(t)$  можна записати так:

$$w_j(t) = \sum_i C_j^i \left( \frac{d}{d\eta_j^i} \right) \exp\{\eta_j^i t\} \sigma(t), \quad (3.49)$$

де  $\sigma(t)$  – деякий поліном від оператора  $d/d\eta_j^i$ .

Ступінь цього поліному на одиницю менше кратності полюса.

Підставимо в рівняння (3.20) функцію  $u(t) = \sum_{k=1}^g B_k e^{p_k t}$  і згідно з

виразами (3.32), (3.49) після перетворень отримаємо:

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j,k,l} \left\{ B_k C_j^i \left( \frac{d}{d\eta_j^i} \right) C_l^i \left( \frac{d}{d\eta_l^i} \right) \frac{1}{\eta_j^i - p_k} \left[ \frac{\exp\{(\eta_l^i + \eta_j^i)T\}}{\eta_l^i + \eta_j^i} - \frac{\exp\{(\eta_l^i + p_k)T\}}{\eta_l^i + p_k} \right] e^{-\eta_l^i t} \right\} - \\ & - \sum_{i,j,k,l} \left\{ B_k C_j^i \left( \frac{d}{d\eta_j^i} \right) C_l^i \left( \frac{d}{d\eta_l^i} \right) \frac{\exp\{\eta_l^i t\}}{(\eta_l^i - p_k)(\eta_l^i + \eta_j^i)} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (3.50)$$

При диференціюванні у (3.50) величини  $\eta_j^i$  і  $\eta_k^i$  є різними. Оскільки співвідношення (3.50) повинно виконуватися тотожно за  $t$ , то дорівнюємо нулю коефіцієнти при лінійно незалежних функціях  $e^{\eta_l^i t}$ ,  $t e^{\eta_l^i t}$ ,  $e^{-\eta_l^i t}$ ,  $t e^{-\eta_l^i t}$ , отримаємо систему рівнянь, аналогічну системі (3.47), (3.48), з якої можна визначити коефіцієнти  $B_k$  і власні значення  $\lambda$ . У цьому випадку кількість рівнянь системи дорівнює кількості коренів  $p_k$  рівняння (3.34), тобто кількості коефіцієнтів  $B_k$ , що необхідно визначити.

Розглянемо випадок, коли серед коренів рівняння (3.34) є кратні корені. Цей випадок необхідно дослідити окремо, тому що (3.33) при наявності

кратних коренів рівняння (3.34) буде невірним. Рівняння (3.34) визначає корені  $p_k$  як функцію  $\lambda$ :  $p_k = p_k(\lambda)$ . Якщо, наприклад, корені  $p_1$  і  $p_2$  при деякому значенні  $\lambda_0$  є рівними, то це означає, що криві  $p_1(\lambda)$  і  $p_2(\lambda)$  перетинаються (або торкаються) у точці  $\lambda = \lambda_0$  (рис. 3.2).

Виникає питання, чи є значення  $\lambda_0$  власним значенням рівняння (3.20). Для з'ясування цього питання запишемо результат дії ядра  $\tilde{k}(\tau, \tau')$  на функцію  $e^{p_k \tau}$  згідно з виразом (3.46) у більш компактній формі.

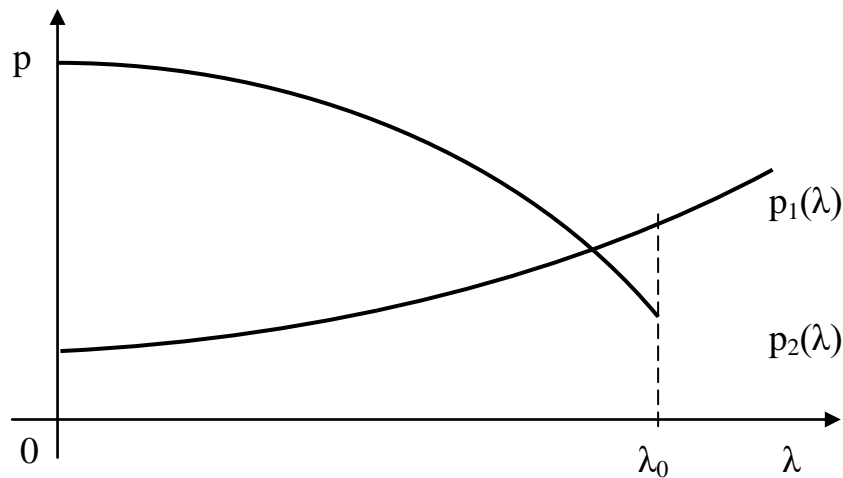


Рисунок 3.2 – Пояснення кратності коренів  $p_k$

З цією метою перенумеруємо всі лінійно незалежні функції  $e^{\eta_l^i \tau}$ ,  $e^{-\eta_l^i \tau}$  одним індексом  $\ell$ , за умови, що  $\Psi_\ell(t)$  буде означати будь-яку з цих функцій (у випадку, коли функції  $w_j(\eta)$  мають кратні полюси, аналогічним чином можна перенумерувати систему функцій  $e^{\eta_l^i \tau}$ ,  $\tau e^{\eta_l^i \tau}$ ,  $e^{-\eta_l^i \tau}$ ,  $\tau e^{-\eta_l^i \tau}$ ), де  $M$  – кількість функцій  $\varphi_\ell(\tau)$ . Результат дії ядра  $\tilde{k}(\tau, \tau')$  на функцію  $e^{p_k \tau}$  запишемо:

$$k(\tau, \tau') e^{p_k \tau} = \lambda e^{p_k \tau} + \sum_{\ell=1}^M F_\ell(p_k) \varphi_\ell(\tau). \quad (3.51)$$

Величини  $F_\ell(p_k)$  є деякими раціональними функціями  $p_k$ . Наприклад, коефіцієнт при функції  $e^{\eta_i^i \tau}$  у виразі (3.45) дорівнює  $\sum_i \frac{C_j^i C_1^i}{(p_k - \eta_1^i)(\eta_1^i + \eta_j^i)}$ . У

цих позначеннях систему рівнянь (3.47), (3.48) запишемо так:

$$\sum_{\ell=1}^M F_\ell(p_k) B_k = 0,$$

а детермінант цієї системи  $\det(\lambda)$  буде дорівнювати:

$$\det(\lambda) = \det[F_\ell(p_k)] = \begin{vmatrix} F_1(p_1) & F_1(p_2) & \dots & F_1(p_M) \\ F_2(p_1) & F_2(p_2) & \dots & F_2(p_M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_M(p_1) & F_M(p_2) & \dots & F_M(p_M) \end{vmatrix}. \quad (3.52)$$

Якщо корені  $p_1(\lambda)$  і  $p_2(\lambda)$  співпадають, то поблизу точки  $\lambda = \lambda_0$  значення  $p_1(\lambda)$  і  $p_2(\lambda)$  можна записати у вигляді:  $p_1(\lambda) = p + \alpha_1 \mu$ ,  $p_2(\lambda) = p + \alpha_2 \mu$ , де  $\mu = \lambda - \lambda_0$ ,  $\alpha_1 = \frac{\partial p_1}{\partial \lambda}$ ,  $\alpha_2 = \frac{\partial p_2}{\partial \lambda}$ . Як видно з рівняння (3.34), якщо  $p$  є корінь цього рівняння, то й  $(-p)$  також буде корінь рівняння. Тому, якщо співпадають корені  $p_1$  і  $p_2$ , то співпадають також корені  $p_3 = -p_1$  і  $p_4 = -p_2$ . Величини  $F_\ell(p_1), F_\ell(p_2), F_\ell(p_3), F_\ell(p_4)$  поблизу точки  $\lambda = \lambda_0$  запишемо так:  $F_\ell(p_1) = F_\ell(p) + \dot{F}_\ell(p) \alpha_1 \mu$ ;  $F_\ell(p_2) = F_\ell(p) + \dot{F}_\ell(p) \alpha_2 \mu$ ;  $F_\ell(p_3) = F_\ell(-p) + \dot{F}_\ell(-p) \alpha_1 \mu$ ;  $F_\ell(p_4) = F_\ell(-p) + \dot{F}_\ell(-p) \alpha_2 \mu$ . Підставимо ці значення у вираз для детермінанта  $\det(\lambda)$  (3.52), запишемо цю величину поблизу точки  $\lambda = \lambda_0$ :

$$\det(\lambda) = (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\lambda - \lambda_0)^2 \det_1(\lambda_0), \quad (3.53)$$

$$\text{де } \det_1(\lambda_0) = \begin{vmatrix} F_1(p) & \dot{F}_1(p) & F_1(-p) & \dot{F}_1(-p) & \dots & F_1(p_s) \\ F_2(p) & \dot{F}_2(p) & F_2(-p) & \dot{F}_2(-p) & \dots & F_2(p_s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_M(p) & \dot{F}_M(p) & F_M(-p) & \dot{F}_M(-p) & \dots & F_M(p_M) \end{vmatrix}. \quad (3.54)$$

Таким чином, у точці  $\lambda = \lambda_0$  детермінант  $\det(\lambda_0) = 0$ . Це, однак, ще не гарантує, що величина  $\lambda_0$  є власне значення, оскільки в цій точці функція  $u(t)$  не має вигляду (3.41). Дійсно, оскільки серед коренів рівняння (3.34) є кратні  $p_1 = p_2$ ,  $p_3 = p_4$ , то розв'язок рівняння (3.20) має вигляд:

$$\tilde{u}(\tau) = (B_1 + B_2\tau)e^{p\tau} + (B_3 + B_4\tau)e^{-p\tau} + \sum_{k=5}^M B_k e^{p_k\tau}.$$

Для визначення величин  $B_k$  потрібно отримане співвідношення підставити в (3.31) і зажадати його тотожного задоволення. З цією метою з'ясуємо результат дії ядра (оператора)  $\tilde{k}(\tau, \tau')$  на функцію  $\tau e^{p\tau}$ :

$$\tilde{k}(\tau, \tau')\tau e^{p\tau} = \frac{\partial}{\partial p} \tilde{k}(\tau, \tau')e^{p\tau} = \frac{\partial \lambda}{\partial p} e^{p\tau} + \lambda \tau e^{p\tau} + \sum_{\ell=1}^M \frac{\partial F_\ell(p)}{\partial p} \varphi_\ell(\tau). \quad (3.55)$$

При обчисленнях у формулі (3.55) скористаємося виразом (3.51).

Зазначимо, що оскільки  $p$  – кратний корінь, то  $\frac{\partial \lambda}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \sum_{j=1}^n w_j(p)w_j(-p) = 0$ .

Тоді знайдемо:

$$\begin{aligned} \tilde{k}(\tau, \tau')\tilde{u}(\tau) &= B_1\tilde{k}(\tau, \tau')e^{p\tau} + B_2\tilde{k}(\tau, \tau')\tau e^{p\tau} + B_3\tilde{k}(\tau, \tau')e^{-p\tau} + \\ &+ B_4\tilde{k}(\tau, \tau')\tau e^{-p\tau} + \sum_{k=5}^M B_k\tilde{k}(\tau, \tau')e^{p\tau} = \lambda\tilde{u}(\tau) + \\ &+ \sum_{\ell=1}^M \left\{ F_\ell(p)B_1 + \frac{\partial F_\ell(p)}{\partial p}B_2 + F_\ell(-p)B_3 + \frac{\partial F_\ell(-p)}{\partial p}B_4 + \sum_{k=5}^M F_\ell(p_k)B_k \right\} \varphi_\ell(\tau). \end{aligned}$$

Прирівняємо нулю коефіцієнти при лінійно незалежних функціях  $\varphi_\ell(\tau)$ , отримаємо систему рівнянь для визначення величин  $B_k$ :

$$F_\ell(p)B_1 + \dot{F}_\ell(p)B_2 + F_\ell(-p)B_3 + \dot{F}_\ell(-p)B_4 + \sum_{k=5}^M F_\ell(p_k)B_k = 0.$$

Детермінант цієї системи рівнянь дорівнює величині  $\det_1(\lambda_0)$ , яка визначається формулою (3.54). Величина  $\lambda_0$  буде власним значенням, а функція  $\tilde{u}(t)$  – розв’язком рівняння (3.20) тільки у тому випадку, коли  $\det_1(\lambda_0) = 0$ . Зазначимо, що, як виходить з (3.53),  $\ddot{\Delta}(\lambda_0) = 2(\alpha_1 - \alpha_2)^2 \det_1(\lambda_0)$ .

Таким чином, для визначення спектра власних значень рівняння (3.20) потрібно наступне. Визначити корені рівняння  $\det(\lambda) = 0$ . Ті корені цього рівняння, для яких рівняння (3.34) має кратні корені та  $\ddot{\Delta}(\lambda_0) \neq 0$ , виключаються зі спектра. Ті корені, що залишаться, будуть можливими власними значеннями рівняння (3.20).

Наведений метод можна застосовувати для знаходження оптимального сигналу  $u_{\text{опт}}(t)$ . Для визначення розв’язку необхідно розв’язати систему алгебраїчних рівнянь для величин  $\lambda$  і  $\mu_i$ .

Розглянемо тепер випадок, коли при контролі вихідний сигнал вимірюється в  $s$  дискретних точках  $t_1, t_2, \dots, t_s$ . При цьому, відповідно до

формули (2.49), величина чутливості  $S$  дорівнює  $S = \sum_{k=1}^s \sum_{l=1}^m b_i^2(t_k)$ , де  $b_i(t_k)$

визначається з (3.13):  $b_i(t_k) = \int_0^T w_i(t_k, \tau) u(\tau) d\tau$ .

Підставимо вираз для  $b_i(t_k)$  у формулу для  $S$  (2.49), отримаємо (3.15).

Таким чином, у випадку дискретних вимірювань вихідного сигналу ядро (оператор)  $k(\tau, \tau')$  є виродженим.

Рівняння для визначення оптимального сигналу має вигляд (3.20). Згідно з відомим методом розв'язання вироджених рівнянь [135, 190], розв'язок рівняння (3.20) запишемо у вигляді:

$$u(\tau) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^s x_{jk} w_j(t_k, \tau). \quad (3.56)$$

Підставимо вираз (3.56) у рівняння (3.20) і дорівняємо нулю коефіцієнти при незалежних функціях  $w_j(t_k, \tau)$ , отримаємо систему рівнянь для визначення коефіцієнтів  $x_{jk}$ :

$$\sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^n k_{jk} x_{jk} = \lambda x_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (3.57)$$

де  $k_{jk} = \int_0^T w_j(t_k, \tau) w_1(t_k, \tau) d\tau$ .

Система (3.57) є системою однорідних лінійних рівнянь. Власні значення  $\lambda$  знайдемо з умови розв'язності цієї системи, тобто з умови  $\det(\lambda) = 0$ :

$$\det(\lambda) = \Delta |k_{jk} - \lambda \delta_{jk}| = 0. \quad (3.58)$$

Зі всіх розв'язків рівняння (3.58) необхідно вибрати максимальне значення  $\lambda_0$ . Після цього з системи рівнянь (3.57) можна знайти з точністю до множника величини  $x_{jk}^0$  – розв'язок, який відповідає максимальному власному значенню  $\lambda_0$  [46]. Підставимо ці значення  $x_{jk}^0$  у (3.56) для визначення оптимального сигналу  $u_{\text{опт}}(\tau)$ :

$$u_{\text{опт}}(\tau) = \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^n x_{jk}^0 w_j(t_k, \tau).$$

Величини  $x_{jk}^0$ , а, отже, й оптимальний сигнал  $u_{\text{опт}}(\tau)$ , визначаються з точністю до постійного множника.

Запропонований метод особливо ефективно використовувати при невеликій кількості вимірювань вихідного сигналу, коли кількість рівнянь системи (3.57) незначна. При значній кількості вимірювань вихідного сигналу наближена заміна суми інтегралом може помітно спростити визначення оптимального сигналу  $u_{\text{опт}}(\tau)$  [56, 59, 157].

Наприклад, розглянемо випадок, коли є один параметр контролю та проводиться одне вимірювання вихідного сигналу за час  $T$ . При цьому рівняння (3.57) зводиться до вигляду:

$$k_x = \lambda_x, \quad (3.59)$$

$$\text{де } k = \int_0^T w^2(T, \tau) d\tau.$$

Власне значення рівняння (3.59) дорівнює:

$$\lambda = \int_0^T w^2(T, \tau) d\tau,$$

а величина  $X$  – довільна. Таким чином, отримаємо оптимальний сигнал

$$u_{\text{опт}}(\tau) = Xw(T, \tau).$$

Величина  $X$  визначається з умови нормування:

$$\int_0^T u^2(t) dt = E_c; \quad X = \sqrt{E_c/\lambda}.$$

Для лінійної системи з постійними коефіцієнтами  $w(T, \tau) = w(T - \tau)E(T - \tau)$ , отже:

$$u_{\text{опт}}(\tau) = \sqrt{E_c/\lambda} w(T - \tau)E(T - \tau) = \begin{cases} \sqrt{E_c/\lambda} w(T - \tau) & \text{при } \tau < T; \\ 0 & \text{при } \tau > T. \end{cases}$$

З отриманої формули виходить, що для  $\tau > 0$  оптимальний сигнал є дзеркальним відображенням функції  $w(t)$  відносно точки  $\tau = T$ .

### 3.3 Застосування методу динамічного програмування до задачі синтезу тестового сигналу

Метод динамічного програмування досить часто застосовують у задачах на визначення впливу завад на організацію оптимального управління [65, 195, 205]. У математичній постановці задачі визначення оптимального управління полягає в знаходженні такої функції  $u(t)$  у класі допустимих

функцій, для яких деякий функціонал  $\Psi = \int_0^T \psi(x_\alpha, u, t) dt$  має мінімальне значення. «Координати»  $x_\alpha$  зв'язані з сигналом управління  $u(t)$  системою диференціальних рівнянь  $\dot{x} = \varphi(x_\beta, u, t)$ .

Особливо ефективними ці методи є тоді, коли на сигнал управління  $u(t)$  накладено локальні обмеження, наприклад,  $|u(t)| \leq U$ .

Отже, при локальних обмеженнях задачу оптимізації (2.54) пропонується розв'язувати методами оптимального управління.

На відміну від метода варіаційного числення, принцип максимуму та метод динамічного програмування дозволяють отримати розв'язок задачі тоді, коли тестовий сигнал  $u(t)$  знаходиться на границі допустимої області.

Метод динамічного програмування може бути використаний для синтезу тестового сигналу. При цьому величина  $\Psi$  є чутливістю

$$\Psi = S = \int_0^T \sum_{i=1}^m b_i^2(t, \{u\}) dt.$$

Замість мінімуму функціонала  $\Psi$  необхідно знайти максимум функціонала  $S$ . Ця відмінність не є принциповою. Замість величини

$\psi(x_\alpha, u, t)$  необхідно використовувати величину  $\sum_{i=1}^m b_i^2(t, \{u\})$ . Це є більш

суттєвим, оскільки  $\psi(x_\alpha, u, t)$  є функцією від сигналу  $u(t)$ . Функція  $\psi(x_\alpha, u, t)$  у момент часу  $t$  залежить тільки від функції  $u(t)$  у той же час, а

$\sum_{i=1}^m b_i^2(t, \{u\})$  є функціоналом від функції  $u(t)$ , тому що значення  $\sum_{i=1}^m b_i^2(t, \{u\})$

в даний момент часу  $t$  залежить від значень сигналу  $u(t)$  у попередні моменти часу  $\tau < t$ . Цю відмінність можливо усунути, якщо прийняти змінні  $b_i$  за нові. Тоді зв'язок змінних  $b_i$  з величиною вхідного сигналу буде

описуватися системою диференціальних рівнянь першого порядку типу (3.3). Аналогічно тому, як було показано в підрозділі 3.1, отримані таким чином рівняння можна об'єднати з рівняннями (3.1), які описують динаміку системи, прийти до системи рівнянь (3.4). У цій системі рівнянь змінні  $b_i$  співпадають з  $m$  останніми величинами  $\zeta_\gamma$ , тому в позначеннях, введених у підрозділі 3.1, величину  $S$  запишемо так:

$$S = \int_{\gamma=r-m+1}^r \sum_{i=1}^2 \zeta_\gamma^2 dt.$$

Для застосування методу складемо «гамільтоніан»  $H$ :

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{\gamma=r-m+1}^r \zeta_\gamma^2 + \sum_{\gamma=1}^r \mu_\gamma \phi_\gamma. \quad (3.60)$$

Величини  $\zeta_\gamma$  і  $\mu_\gamma$  є узагальненими «координатами» та «імпульсами» й визначаються з системи рівнянь, аналогічній канонічній системі Гамільтона:

$$\dot{\zeta}_\gamma = -\partial H / \partial \mu_\gamma; \quad (3.61)$$

$$\dot{\mu}_\gamma = -\partial H / \partial \zeta_\gamma. \quad (3.62)$$

Граничні умови мають вигляд:

$$\zeta_\gamma(0) = 0; \quad (3.63)$$

$$\mu_\gamma(T) = 0. \quad (3.64)$$

Сигнал  $u(t)$  у кожен момент часу повинен визначатися залежно від величин  $\zeta_\gamma$  з умови мінімуму «гамільтоніана»  $H$  (для даного випадку «принцип максимуму» переходить у «принцип мінімуму»):

$$H(\zeta_\gamma, u, t) \rightarrow \min. \quad (3.65)$$

Підставивши у рівняння (3.61), (3.62) співвідношення (3.60), отримаємо, що рівняння (3.61) співпадає з виразом (3.4), а рівняння (3.62) з виразами (3.6), (3.7). Якщо функція  $u(t)$ , яка визначається з рівняння (3.65), знаходиться всередині допустимої області  $|u(t)| \leq U_{\max}$ , то вона може бути знайдена з умови:

$$\partial H / \partial u = 0. \quad (3.66)$$

Підставимо в отримане рівняння вираз (3.60), тоді видно, що (3.66) співпадає з (3.8). Отже, коли тестовий сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$  при всіх значеннях  $t$  знаходиться всередині допустимої області  $|u(t)| \leq U_{\max}$ , то метод динамічного програмування є еквівалентним методу варіаційного числення. Метод динамічного програмування дозволяє отримати розв'язок у випадку, коли сигнал  $u(t)$  знаходиться на границі допустимої області  $|u(t)| \leq U_{\max}$ , тобто  $|u(t)| = U_{\max}$ . У цьому випадку функція  $u(t)$  (залежно від  $\zeta_\gamma$ ) повинна визначатися не з рівняння (3.66), а безпосередньо з (3.65) [55], [56].

Розглянемо приклад контролю постійної часу  $T_0$  аперіодичного ланцюга при умові, що вхідний сигнал обмежений за модулем:  $|u(t)| \leq U_{\max}$ .

Передатна функція ланцюга дорівнює  $\frac{k}{T_0 p + 1}$ . Тому вихідний сигнал  $x(t)$

зв'язаний з вхідним тестовим сигналом співвідношенням:

$$\dot{x} = [k \cdot u - x]/T_0. \quad (3.67)$$

Рівняння (3.67) замінює в даному прикладі систему рівнянь (3.1). Величина  $b(t)$  при цьому дорівнює:

$$b(t) = \partial x(t) / \partial T_0. \quad (3.68)$$

Для того, щоб розрахувати рівняння для величини  $b(t)$ , необхідно провести диференціювання співвідношення (3.67) за  $T_0$ . Тоді отримаємо:

$$\dot{b} = -\frac{1}{T_0^2} [k \cdot u - x] - \frac{b}{T_0}. \quad (3.69)$$

Рівняння (3.67), (3.68) відповідають рівнянням (3.4). За результатами їх порівняння запишемо:

$$\zeta_1 = x; \quad \zeta_2 = b; \quad \varphi_1 = \frac{1}{T_0} [k \cdot u - \zeta_1]; \quad \varphi_2 = -\frac{1}{T_0^2} [k \cdot u - \zeta_1] - \frac{\zeta_2}{T_0}.$$

Складемо «гамільтоніан»  $H$  згідно з (3.60):

$$H = -\frac{1}{2} \zeta_2^2 + \mu_1 \frac{1}{T_0} [k \cdot u - \zeta_1] - \mu_2 \left[ \frac{1}{T_0^2} (k \cdot u - \zeta_1) + \frac{\zeta_2}{T_0} \right]. \quad (3.70)$$

Відповідно до (3.65), потрібно визначити сигнал  $u(t)$ , для якого «гамільтоніан»  $H$  має мінімальне значення. Оскільки значення обмежене умовою  $|u(t)| \leq U$ , то мінімальне значення «гамільтоніана»  $H$  є при  $u(t)$ :

$$u(t) = U \operatorname{sign} \left[ \frac{k}{T_0^2} \mu_2 - \frac{k}{T_0} \mu_1 \right] = U \operatorname{sign} (\mu_2 - T_0 \mu_1). \quad (3.71)$$

Рівняння (3.62) для величин  $\mu_1$  і  $\mu_2$  набувають вигляду:

$$\dot{\mu}_1 = \frac{\partial H}{\partial \zeta_1} = \frac{1}{T_0} \mu_1 - \frac{1}{T_0^2} \mu_2; \quad (3.72)$$

$$\dot{\mu}_2 = -\frac{\partial H}{\partial \zeta_2} = \zeta_2 + \frac{1}{T_0} \mu_2 = b + \frac{1}{T_0} \mu_2. \quad (3.73)$$

Рівняння (3.67), (3.69), (3.71)–(3.73) складають систему рівнянь для визначення складного тестового сигналу  $u(t)$ . Для граничних умов, відповідно до (3.63), (3.64), запишемо:

$$x(0) = b(0) = 0; \quad (3.74)$$

$$\mu_1(T) = \mu_2(T) = 0. \quad (3.75)$$

У розглянутому прикладі, як видно з виразу (3.70), тестовий сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$  є кусково-постійною функцією, яка дорівнює  $\pm U$ , з розривами в «точках перемикавання». Рівняння (3.67), (3.69), (3.72), (3.73) визначають моменти «перемикавання», тобто точки, в яких величина  $\mu_2(t) - T_0 \mu_1(t)$  змінює знак. Отримана система рівнянь (3.67), (3.69), (3.71) – (3.73) з граничними умовами (3.74), (3.75) має при  $T > T_0$  декілька розв'язків, які розрізняються кількістю та положенням «точок перемикавання». Тому для повного розв'язання задачі знаходження тестового сигналу  $u_{\text{опт}}(t)$  необхідно знайти усі розв'язки зазначеної системи рівнянь і вибрати той розв'язок, для якого функціонал  $S$  приймає максимальне значення.

Така ж множина розв'язків є не тільки в розглянутому прикладі, але й в інших випадках, тому це необхідно врахувати при розробці методики. Множина розв'язків варіаційної задачі була отримана при визначенні оптимального, обмеженого за середньою потужністю, тестового сигналу. Так, наприклад, розв'язком рівняння (3.20) може бути одна з власних функцій, яка відповідає максимальному власному значенню.

При використанні ПК для визначення тестового сигналу більш простим (порівняно з методом, який використовує «принцип максимуму») є метод динамічного програмування. Метод динамічного програмування є узагальненням метода Гамільтона-Якобі [65, 134] для випадку, коли функція  $u(t)$  не є безперервною. У методі динамічного програмування послідовно, починаючи з кінця інтервалу, тобто з точки  $t = T$ , оптимізується величина

$$C(t) = \int_t^T \psi(x_\alpha, u, t) dt.$$

При цьому отримаємо рівняння [122]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \min_{\{u\}} H. \quad (3.76)$$

Рівняння (3.76) є аналогом рівняння Гамільтона-Якобі:  $\partial \dot{C} / \partial t = -H$ . Функція  $C$  зв'язана з класичною дією  $\dot{C}$ :  $C = -\dot{C} + \text{const}$ , величина  $\Psi(x_\alpha, u, t)$  відіграє роль функції Лагранжа, а величина  $\mu_\gamma$  – роль «імпульсів».

Замість величин  $\mu_\gamma$ , які входять у вираз для  $H$ , потрібно підставити  $\mu_\gamma = -\partial C / \partial \zeta_\gamma$ .

Початкова умова має вигляд:  $C(T) = 0$ . У розглянутому випадку величина  $C(t)$  дорівнює:

$$C(t) = \frac{1}{2} \int_{t_{\gamma=r-m+1}}^T \sum_{\gamma=r-m+1}^r \zeta_{\gamma}^2 dt.$$

Рівняння (3.76) запишемо:

$$\frac{\partial C(t)}{\partial t} = -\frac{1}{2} \sum_{\gamma=r-m+1}^r \zeta_{\gamma}^2 - \max_{\{u\}} \sum_{\gamma=1}^r \frac{\partial C(t)}{\partial \zeta_{\gamma}} \varphi_{\gamma}(\zeta_{\gamma}, u, t), \quad (3.77)$$

де  $C(\zeta_{\gamma}, T) = 0$  – початкова умова.

У випадку дискретних вимірювань відгуку (вихідного сигналу) в моменти часу  $t_1, t_2, \dots, t_s$  метод динамічного програмування є простим для застосування в ПК. При цьому рівняння (3.77) перетворюється в рекурентне співвідношення [56]:

$$C(t_{s-k})[\zeta_{\gamma}(s-k)] = \frac{1}{2} \sum_{\gamma=r-m+1}^r \zeta_{\gamma}^2(s-k) \Delta t + \sup_{\{u(s-k)\}} C(t_{s-k+1}) \times \{ \zeta_{\gamma}(s-k) + \Delta t \varphi_{\gamma}[\zeta_{\gamma}(s-k), u(s-k)] \}. \quad (3.78)$$

Це рівняння дозволяє послідовно знаходити тестовий сигнал у момент часу  $t_{s-k}$  залежно від значень «координат»  $\zeta_{\gamma}(s-k)$  у той же час:

$$u_{\text{опт}}(s-k) = u_{\text{опт}}[\zeta_{\gamma}(s-k)].$$

Величини  $\zeta_{\gamma}(s-k)$  можуть бути після цього визначені з системи різницевих рівнянь, яка замінює систему рівнянь (3.4)

$$\zeta_{\gamma}(s-k+1) = \zeta_{\gamma}(s-k) + \Delta t \varphi_{\gamma}[\zeta_{\gamma}(s-k), u_{\text{опт}}(\zeta_{\gamma}(s-k))] \quad (3.79)$$

з початковою умовою (3.63).

Розв'язавши рівняння (3.79) і підставивши розв'язок у формулу (3.78), визначимо залежність тестового сигналу  $u_{\text{опт}}(t)$  від часу.

Рекурентне співвідношення (3.78) слід використати для визначення характеристик тестового сигналу в тому випадку, коли проводиться безперервний контроль відгуку (вихідного сигналу). Для цього потрібно замінити інтеграл у виразі для  $S$  інтегральною сумою. Метод динамічного програмування при використанні ПК, порівняно з іншими методами, володіє перевагою, оскільки дозволяє використовувати при розрахунках циклічну програму. Хоча в методі динамічного програмування на кожному етапі необхідно розраховувати та запам'ятовувати тільки одну функцію  $u_{\text{опт}}(\zeta_\gamma)$ , при значній кількості «координат»  $\zeta_\gamma$  (при значній кількості параметрів контролю та достатньо складному радіонавігаційному комплексі) об'єм розрахунків може бути великим.

Метод динамічного програмування характеризується можливою неоднозначністю розв'язання. У даному випадку необхідно не пропустити момент розгалуження розв'язань. Якщо рівняння (3.78) було б точним, то в точці розгалуження максимальне значення другого доданку в правій частині рівняння (3.78) досягалося б одночасно для двох різних значень величини  $u(s-k)$ . Через дискретний характер рівняння (3.78) ці два значення величини  $u(s-k)$  можуть привести до близьких, але різних за величиною значенням  $C_{s-k+1}$ . Тоді те значення, яке приводить до мінімального значення, буде невірно відкинуто. Тому на кожному етапі потрібно зберігати не тільки те значення  $u(s-k)$ , для якого величина  $C_{s-k+1}$  є максимальною, але й те, для якого ця величина незначним чином відрізняється від максимального значення, у той час, як самі величини  $u(s-k)$  дуже відрізняються. Після отримання всієї множини можливих розв'язків потрібно з них вибрати той, для якого величина  $S$ , тобто величина  $C_0[\zeta_\gamma(0)] = C_0(0)$  максимальна [55, 56, 157].

Оскільки в методах динамічного програмування тестовий сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$  розраховується (залежно від «координат») для кожного даного моменту часу, то для ефективного застосування цих методів можливі обмеження на сигнал  $u(t)$  повинні задаватися для кожного моменту часу, тобто мати локальний характер. Можливі випадки, коли такого роду обмеження накладається не на вхідний сигнал  $u(t)$ , а на сигнал  $x_i(t)$  на певному елементі (блоці) РНК засобів водного транспорту. Якщо обмеження накладаються одночасно на тестовий сигнал  $u(t)$  і сигнали на елементах  $x_i(t)$  або на декілька сигналів  $x_i(t)$  на різних елементах (блоках) РНК засобів водного транспорту, то для визначення складного тестового сигналу необхідно розв'язати задачу з обмеженими «фазовими координатами».

### Висновки до розділу 3

1. При синтезі складного тестового сигналу шляхом розв'язання варіаційної задачі пропонується використовувати метод варіаційного числення, який полягає у складанні та розв'язанні системи диференціальних рівнянь. Цей метод застосовується як до лінійних, так і нелінійних об'єктів контролю.

2. Частковим випадком визначення тестового сигналу для лінійних об'єктів контролю є розв'язання однорідного інтегрального рівняння. Водночас тестовий сигнал є власною функцією, яка дорівнює максимальному власному значенню. Знайдено вигляд власних функцій вказаного інтегрального рівняння, отримано трансцендентне рівняння, яке визначає власні значення. Оптимальний тестовий сигнал дорівнює власній функції, відповідній максимальному кореню цього трансцендентного рівняння. Знайдено умови, за яких оптимальний сигнал є знаковмінним.

3. При знаходженні параметрів контролю біля границь області допустимих відхилень для синтезу складного тестового сигналу запропоновано використовувати методи динамічного програмування. Ці методи застосовуються як до лінійних, так і нелінійних об'єктів контролю. Недоліком цих методів є неоднозначність отриманого розв'язку, тому ці розв'язки потребують подальшої перевірки на максимум.

4. Для лінійних систем розраховано нелінійне інтегральне рівняння, яке визначає характеристики тестового сигналу. Розв'язанням отриманого рівняння є кусково-постійна функція з можливими «точками перемикання». Отримане рівняння використовується для визначення «точок перемикання» методом послідовних ітерацій. Доведено збіжність процесу ітерації, яка визначає максимальне значення чутливості. Обґрунтовано процес вибору початкового кроку ітерації. Показано швидку збіжність процесу ітерації.

5. Отримано кількісну оцінку чутливості контролю РНК засобів водного транспорту при використанні складного тестового сигналу. Значення цієї оцінки дозволяє оцінити похибку, яка отримана при заміні оптимального тестового сигналу квазіоптимальним, який є першим кроком процесу ітерації. У тих випадках, коли похибка незначна, можна замість оптимального тестового сигналу використовувати квазіоптимальний, тим самим уникнути процесу ітерації.

Наукові результати даного розділу опубліковано в працях автора дисертації [46, 55, 56, 59, 157, 158].

## РОЗДІЛ 4

### МЕТОДИ ОБРОБКИ ВІДГУКУ НА ТЕСТОВИЙ СИГНАЛ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

Прилади контролю РНК складаються із генераторів-стимуляторів (вимірювальних генераторів), які формують тестовий сигнал, і апаратури аналізу, яка призначена для вимірювання та обробки відгуку на тестовий сигнал (вихідний сигнал). Розглянуті в попередніх розділах методи синтезу вхідних тестових сигналів створюють теоретичні основи для побудови генераторів тестових сигналів.

У цьому розділі розглянуто методи обробки відгуків на запропоновані вхідні складні тестові сигнали – методи обробки відгуку. Отримані результати цього розділу встановлюють принципи побудови та алгоритми роботи апаратури аналізатора відгуку (вихідного сигналу).

#### **4.1 Узагальнений метод обробки відгуку на тестовий сигнал радіонавігаційних комплексів**

Позначимо сигнал на виході РНК засобів водного транспорту  $y(q_j, t)$ ,  $j = \overline{1, n}$ , де  $q_j$  – параметри, які характеризують технічний стан комплексів;  $n$  – кількість параметрів контролю;  $q = \{q_1, \dots, q_n\}$ . При адитивній заваді  $\xi(t)$  вихідний сигнал (сигнал-відгук)  $y(q_j, t)$  є сумою корисного сигналу  $y_0(q_j, t)$  і завади  $\xi(t)$ :  $y(q_j, t) = y_0(q_j, t) + \xi(t)$ . До величини завади  $\xi(t)$  входить також і похибка, яка вноситься при вимірюванні миттєвих значень вихідного сигналу вимірювальною апаратурою. Вся інформація про стан РНК входить у сукупність миттєвих значень відгуку  $y(q_j, t)$ . При дискретних вимірюваннях відгуку в моменти часу  $t_1, t_2, \dots, t_s$ , де  $s$  – кількість відліків вихідного

сигналу, інформація про параметри контролю входить до набору миттєвих значень у дискретних точках відліку – випадковий вектор  $y(q_j, t_k) = \{y(q_j, t_1), y(q_j, t_2), \dots, y(q_j, t_s)\}$ .

Задача контролю, яку розв'язує аналізатор сигналу, полягає в тому, щоб за відомими значеннями величин  $y(q_j, t)$  або  $y(q_j, t_k)$  визначити значення параметрів  $z_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $m$  – кількість апостеріорних параметрів контролю, які є функціями від параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту  $z_i = z_i(q_j)$ . Фізичний зміст параметрів  $z_i$  в окремих випадках може бути різним. Параметри  $z_i$  можуть, наприклад, описувати стійкість системи, це можуть бути запаси стійкості за амплітудою та фазою, коефіцієнти підсилення та зсуви фаз на будь-якій частоті, постійні часу окремих ланок тощо. Зокрема, параметри  $z_i$  можуть співпадати з усіма або з частиною  $q_j$ . Висновки, які необхідно отримати за результатами контролю про стан параметрів  $z_i$ , також можуть бути різними. Вимірювальний контроль може мати на меті, наприклад, знаходження середніх або найбільш імовірних значень параметрів  $z_i$  і визначення їх дисперсії, або визначення ймовірності того, що параметри  $z_i$  не перевищують заданих значень або знаходяться в заданому інтервалі значень тощо.

З наведеного вище видно, що задача розробки методу обробки відгуку та визначення алгоритму роботи аналізатора розв'язується статистичними методами.

У разі використання статистичних методів основною величиною, яка описує контроль і надає максимальну інформацію про його результати, є апостеріорна функція розподілу  $\rho(z/y)$ . Функція  $\rho(z/y)$  є щільністю ймовірності параметрів  $z_i$  за умови, що вихідний сигнал, який спостерігається в моменти часу  $t_k$ , дорівнює  $y(t_k)$ . Позначимо апіорну функцію розподілу параметрів контролю РНК  $q_j$  через  $\rho_1(q)$ , а функцію розподілу завади через  $\rho_2(\xi)$ . Тоді апостеріорна функція розподілу  $\rho(z/y)$

може бути знайдена із співвідношення  $\rho(z/y) = \rho(z, y)/\rho(y)$ . У цьому виразі  $\rho(z, y)$  є сумісною функцією розподілу  $z_i$  і  $y_i$ , а  $\rho(y)$  є функцією розподілу величин  $y_i$ . Після виразів функцій розподілу  $\rho(z, y)$  і  $\rho(y)$  через вихідні апріорні функції розподілу  $\rho_1(q)$  і  $\rho_2(\xi)$  та враховуючи, що завада  $\xi$  не залежить від параметрів  $q_j$ , отримаємо:

$$\rho(z, y) = \int_1^{s n} \int_1^n \rho_1(q) \rho_2(\xi) \delta[z - z(q)] \delta[y - y_0(q) - \xi] dq d\xi; \quad (4.1)$$

$$\rho(y) = \int_1^m \rho(z, y) dz = \int_1^{s n} \int_1^n \rho_1(q) \rho_2(\xi) \delta[y - y_0(q) - \xi] dq d\xi; \quad (4.2)$$

$$\rho(z/y) = \frac{\rho(z, y)}{\rho(y)} = \frac{\int_1^{s n} \int_1^n \rho_1(q) \rho_2(\xi) \delta[z - z(q)] \delta[y - y_0(q) - \xi] dq d\xi}{\int_1^{s n} \int_1^n \rho_1(q) \rho_2(\xi) \delta[y - y_0(q) - \xi] dq d\xi}. \quad (4.3)$$

У формулах (4.1) – (4.3) під змінними  $q, z, y, \xi$  розуміємо сукупності параметрів (величин)  $\{q_1, \dots, q_j, \dots, q_n\}$ ,  $\{z_1, \dots, z_i, \dots, z_m\}$ ,  $\{y(t_1), \dots, y(t_k), \dots, y(t_s)\}$ ,  $\{\xi(t_1), \dots, \xi(t_k), \dots, \xi(t_s)\}$ , а величина  $dq d\xi \equiv \prod_{j=1}^n dq_j \prod_{k=1}^s d\xi(t_k)$ .

Дельта-функції в підінтегральних виразах забезпечують виконання рівностей  $z = z(q)$  і  $y = y_0(q) + \xi$ . Після проведення інтегрування за  $\xi_k$ , отримаємо:

$$\rho(z, y) = \int_1^n \rho_1(q) \rho_2[y - y_0(q)] \delta[z - z(q)] dq; \quad (4.4)$$

$$\rho(y) = \int_1^n \rho_1(q) \rho_2[y - y_0(q)] dq; \quad (4.5)$$

$$\rho(z/y) = \frac{\int_1^n \rho_1(q) \rho_2[y - y_0(q)] \delta[z - z(q)] dq}{\int_1^n \rho_1(q) \rho_2[y - y_0(q)] dq}. \quad (4.6)$$

Для випадку, коли параметри  $q_j$  і завади  $\xi_i$  незалежні та розподілені за нормальним законом, а параметри  $z_i$  і величини  $y(t_k)$  лінійно залежать від  $q_j$ , функція розподілу  $\rho(z/y)$  була обчислена раніше (2.25) [22, 56].

Отже, формули (4.4) – (4.6) складають метод обробки відгуку (вихідного сигналу) РНК під час контролю технічного стану.

Функція розподілу  $\rho(z/y)$  (4.6) несе максимально повну інформацію про параметри  $z = \{z_1, \dots, z_i, \dots, z_m\}$ . Її можна отримувати за відомим у результаті вимірювання вихідним сигналом  $y(t) = y_0(q, t) + \xi(t)$ . Функція  $\rho(z/y)$  потенційно містить усі можливі висновки про параметри  $z_i$ , які можливо зробити на підставі вихідного сигналу РНК. Тому аналізатор, який видає на виході максимально повну інформацію про параметри  $z_i$ , повинен за результатами вимірювань вихідного сигналу системи, що контролюється, розраховувати функцію  $\rho(z/y)$ , тобто бути приймачем Вудворта [65]. Алгоритм роботи такого аналізатора задається формулою (4.6). Оскільки всі величини, які входять до цього виразу, або відомі заздалегідь, або стають відомими після вимірювання параметрів вихідного сигналу, то для побудови такого аналізатора не існує принципових труднощів. Проте технічна реалізація алгоритму (4.6) є дуже складною. Це пов'язано, по-перше, з необхідністю мати великий об'єм пам'яті для запам'ятовування функцій  $\rho_1(q)$ ,  $\rho_2(\xi)$ ,  $y_0(q)$  і  $z(q)$ , і, по-друге, з великим обсягом обчислень, які необхідно виконати відповідно до виразу (4.6).

У тому випадку, коли завада (або похибка вимірювання) настільки мала, що ширина функції  $\rho_2(\xi)$  є набагато меншою за ширину функції  $\rho_1(q)$  (для гаусовських кривих це буде при  $\sigma_2^2 \ll \sigma_1^2$ ) [134], формула (4.6) дещо спрощується. Дійсно, для цього випадку можна в підінтегральних виразах у

(4.6) замінити функцію  $\rho_1(q)$  на постійну величину, яка дорівнює значенню функції  $\rho_1(q)$  у тій точці, де функція  $\rho_2[y - y_0(q)]$  має максимум. Після цього формула (4.6) набуває вигляду:

$$\rho(z/y) \approx \frac{\int_1^n \rho_2[y - y_0(q)] \delta[z - z(q)] dq}{\int_1^n \rho_2[y - y_0(q)] dq}. \quad (4.7)$$

Однак навіть спрощена формула (4.7) залишається складною для технічної реалізації серійних аналізаторів за рахунок великої собівартості.

З іншого боку, та максимальна інформація про параметри  $z_i$ , яку надає функція  $\rho(z/y)$ , може бути, у деяких випадках, дуже докладною та через це громіздкою. На практиці під час контролю систем зазвичай достатньо знати не весь хід функцій  $\rho(z/y)$ , а тільки її найбільш суттєві ознаки, такі як, наприклад, положення максимуму центру тяжіння або ширину. Водночас частина інформації, яка є у функції розподілу  $\rho(z/y)$ , відсівається, але інформація, що залишилася, стає більш компактною та простою для подальшого використання.

Конкретний вибір суттєвих ознак функції розподілу  $\rho(z/y)$  може бути відмінним залежно від прийнятого критерію оцінки результатів спостережень.

Розглянемо критерії оцінки, які найбільш часто використовуються.

При використанні критерію максимальної апостеріорної ймовірності за оцінку для  $z_i$  приймається величина  $z^* = \{z_1^*, \dots, z_i^*, \dots, z_m^*\}$ , яка відповідає максимуму функції  $\rho(z/y)$ , тобто параметри  $z_i^*$  визначаються з рівнянь:

$$\frac{\partial \rho(z_i^*/y)}{\partial z_i^*} = 0, \quad i = \overline{1, m}. \quad (4.8)$$

Оскільки функція  $\rho(y)$  не залежить від  $z_i$ , то максимум функції  $\rho(z/y)$  співпадає з максимумом функції  $\rho(z, y)$ .

Рівняння (4.8) з урахуванням (4.4) визначає алгоритм роботи аналізатора, що діє на основі критерію максимальної апостеріорної ймовірності.

У загальному випадку без будь-яких додаткових перетворень функцій  $\rho_1(q)$ ,  $\rho_2(\xi)$ ,  $y_0(q)$  і  $z(q)$  алгоритм, оснований на рівнянні (4.8), не простіший за алгоритм аналізатора, який розраховує апостеріорну ймовірність.

У багатьох випадках, коли є додаткові дані про функції  $\rho_1(q)$ ,  $\rho_2(\xi)$ ,  $y_0(q)$  і  $z(q)$ , рівняння (4.8) можуть бути представлені в більш простому вигляді, якщо заздалегідь виконати частину обчислювальної роботи. Розглянемо випадок, коли параметри  $z_i(q)$  лінійно залежать від вектора  $q$ :

$$z_i(q) = z_{i0} + \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} q_j, \text{ а функції } \rho_1(q), \rho_2(\xi), y_0(q) \text{ довільні.}$$

Обчислимо величини  $\partial \rho(z_i, y) / \partial z_i = 0$ :

$$\frac{\partial \rho(z_i, y)}{\partial z_i} = \int_1^n \rho_1(q) \rho_2[y - y_0(q)] \frac{\partial}{\partial z_i} \delta[z_i - z(q)] dq, \quad i = \overline{1, m}.$$

Помножимо обидві частини цього виразу на величини  $\alpha_{ij}$  і просумуємо за індексом  $i$ :

$$\sum_{\substack{j,i=1 \\ j \neq i}}^m \alpha_{ij} \frac{\partial \rho(z_i, y)}{\partial z_i} = \int_1^n \rho_1(q) \rho_2[y - y_0(q)] \sum_{\substack{j,i=1 \\ j \neq i}}^m \alpha_{ij} \frac{\partial}{\partial z_i} \delta[z_i - z(q)] dq. \quad (4.9)$$

Оскільки функції залежать від різниці  $\delta[z_i - z(q)]$ , то диференціювання за першим аргументом еквівалентно диференціюванню за другим аргументом зі зміною знаку.

З іншого боку, як виходить з виразу для  $z_i(q_j)$ ,  $\sum_{i=1}^m \alpha_{ij} \frac{\partial}{\partial z_i} = \frac{\partial}{\partial q_j}$ . Тому

$$\sum_{i=1}^m \alpha_{ij} \frac{\partial}{\partial z_i} \delta[z_i - z(q)] = -\frac{\partial}{\partial q_j} \delta[z - z(q)].$$

Після інтегрування за частинами в рівнянні (4.9) отримаємо:

$$\sum_{i=1}^m \alpha_{ij} \frac{\partial \rho(z, y)}{\partial z_i} = \int_1^n \frac{\partial}{\partial q_j} \{ \rho_1(q) \rho_2[y - y_0(q)] \} \delta[z - z(q)] dq. \quad (4.10)$$

Величина, яка знаходиться у фігурних дужках співвідношення (4.10), з точністю до множника  $\rho(y)$  є апостеріорною функцією розподілу параметрів  $q_j$ :  $\rho(q/y) = \rho_1(q) \rho_2[y - y_0(q)] \rho(y)$ . Позначимо через  $q_j^*$  оцінки параметрів  $q_j$ , для яких функція  $\rho(q/y)$  максимальна:

$$\frac{\partial \rho(q^*, y)}{\partial q_j^*} = \rho(y) \frac{\partial}{\partial q_j^*} \{ \rho_1(q^*) \rho_2[y - y_0(q^*)] \} = 0. \quad (4.11)$$

Тоді при  $z = z^* = z(q^*)$  права частина у формулі (4.10) перетворюється в нуль, а дельта-функція зі всієї області параметрів  $q_j$  вирізає ту, в якій  $z = z^* = z(q^*)$ . При цьому перетворюється в нуль перший співмножник підінтегрального виразу.

Оскільки кількість параметрів  $q_j$  є більшою або дорівнює кількості параметрів  $z_i$  ( $n \geq m$ ), то в точці  $z = z^* = z(q^*)$  повинна перетворюватися в нуль і величина  $\frac{\partial \rho(z, y)}{\partial z_i}$ , тобто точка  $z^*$ , повинна бути точкою екстремуму функції  $\rho(z, y)$ . Таким чином, при лінійній залежності параметрів  $z_i$  від  $q_j$  алгоритм роботи аналізатора, який працює відповідно до критерію максимальної апостеріорної ймовірності, декілька спрощується порівняно з

(4.8) і полягає в алгоритмі (4.11). Після визначення точки  $q^*$ , яка відповідає максимуму функції  $\rho(q/y)$ , оцінки  $z^*$  можуть бути розраховані із співвідношення  $z^* = z(q^*)$ .

Якщо функція  $\rho(q/y)$  поблизу точки максимуму  $q = q^*$  змінюється значно швидше, ніж величини  $z(q)$ , можливим є спрощення формули (4.6) при довільній, нелінійній залежності параметрів  $z_i$  від  $q_j$ . У цьому випадку максимум функції розподілу  $\rho(z/y)$  буде знаходитися в точці  $z^* = z(q^*)$ , де  $q^*$  визначається з виразу (4.11). Така ситуація буде мати місце, наприклад, при невеликій заваді, коли функція  $\rho(q/y)$  має різкий максимум у точці  $q = q^*$ .

Коли апіорна область «розкиду» параметрів комплексу, що контролюється, значно переважає апостеріорну область «розкиду», тобто коли точність вимірювання параметрів вихідного сигналу є такою значною, що  $\sigma_\xi^2 \ll \sigma_q^2$  і функція  $\rho_2(\xi)$  має значно меншу ширину, ніж  $\rho_1(q)$ , можливе подальше спрощення формули (4.11). У цьому випадку положення точки максимуму  $q = q^*$  у (4.11) визначається, в основному, максимумом функції  $\rho_2[y - y_0(q)]$  і алгоритм роботи аналізатора задається співвідношенням:

$$\frac{\partial}{\partial q_j} \rho_2[y - y_0(q^*)] = 0. \quad (4.12)$$

Алгоритм, який визначається формулою (4.12), відповідає роботі аналізатора відповідно до критерію максимальної правдоподібності

$$\rho(y, q) = \frac{\rho(q/y)\rho(y)}{\rho_1(q)} = \rho_2[y - y_0(q)].$$

Тому визначення параметрів  $q_j$  відповідно до критерію максимальної правдоподібності перетворюється фактично на алгоритм (4.12).

Розглянемо алгоритм роботи аналізатора, який оснований на критерії мінімального ризику з квадратичною функцією втрат. Величина середнього ризику залежно від вибраної оцінки  $z^*$  буде дорівнювати:

$$R(z^*) = \int_1^m (z - z^*)^2 \rho(z/y) dz. \quad (4.13)$$

Очевидно, що оцінки  $z^*$  дорівнюють середньому апостеріорному значенню вектора  $z$ :

$$z^* = \int_1^m z \rho(z/y) dz. \quad (4.14)$$

Після підстановки замість  $\rho(z/y)$  співвідношення (4.6) отримаємо:

$$z^* = \frac{\int_1^n z(q) \rho_1(q) \rho_2[y - y_0(q)] dq}{\int_1^n \rho_1(q) \rho_2[y - y_0(q)] dq}. \quad (4.15)$$

Формула (4.15) визначає алгоритм роботи аналізатора, оснований на критерії мінімального ризику, а вираз (4.13) показує той мінімальний ризик (мінімальну середньоквадратичну похибку), який отримується при оцінці  $z^*$ .

Коли функція розподілу  $\rho(z/y)$  має один максимум і симетрична відносно нього, середнє значення вектора  $z$ , яке визначається формулою (4.14), співпадає з найбільш імовірним значенням згідно з виразом (4.7). У цьому випадку критерії мінімального ризику та максимальної апостеріорної ймовірності призводять до однієї оцінки. Такий самий результат отримуємо й у випадку, коли функція розподілу  $\rho(z/y)$  має різкий максимум у точці  $z_i = z_m$ . При цьому у виразі (4.14) можна винести з під знаку інтегралу

значення  $z_i = z_m$  і, оскільки  $\int_1^m \rho(z/y) dz = 1$ , отримуємо  $z^* \cong z_m$ . Якщо функція розподілу  $\rho(q/y) = \rho_1(q)\rho_2[y - y_0(q)]$  має максимум у точці  $q = q^*$ , то аналогічно, якщо винести величину  $z(q^*)$  з-під знаку інтегралу у формулі (4.15), отримаємо  $z^* = z(q^*)$ . При цьому алгоритм роботи аналізатора полягає в обчисленні точки максимуму функції  $\rho(q/y)$ , тобто до виразу (4.15).

У багатьох випадках за результат контролю необхідно визначити ймовірність того, що параметри контролю  $z_i$  знаходяться всередині допустимої області  $\Omega$ :

$$P(z \in \Omega) = \int_{\Omega} \rho(z/y) dz. \quad (4.16)$$

Ця формула визначає алгоритм роботи аналізатора, який розраховує ймовірність  $P(z \in \Omega)$ . Дані про її величину можна отримати також використовуючи аналізатор, оснований на критерії мінімального ризику, якщо тільки поряд із визначенням середнього значення параметрів  $z_i$  (4.15) визначати також їх дисперсії відповідно до виразу (4.13) [56].

Розглянуті в підрозділі можливі алгоритми роботи аналізаторів, зокрема (4.6) – (4.8), (4.11) – (4.13), (4.15), (4.16), показують принципову можливість побудови аналізаторів, які працюють на основі запропонованих алгоритмів. Проте, у загальному випадку, за довільними законами розподілу  $\rho_1(q)$  і  $\rho_2(\xi)$  реалізація цих алгоритмів потребує значної обчислювальної роботи. Тому в цьому випадку логічно розділити функції вимірювальної та контрольної апаратури. Отримані в результаті контролю дані про вихідний сигнал мають бути передані для подальшої обробки на ПК для обчислень згідно з наведеними вище алгоритмами.

Для деяких типів функцій розподілу  $\rho_1(q)$  і  $\rho_2(\xi)$  алгоритми можна спростити настільки, що буде доцільно розробити автономний аналізатор, в якому поєднані функції вимірювальної та контролюючої апаратури. Це,

наприклад, можливо, коли параметри  $q_j$  і завади  $\xi_k$  розподілені за нормальним законом.

## 4.2 Метод обробки відгуку за нормальними законами розподілу завади та параметрів контролю

Розглянемо спрощений метод обробки відгуку, припускаючи нормальний закон розподілу завади та параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту. Для всіх функцій розподілу, які мають один достатньо різкий максимум і швидко убувають поза областю максимуму, середнє значення та дисперсія визначаються поведінкою функції розподілу навколо її екстремуму. Однак поблизу максимуму будь-яка достатньо гостра функція розподілу є нормальною. Тому результати, справедливі для нормальної функції розподілу, будуть справедливими також і для будь-якої функції розподілу, яка має різкий максимум.

Щодо залежності узагальнених параметрів  $z_i$  від  $q_j$ , то розглянемо, по-перше, випадок лінійної залежності  $z_i = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} q_j$  і, по-друге, випадок

квадратичної залежності  $z_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n \gamma_{ij} q_j^2}$ . Перший випадок має місце, коли

параметри  $z_i$  співпадають з частиною або з усіма параметрами  $q_j$ , або, наприклад, коли в процесі контролю необхідно отримати інформацію про малий розкид параметрів  $z_i$ , тому довільна залежність  $z_i = z_i(q)$  приблизно може вважатися лінійною. Другий випадок трапляється тоді, коли в процесі контролю необхідно отримати інформацію про середньоквадратичний розкид параметрів.

Якщо параметри  $z_i$  лінійно залежать від  $q_j$ , то при використанні критерію максимальної апостеріорної ймовірності найбільш ймовірне

значення  $z^*$  може бути знайдене із співвідношення  $z^* = z(q^*)$ , де  $q^*$  є точкою максимуму функції  $\rho(q/y)$  і визначається рівнянням (4.11). За нормальними законами розподілу параметрів  $q_j$  і  $\xi_i$  для функцій  $\rho_1(q)$  і  $\rho_2[y - y_0(q)]$  можна записати:

$$\rho_1(q) = (2\pi)^{-n/2} [\det Q] \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{\substack{j,i=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij}^{-1} q_i q_j \right\}; \quad (4.17)$$

$$\rho_2[y - y_0(q)] = (2\pi)^{n/2} \sigma_\xi^{-4} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\xi^2} \sum_{i=1}^s [y(t_i) - y_0(t_i, q)]^2 \right\}. \quad (4.18)$$

У формулі (4.17) матриця  $Q$  є апріорно кореляційною матрицею параметрів  $q_j$ :  $Q_{ij} = \langle q_i q_j \rangle$ . У виразі (4.18) передбачається, що значення завади  $\xi(t)$  в різних точках відліку нескорельовані. Після підстановки (4.17) і (4.18) у формулу (4.11) отримаємо систему рівнянь, яка визначає найбільш ймовірне значення  $q^*$ :

$$-\sum_{\substack{j,i=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ji}^{-1} q_j + \frac{1}{\sigma_\xi^2} \sum_{k=1}^s [y(t_k) - y_0(t_k, q)] \frac{\partial y_0(t_k, q)}{\partial q_j} dt = 0. \quad (4.19)$$

У випадку безперервного вимірювання вихідного сигналу на інтервалі часу  $[0, T]$  відповідне рівняння для параметрів  $q_j^*$  має вигляд:

$$-\sum_{\substack{j,i=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ji}^{-1} q_j + \frac{1}{\tau_0 \sigma_\xi^2} \int_0^T [y(t) - y_0(t, q)] \frac{\partial y_0(t, q)}{\partial q_j} dt = 0. \quad (4.20)$$

Величина  $\tau_0$  у (4.20) є інтервалом кореляції завади, який пов'язаний з ефективною смугою частот  $\Delta f_e$  спектра потужності завади виразом  $\tau_0 = \frac{1}{2\Delta f_e}$ .

Рівняння (4.19) і (4.20) у випадку нелінійної залежності величини  $y_0(t, q)$  від параметрів системи  $q_j$  є нелінійними. Для їх реалізації можуть бути використані різні відомі методи розв'язання нелінійних рівнянь, наприклад, метод послідовних наближень. Якщо функція розподілу  $\rho(q/y) = \rho_1(q)\rho_2[y - y_0(q)]$  має одиничний максимум, то для його знаходження пропонується використати метод градієнта. Принципово розв'язання рівнянь (4.19) і (4.20) при нелінійній залежності величини  $y_0(t, q)$  від параметрів системи  $q_j$  існує та не викликає труднощів. Фактично проблема розв'язання може бути пов'язана з великим обсягом розрахунків, особливо при значній кількості параметрів контролю  $q_j$ .

Величина  $y_0(t, q)$  лінійно залежить від параметрів контролю РНК  $q_j$ , якщо відхилення параметрів від номінальних значень незначні, тому в розкладі функції  $y_0(t, q)$  за ступенями відхилень параметрів від номінальних значень можна обмежити лінійними членами. Якщо відхилення параметрів у дійсності настільки незначні, що допускають подібну лінеаризацію, отримані в результаті розв'язання лінеаризованих рівнянь значення параметрів  $q_j$  будуть співпадати з їх фактичними значеннями. Коли відхилення параметрів від номінальних значень значні, то отримані в результаті розв'язання лінеаризованих рівнянь значення параметрів  $q_j$  можна взяти за перше наближення та потім уточнити ці значення методом ітерацій. Якщо таке уточнення значень параметрів не проводиться, то розв'язання лінеаризованих рівнянь тим більше дозволяє встановити факт виходу параметрів за границі допусків. При цьому величина виходу таким чином не може бути знайдена.

З іншого боку, лінеаризовані рівняння призводять до такого алгоритму визначення величин  $z^* = z(q^*)$ , який досить просто може бути реалізований в апаратурі аналізатора.

Запишемо величину  $y_0(t, q)$  у вигляді:

$$y_0(t, q) = y_0(t, q_H) + \sum_{j=1}^n a_j(t, q_H) q_j. \quad (4.21)$$

У виразі (4.21) враховано відхилення параметрів  $q_j$  від номінальних значень  $q_{jH}$ , а величина  $a_j(t, q_H)$ , відповідно до прийнятих раніше позначень, дорівнює:

$$a_j(t, q_H) = \partial y_0(t, q_H) / \partial q_j.$$

Після введення позначення  $\Delta y(t) = y(t) - y_0(t, q_H)$  з виразу (4.19) отримаємо систему лінійних рівнянь для визначення оцінок  $q_j^*$ :

$$\sigma_\xi^2 \sum_{i=1}^n Q_{ji}^{-1} q_i^* + \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^n a_i(t_k) a_j(t_k) q_i^* = \sum_{k=1}^s \Delta y(t_k) a_j(t_k), \quad j = \overline{1, n}. \quad (4.22)$$

Отримана система рівнянь може бути записана так:

$$\sum_{i=1}^n P_{ji} q_i^* = f_j, \quad j = \overline{1, n}, \quad (4.23)$$

$$\text{де } f_j = \sum_{k=1}^s a_j(t_k) \Delta y(t_k).$$

Матриця

$$P_{ji} = \sigma_\xi^2 Q_{ji}^{-1} + \sum_{k=1}^s a_j(t_k) a_i(t_k). \quad (4.24)$$

Матриця  $P_{ji}$  визначається апріорними дисперсіями та коефіцієнтами кореляції параметрів  $q_j$  (величини  $Q_{ji}$ ), оператором комплексу при

номінальних значеннях параметрів і вхідним сигналом  $u(t)$  (величини  $a_j(t_k) \equiv a_j(t_k, q_n, \{u\})$ ). Для кожного РНК засобів водного транспорту при відомому вхідному сигналі ця матриця може бути розрахована заздалегідь. З системи рівнянь (4.23) отримаємо:

$$q_j^* = \sum_{i=1}^n P_{ji}^{-1} f_i, \quad j = \overline{1, n}. \quad (4.25)$$

Матриця  $P_{ji}^{-1}$ , яка входить у (4.25), є зворотною до матриці  $P_{ji}$  й теж може бути заздалегідь розрахована. Існування зворотної матриці при  $\sigma_\xi \neq 0$  може бути доведено подібно тому, як це зроблено в підрозділі 2.2 для матриць  $R_y$  і  $\tilde{R}_y$ . Зі співвідношення (4.25) можуть бути знайдені параметри  $z_i$  або їх оцінки  $z_i^*$ :

$$z_i = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} q_j^* \approx z_i^* = \sum_{i,j=1}^n \sum_{k=1}^s \alpha_{ij} P_{ij}^{-1} a_j(t_k) \Delta y(t_k).$$

Використаємо скорочені матричні позначення для оцінок  $z_i^*$ :

$$z^* = \alpha P^{-1} a^T \Delta y. \quad (4.26)$$

Величина  $\beta = \alpha P^{-1} a^T$  складається з відомих величин і також може бути обчислена заздалегідь. Позначимо:

$$\beta(t_k) = \sum_{j,i=1}^n \alpha_{ji} P_{ji}^{-1} a_j(t_k).$$

Тоді співвідношення (4.26) набуває вигляду:

$$z_i^* = \sum_{k=1}^s \beta(t_k) \Delta y(t_k). \quad (4.27)$$

У випадку безперервного вимірювання вихідного сигналу на інтервалі  $[0, T]$  з системи рівнянь (4.20) аналогічним чином отримаємо:

$$z_i^* = \int_0^T \tilde{\beta}_k(t) \Delta y(t) dt, \quad (4.28)$$

$$\text{де } \tilde{\beta}_k(t) = \sum_{j,i=1}^n \alpha_{ji} \tilde{P}_{ji}^{-1} a_j(t),$$

$$\tilde{P}_{ji} = \sigma_{\xi}^2 \tau_0 Q_{ji}^{-1} + \int_0^T a_j(t) a_i(t) dt. \quad (4.29)$$

Формули (4.27), (4.28) складають метод обробки відгуку (вихідного сигналу) за нормальними законами розподілу параметрів контролю та завади. Отриманий метод визначає алгоритм роботи аналізатора, який є нескладним і полягає у вимірюванні миттєвих значень вихідного сигналу, множенні цих значень на відомі числа або функції й подальшому підсумовуванні або інтегруванні. Наскладніша задача розрахунку величин  $\beta(t_k)$  або  $\tilde{\beta}_k(t)$  повинна бути вирішена заздалегідь, але один раз, бо для всіх РНК однієї структури ці величини рівні [39], [56].

У випадку, коли ширина функції розподілу завади параметрів контролю РНК  $\sigma_{\xi} \ll \sigma_q$ , критерій максимуму апостеріорної функції розподілу замінюється критерієм максимальної правдоподібності, тому оцінки параметрів  $q^*$  повинні визначатися з умови максимуму функції  $\rho(y/q) = \rho_2[y - y_0(q)]$ . Для нормального закону розподілу, як видно з рівняння (4.20), умова максимуму функції  $\rho_2[y - y_0(q)]$  еквівалентна умові мінімуму суми відповідних квадратів різниць  $y(t) - y_0(t, q)$ . При цьому визначення оцінок  $q^*$  полягає у застосуванні методу найменших квадратів

[134]. Відповідні результати можуть бути отримані з формул (4.19), (4.20) з урахуванням граничного переходу  $\sigma_\xi \rightarrow 0$  [40], [56].

Оскільки для нормального закону середнє значення співпадає з найбільш імовірним, то критерій мінімального середньоквадратичного ризику, який приводить до оцінки за середнім значенням, фактично співпадає з критерієм максимальної апостеріорної ймовірності та не потребує окремого розгляду.

Величина мінімального ризику, тобто мінімум СКЗ похибки  $\varepsilon_{\min}$  пов'язана з елементами матриць  $P_{ji}^{-1}$  і  $\alpha_{ji}$  виразом:

$$\varepsilon_{\min} = \left\langle \sum_{i=1}^m (z_i - z_i^*)^2 \right\rangle \sigma_\xi^2 \text{Sp}(\alpha P^{-1} \alpha^T) = \sigma_\xi^2 \sum_{k=1}^s \sum_{i,j=1}^m \alpha_{ik} \alpha_{ij} P_{ij}^{-1}. \quad (4.30)$$

Величина  $\varepsilon_{\min}$  є сумою середньоквадратичної похибки вимірювання сукупності параметрів  $z_i$ , для кожного з яких СКЗ похибки вимірювання

$$\varepsilon_{i \min} = \left\langle (z_i - z_i^*) \right\rangle = \sigma_\xi^2 \sum_{k,j=1}^n \alpha_{ik} \alpha_{ij} P_{kj}^{-1}. \quad (4.31)$$

Як видно з виразів (4.30), (4.31), похибка вимірювання не залежить (за нормальним законом розподілу) від величини розкиду параметрів і визначається відомими величинами  $\sigma_\xi^2 \alpha_{ij}$  і  $P_{ji}$ , отже ця похибка також може бути розрахована при відомій структурі комплексу та дисперсії завади.

Контроль технічного стану РНК засобів водного транспорту, який проводиться відповідно до алгоритму (4.27) або (4.28), є максимально повним (особливо при незначних відхиленнях параметрів від номінальних значень). У результаті можуть бути знайдені значення усіх параметрів  $z_i$  (або  $q_j$ ), які характеризують технічний стан РНК.

У багатьох випадках відсутня необхідність у глибокому контролі, а можливо обмежитися тільки визначенням сумарної характеристики відхилень усіх параметрів контролю РНК, наприклад, сумарної величини

квадратів відхилень параметрів від номінальних значень  $\Delta q_j$ , зважена відповідно до коефіцієнтів значимості (ваги)  $\gamma_j$  кожного параметра:

$$Z = \sum_{j=1}^n \gamma_j \Delta q_j^2. \quad (4.32)$$

У більш загальному випадку величина  $Z$  може бути зваженою сумою квадратів відхилень параметрів  $\Delta z_i(q)$  від номінальних значень:

$$Z = \sum_{i=1}^m \gamma_i \Delta z_i^2. \quad (4.33)$$

При лінійній залежності параметрів  $z_i$  від  $q_j$  вираз (4.33) запишемо:

$$Z = \sum_{i,j=1}^n \gamma_{ji} q_j q_i, \quad (4.34)$$

$$\text{де } \gamma_{ji} = \sum_{k=1}^n \gamma_k \alpha_{kj} \alpha_{ki}.$$

Отримане співвідношення несуттєво відрізняється від виразу (4.32), вибором інших змінних  $q'_j$  воно може бути приведено до його вигляду. Введемо позначення  $q_j^*$  для апостеріорного середнього параметра  $q_j$  і через  $\Delta q_j$  відхилення від цього середнього, отже  $q_j = q_j^* + \Delta q_j$ . Вираз (4.32) можна записати в такому вигляді:

$$Z = \sum_{j=1}^n \gamma_j (q_j^* + \Delta q_j)^2. \quad (4.35)$$

Величина  $Z$  є випадковою та її закон розподілу залежить від закону розподілу відхилень  $\Delta q_j$ , тобто від апріорної функції розподілу  $\rho(q/y)$ :

$$\rho(z) = \int_0^n \rho(\Delta q / y) \delta \left[ Z - \sum_{j=1}^n \gamma_j (q_j^* + \Delta q_j)^2 \right] \prod_{j=1}^n d\Delta q_j. \quad (4.36)$$

Функція  $\rho(z)$  з виразу (4.36) не може бути знайдена через відомі функції навіть за нормальним законом розподілу  $\rho(q/y)$ . Якщо апостеріорна дисперсія величин  $q_j$  незначна порівняно з параметрами  $q_j^*$ , то функція  $\rho(z)$  буде близькою до нормального закону. Інакше, коли дисперсія  $\Delta q_j$  є значною порівняно з параметрами  $q_j^*$ , то розподіл  $\rho(z)$  прагне до  $\chi^2$ -розподілу розмірності  $n$ .

Апостеріорне значення величини  $Z$ , яке може використовувати за оцінку  $z^*$  величини  $Z$ , розраховується за допомогою виразу (4.35):

$$z^* = \langle z \rangle = \sum_{j=1}^n \gamma_j (q_j^*) + \sum_{i,j=1}^n \gamma_j \langle \Delta q_i \Delta q_j \rangle y.$$

Апостеріорна кореляційна матриця величин  $\Delta q_j$ , як видно з виразів (4.22) – (4.25), дорівнює:

$$\langle \Delta q_i \Delta q_j \rangle y = P_{ji}^{-1} \sigma_\xi^2,$$

де  $P_{ji}$  визначається з виразу (4.24).

Таким чином, для оцінки  $z^*$  запишемо:

$$z^* = \sum_{j=1}^n \gamma_j (q_j^*)^2 + \sigma_\xi^2 \sum_{i,j=1}^n \gamma_j P_{ji}^{-1}. \quad (4.37)$$

Другий член у формулі (4.37) не залежить від вимірюваного значення вихідного сигналу та є постійною величиною. Від вимірювання миттєвих значень вихідного сигналу залежать тільки оцінки  $q_j^*$ , що визначається

формулою (4.25). При дискретних вимірюваннях вихідного сигналу з (4.25) отримаємо:

$$q_j^* = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^s P_{ji}^{-1} a_j(t_k) \Delta y(t_k).$$

Позначимо  $\beta'_j(t_k) = \sum_{i=1}^m P_{ji}^{-1} a_i(t_k)$ , тоді наведений вираз запишемо у вигляді:

$$q_j^* = \sum_{k=1}^s \beta'_j(t_k) \Delta y(t_k). \quad (4.38)$$

Для безперервного вимірювання вихідного сигналу аналогічно запишемо:

$$q_j^* = \int_0^T \tilde{\beta}'_j(t) \Delta y(t) dt, \quad (4.39)$$

де  $\tilde{\beta}'_j(t) = \sum_{i=1}^m \tilde{P}_{ji}^{-1} a_i(t_k)$ , а  $\tilde{P}_{ji}$  визначається з виразу (4.29).

Формули (4.37) – (4.39) визначають алгоритм роботи аналізатора, який за виміряними миттєвими значеннями вихідного сигналу  $\Delta y(t)$  визначає сумарне квадратичне відхилення параметрів контролю РНК  $\gamma_j$  (4.32). Як видно, при порівнянні виразів (4.38), (4.39) з формулами (4.27), (4.28), обсяг розрахунків, який має виконати аналізатор для визначення оцінки  $z^*$  (4.32), фактично не менший обсягу розрахунків, який виконує аналізатор для визначення всіх параметрів  $z_i^*$  або  $q_j^*$ . У випадку, коли визначається величина  $Z$ , відповідно до формул (4.33), (4.34), для оцінки  $Z^*$  аналогічно отримаємо:

$$Z^* = \sum_{i=1}^m \gamma_i (z_i^*)^2 + \sigma_\xi^2 \sum_{k=1}^s \sum_{i,j=1}^m \gamma_k \alpha_{ki} \alpha_{kj} P_{ij}^{-1}. \quad (4.40)$$

Другий член у формулі (4.40) являє собою середньоквадратичний ризик і також може бути розрахований заздалегідь. Оцінки  $z_i^*$  визначаються формулами (4.27) або (4.28). Отже, і в цьому випадку для визначення оцінок параметрів  $z_i^*$  необхідно фактично розрахувати спочатку оцінки за формулами (4.27), (4.28). Крім розрахунків оцінок параметрів  $q_j^*$  або  $z_i^*$  в алгоритмах, які реалізують співвідношення (4.37) або (4.40), необхідно виконати арифметичні операції (піднесення до ступеня, додавання). Водночас вихідний пристрій аналізатора, який працює згідно з алгоритмом (4.37) або (4.40), буде простішим, ніж у аналізатора, який визначає всю номенклатуру параметрів  $z_i$  або  $q_j$ , відповідно до алгоритмів (4.27), (4.28). Оскільки в першому випадку необхідно зафіксувати тільки одну оцінку  $z^*$ , а не весь набір оцінок  $z_i^*$  або  $q_j^*$ .

Розглянуті методи обробки вихідного сигналу РНК, що контролюються, пропонується використовувати для визначення параметрів за критерієм максимальної інформації, яка є у вихідному сигналі. Для визначення кожного з параметрів  $z_i$  або  $q_j$  використовується вся сукупність миттєвих значень вихідного сигналу  $\{y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_s)\}$ . З іншого боку, при обробці цієї сукупності миттєвих значень необхідно забезпечити мінімальну при даному рівні завади похибку шляхом застосування кореляційної фільтрації вихідного сигналу. Тому розглянуті методи є завадозахищеними і, відповідно, оптимальними.

Застосування запропонованого методу обробки вихідного сигналу не завжди є виправданим. Інколи можливо істотно спростити апаратуру аналізатора шляхом застосування спрощеного методу обробки вихідного сигналу. Водночас необхідно не допустити різкого (суттєвого) зниження завадозахищеності.

Розглянемо деякі спрощення методів обробки відгуку РНК засобів водного транспорту.

### **4.3 Метод контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів без використання максимальної інформації про відгук**

Оптимальні методи обробки відгуку, які забезпечують мінімальну похибку, тобто максимальну завадозахищеність при даному рівні завади, максимально повно використовують всю інформацію, яка міститься у вихідному сигналі РНК, що контролюються. Для визначення оцінок параметрів  $z_i^*$  або  $q_j^*$  використовуються миттєві значення вихідного сигналу на всіх точках відліку  $\{\Delta y(t_k)\}$ , де  $k = \overline{1, s}$ . Для спрощення алгоритму роботи аналізатора зменшується кількість елементів вибірки, яка використовується для визначення оцінок параметрів  $z_i^*$  або  $q_j^*$ . Це призводить до зниження завадозахищеності методу контролю. Граничним є випадок визначення кожного параметра лише за одним елементом вибірки – миттєвим значенням вихідного сигналу в одній точці. Але спрощення обробки відгуку максимально знижує й завадозахищеність. Наприклад, відомі методи визначення статистичного коефіцієнта підсилення за усталеним значенням сигналу або зсуву фази за різницею проходження через нуль вхідного та вихідного сигналів є максимально простими, однак мають дуже низьку завадозахищеність.

Для підвищення рівня завадозахищеності методу обробки, який використовує часткову інформацію про вихідний сигнал, необхідно провести фільтрацію вихідного сигналу.

Нехай у методі визначення параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту використовується середнє значення сигналу непогодження  $\overline{\Delta y} = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \Delta y(t_k)$ . Для безперервного спостереження знак суми

заміняємо інтегралом:  $\overline{\Delta y} = \frac{1}{T} \int_0^T \Delta y(t) dt$ . У такому випадку, з одного боку,

спрощується апаратура аналізатора, яка полягає у наявності суматора та інтегратора, а з іншого боку, забезпечується фільтрація завади за рахунок її усереднення при операції сумовування чи інтегрування. Метод має більш низький рівень заводозахищеності, ніж оптимальний, проте за рахунок оптимального тестового сигналу суттєво знижується похибка та збільшується заводозахищеність. Доведемо, як вибрати вхідний сигнал для забезпечення мінімальної похибки методу обробки відгуку.

За умови незначних відхилень параметрів контролю РНК від номінальних значень величина  $\overline{\Delta y}$  може бути записана так:

$$\overline{\Delta y} = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^n a_j(t_k) q_j + \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \xi(t_k).$$

Позначимо через  $A_j = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s a_j(t_k)$  і  $\xi = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \xi(t_k)$ . Вважаємо, що величини  $\xi(t_k)$  розподілені за нормальним законом і незалежні:  $\langle \xi(t_i) \xi(t_k) \rangle = \sigma_\xi^2 \xi_{ik}$ . Завада  $\xi$  також буде розподілена за нормальним законом з дисперсією

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_\xi^2}{s}. \quad (4.41)$$

Параметри  $q_j$  будемо також вважати розподіленими за нормальним законом з матрицею кореляції  $Q_{ij} = \langle q_i q_j \rangle$ . Запишемо величину  $\overline{\Delta y}$  так:

$$\overline{\Delta y} = \sum_{j=1}^n A_j q_j + \xi.$$

Мета контролю полягає у визначенні величини  $z = \sum_{j=1}^n \alpha_j q_j$  за відомими величинами  $\overline{\Delta y}$ . У частковому випадку, коли всі величини  $\alpha_j$ , крім однієї, дорівнюють нулю, параметри  $z_i$  співпадають з відповідним параметром  $q_j$ .

Функція  $\rho(z/\overline{\Delta y})$  знаходиться шляхом інтегрального представлення функції  $\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} dk$ :

$$\rho(z/\overline{\Delta y}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(k) e^{ikz} dk,$$

де характеристична функція  $\Theta(k)$  дорівнює:

$$\Theta(k) = A \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n (Q^{-1})_{ij} q_i q_j - \frac{1}{2\sigma^2} \left( \overline{\Delta y} - \sum_{j=1}^n A_j q_j \right)^2 - ik \sum_{j=1}^n \alpha_j q_j \right\} \prod_{j=1}^n dq_j,$$

де  $(Q^{-1})_{ij}$  матриця, зворотна кореляційній матриці  $Q_{ij}$  параметрів  $q_j$ .

Коефіцієнт  $A$  можна знайти з умови  $\Theta(0)=1$ . Після проведення розрахунків

$$\Theta(k) = \exp \left\{ -ik\eta - 0,5\epsilon k^2 \right\},$$

$$\text{де } \eta = \frac{\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} \alpha_i A_j}{\sigma^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} A_i A_j} \overline{\Delta y} \Theta;$$

$$\varepsilon = \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} \alpha_i \alpha_j - \frac{\left( \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} \alpha_i A_j \right)^2}{\sigma^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} A_i A_j} \overline{\Delta y \Theta}. \quad (4.42)$$

Величина  $z$  розподілена за нормальним законом, причому середнє апостеріорне значення величини  $z$  дорівнює  $\eta$ , а апостеріорна дисперсія  $\varepsilon$

$$\langle z \rangle | \overline{\Delta y} = \eta, \quad \langle (z - \eta)^2 \rangle | \overline{\Delta y} = \varepsilon.$$

Аналіз співвідношення (4.42) показує, що похибка визначення величини  $Z$  залежить від величин  $A_j$ , які є функціоналами від вхідного тестового сигналу  $u(t)$ . Для дискретних і безперервних вимірювань відгуку відповідно маємо:

$$A_j(\{u\}) = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s Q_j(t_k, \{u\}); \quad (4.43)$$

$$A_j(\{u\}) = \frac{1}{T} \int_0^T Q_j(t, \{u\}) dt. \quad (4.44)$$

Отже, величина похибки  $\varepsilon$  залежить від вхідного тестового сигналу  $u(t)$ . Вибір оптимального сигналу може звести цю похибку до мінімуму:

$$\varepsilon(u_{\text{опт}}) = \min_{\{u\}} \varepsilon(\{u\}).$$

Оскільки перший член у формулі (4.42) від вхідного сигналу не залежить, то сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$  можна обчислити з умови мінімуму величини  $\Psi$ :

$$\Psi = \frac{\sigma^2 + \sum_{i,j=1}^n Q_{ij} A_i A_j}{\left( \sum_{i,j=1}^n Q_{ij} \alpha_i A_j \right)^2}, i \neq j, \quad (4.45)$$

де  $\sigma^2$  визначається згідно з (4.41).

Замість величини  $A_j$  у цій формулі необхідно підставити вираз (4.43) або (6.44). Величина  $\sigma^2$  у формулі (4.45) при великій кількості відліків сигналу  $s$  може бути досить малою (зниження рівня завади за рахунок фільтрації при усередненні). При  $\sigma^2 \ll \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} A_i A_j$  вираз для  $\Psi$  можна

записати так:

$$\tilde{\Psi} \cong \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n \left( Q_{ij} \frac{A_i}{\sum_{\substack{k,i=1 \\ j \neq k}}^n Q_{ki} \alpha_k A_i} \cdot \frac{A_j}{\sum_{\substack{k,j=1 \\ j \neq k}}^n Q_{kj} \alpha_k A_j} \right). \quad (4.46)$$

Отримане співвідношення показує, що знаходження мінімального значення величини  $\tilde{\Psi}$ , еквівалентне розрахунку мінімального значення

величини  $\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} A_i A_j$  при додатковій умові  $\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} \alpha_i A_j = V = \text{const}$ , є більш

простим. У випадку нелінійних систем сформульована варіаційна задача визначення вхідного сигналу не може бути розв'язана аналітично, для її розв'язання необхідно скористатися ПК. Для лінійних систем може бути знайдено вхідний тестовий сигнал аналітично [56], [159].

Для лінійних систем величини  $a_j(t\{u\})$  розраховуються так:

$$a_j(t\{u\}) = \int_0^T w_j(t, \tau) u(\tau) d\tau. \quad (4.47)$$

Отже, для величини  $A_j$  можна записати:

$$A_j = \int_0^T \bar{w}_j(t, \tau) u(t) dt, \quad (4.48)$$

де функції  $\bar{w}_j(t, \tau)$  для дискретних вимірювань визначаються як

$$\bar{w}_j(t, \tau) = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s w_j(t_k, \tau). \quad (4.49)$$

Для безперервних вимірювань відгук знайдемо у вигляді функції  $\bar{w}_j(t, \tau)$

:

$$\bar{w}_j(t, \tau) = \frac{1}{T} \int_0^T w_j(t, T) dt. \quad (4.50)$$

У формулах (4.47) – (4.50) враховано, що  $w_j(t, \tau) = 0$  при  $t < T$ . Величини  $A_j$ , як видно з виразу (4.48), є скалярними добутками функцій  $\bar{w}_j(t, \tau)$  і  $u(t)$  і для скорочення позначимо їх  $A_j = (\bar{w}_j, u)$ . Функції  $\bar{w}_j(t, \tau)$  при різних  $j$  є лінійно незалежними.

Задача знаходження мінімального значення величини  $\tilde{\Psi}$  (4.46) полягає у знаходженні мінімуму функціонала  $\Phi = \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} A_i A_j = \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} (\bar{w}_i, u) (\bar{w}_j, u)$

при врахуванні додаткової умови:  $\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} \alpha_i A_j = \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} \alpha_i (\bar{w}_i, u) = \text{const}$ . Для

розв'язання цієї задачі складемо відповідно до методу Лагранжа [65], [133]

функціонал  $\chi = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij}(\bar{w}_i, u)(\bar{w}_j, u) - \lambda \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} \alpha_i(\bar{w}_i, u)$ . Обчислення першої

варіації цього функціонала  $\delta\chi$  надає рівняння для визначення вхідного сигналу  $u(t)$ :

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij}(\bar{w}_i, u) \bar{w}_j = \lambda \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n Q_{ij} \alpha_i \bar{w}_j. \quad (4.51)$$

Оскільки функції  $\bar{w}_j$  лінійно незалежні, то вираз (4.51) може бути виконаний тільки при співпаданні коефіцієнтів при функціях  $\bar{w}_j(t, \tau)$  у правій і лівій частинах:

$$\sum_{j=1}^n Q_{ij}(\bar{w}_j, u) = \lambda \sum_{j=1}^n Q_{ij} \alpha_j. \quad (4.52)$$

Оскільки матриця  $Q_{ij}$  має зворотну, то з виразу (4.52) остаточно отримаємо:

$$A_j = (\bar{w}_j, u) = \lambda \alpha_j. \quad (4.53)$$

Умова (4.53) показує, що функціонал  $\tilde{\Psi}$  має мінімальне значення, коли величини  $A_j$  пропорційні відповідним величинам  $\alpha_j$ . Після підстановки значення  $A_j$  (4.53) у формулу (4.42) для похибки  $\varepsilon$  отримаємо:

$$\varepsilon = \frac{\sigma^2 \sum_{i,j=1}^n Q_{ij} \alpha_i \alpha_j}{\sigma^2 + \lambda^2 \sum_{i,j=1}^n Q_{ij} \alpha_i \alpha_j}, \quad j \neq i. \quad (4.54)$$

Умова (4.53) не дозволяє визначити оптимальний вхідний тестовий сигнал  $u(t)$ . Є нескінченна кількість вхідних сигналів, які задовольняють цим умовам. Наприклад, якщо параметр  $z_i$  співпадає з одним з параметрів контролю РНК, тобто,  $z_i = q_j$ , то  $\alpha_1 = 1$ ,  $\alpha_i = 0$  (при  $i \neq 1$ ). Тоді умова (4.53) потребує ортогональності вхідного сигналу всім функціям  $\bar{w}_j(t, \tau)$  при  $i \neq 1$ , що не дозволяє визначити оптимальний сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$ . Проте цю умову можна використовувати для мінімізації похибки (4.54). З виразу видно, що мінімальне значення  $\varepsilon$  буде досягатися при максимальному значенні  $\lambda$  [22, 56].

Максимально допустиме значення  $\lambda$  обмежено умовами, які накладаються на вхідний сигнал  $u(t)$ .

Якщо вхідний сигнал обмежений за енергією або середньою потужністю, то задача знаходження мінімального значення величини  $\lambda$  полягає у пошуку максимального значення  $\lambda$  за умови (4.53) і додатковому обмеженні вигляду:

$$\int_0^T u^2(t) dt \equiv (u, u) \leq E_c. \quad (4.55)$$

Сигнал  $u(t)$ , який мінімізує похибку  $\varepsilon$ , є лінійною комбінацією функцій  $\bar{g}_i(t, \tau)$ . Позначимо коефіцієнти цієї лінійної комбінації через  $x_j$ , отримаємо:

$$u(t) = \sum_{j=1}^n x_j \bar{w}_j(t, \tau). \quad (4.56)$$

Коефіцієнти  $x_j$  визначаються з умови (4.53) після підстановки виразу (4.56):

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} x_j = \lambda \alpha_i. \quad (4.57)$$

Величини  $A_{ij}$  дорівнюють скалярним добуткам функцій  $\bar{w}_i$  і  $\bar{w}_j$ :

$$A_{ij} = (\bar{w}_i \cdot \bar{w}_j) \equiv \int_0^T \bar{w}_i(t, \tau) \bar{w}_j(t, \tau) dt.$$

Детермінант системи рівнянь (4.57) обчислюється:

$$\Delta = \det \|A_{ij}\| = \det \|\bar{w}_i \cdot \bar{w}_j\|.$$

Детермінант  $\Delta$  є визначником Грама для функцій  $\bar{w}_j(t, \tau)$  [134]. Оскільки функції  $\bar{w}_j(t, \tau)$ , згідно з припущенням, лінійно незалежні, то визначник  $\Delta \neq 0$  і система рівнянь (4.57) мають розв'язок. Якщо  $A_{ij}^{-1}$  – коефіцієнти зворотної матриці, то:

$$x_j = \lambda \sum_{i=1}^n A_{ij}^{-1} \alpha_i. \quad (4.58)$$

Порівняння співвідношень (4.58) і (4.56) визначає оптимальний вхідний сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$  з точністю до постійного коефіцієнта  $\lambda$ , який знаходиться з умови нормування (4.55). Зі співвідношення (4.56) знайдемо

$$(u, u) = \sum_{j=1}^n x_j (\bar{w}_j, u), \text{ а скориставшись рівняннями (4.53) – } (u, u) = \lambda \sum_{j=1}^n x_j \alpha_j.$$

Після підстановки замість коефіцієнтів  $x_i$  їх значення з (4.58) будемо мати:

$$(u, u) = \lambda^2 \sum_{i,j=1}^n A_{ij}^{-1} \alpha_i \alpha_j. \text{ Таким чином, величина } \lambda \text{ дорівнює:}$$

$$\lambda = \left[ \frac{E_c}{\sum_{i,j=1}^n A_{ij}^{-1} \alpha_i \alpha_j} \right]^{1/2}. \quad (4.59)$$

Отже, вихідний оптимальний сигнал, який забезпечує мінімальне значення похибки  $\varepsilon$ , повністю визначений.

Величина мінімальної похибки визначається формулою (4.54), де замість  $\lambda$  необхідно підставити вираз (4.59). Виразу (4.54) можна надати більш зрозумілого фізичного змісту, якщо  $\sum_{i,j=1}^n Q_{ij} \alpha_i \alpha_j = \langle Z^2 \rangle = \sigma_Z^2$ . Крім того,  $\varepsilon$  дорівнює апостеріорній похибці величини  $Z: \varepsilon = \langle (Z - \eta)^2 \rangle$ . Отже, відношення  $\varepsilon / \sigma_Z^2$  характеризує звуження області розкиду параметрів  $z_i$ , яке досягається в результаті контролю:

$$\frac{\varepsilon}{\sigma_Z^2} = \frac{1}{1 + s\lambda^2 \frac{\sigma_Z^2}{\sigma_\xi^2}}. \quad (4.60)$$

Як видно з виразу (4.60), зменшення величини  $\varepsilon / \sigma_Z^2$  досягається, по-перше, за рахунок фільтрації завади при великих  $s$ , і, по-друге, за рахунок максимально допустимого збільшення величини  $\lambda$ . Очевидно, при достатньо великих значеннях  $s$  і  $\lambda$  можна досягти незначного значення відношення  $\varepsilon / \sigma_Z^2$  навіть у випадку, коли дисперсія завади  $\sigma_\xi^2$  є незначною. В цьому фактично проявляється заводозахищеність методу контролю, що розглядається.

Перевагою є простота технічної реалізації вимірювального генератора та аналізатора, що може призвести до суттєвого спрощення всієї процедури контролю при збереженні достатньо високої заводозахищеності.

Недоліком розглянутого методу є необхідність проведення вимірювання кожного з параметрів  $z_i$  або кожного параметра системи  $q_j$ , тому для кожного з них необхідно формувати свій сигнал. При цьому сумарний час контролю параметрів системи буде більшим порівняно з розглянутим у підрозділі 4.2 методом обробки вихідного сигналу. В цьому методі використовується один сигнал для визначення усіх параметрів, отже

аналізатор після обробки цього сигналу може одночасно видати інформацію про всі параметри контролю РНК.

У другому спрощеному методі визначення технічного стану РНК для визначення параметрів системи буде використовуватися не середнє значення

$$\text{сигналу непогодження, а СКЗ: } U^2 = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s [\Delta y(t_k)]^2.$$

Технічна реалізація апаратури аналізатора буде представляти собою цифровий вольтметр діючого значення. У ньому використовується значення  $U^2$  для визначення сумарного середньоквадратичного виходу параметрів

$$\text{системи } Z = \sum_{j=1}^n \beta_j q_j^2, \text{ де } q_j - \text{вихід } j\text{-го параметра, а } \beta_j - \text{відповідний}$$

коефіцієнт ваги. Визначення величини  $Z$  важливе при загальній оцінці технічного стану РНК засобів водного транспорту. Перевищення величиною  $Z$  даного рівня буде свідчити про несправність комплексу, що контролюється. Визначення сумарного середньоквадратичного виходу параметрів дає меншу інформацію про стан системи, ніж визначення кожного з його параметрів або частини параметрів. Це може бути корисним, коли для скорочення часу контролю необхідно жертвувати його глибиною.

Для дослідження можливостей розглянутого методу розрахуємо спочатку умовну функцію розподілу параметрів системи  $q_j$  при відомій

$$\text{(вимірній) величині } U^2 = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s (\Delta y_i)^2 = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s (\Delta y_i^0 + \xi_i)^2. \text{ Заваду } \xi \text{ будемо}$$

вважати розподіленою за нормальним законом з дисперсією  $\langle \xi_i^2 \rangle = \sigma_\xi^2$ . Для

умовної функції розподілу  $\rho(q/U^2)$  можна записати:

$$\rho(q/U^2) = \frac{1}{\rho(U^2)} \rho(q, U^2) = \frac{\rho_q(q)^T}{\rho(U^2)_0} \int \rho(U^2/q) dt.$$

Для функції  $\rho(U^2/q)$  отримаємо:

$$\rho(U^2/q) = \int_0^T \left\{ \rho_\xi(\xi) \delta \left[ U^2 - \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s (\Delta y_i^0 + \xi_i)^2 \right] \right\} \prod_{i=1}^s d\xi_i.$$

Обчислимо спочатку характеристичну функцію  $\Theta(k)$

$$\Theta(k) = \int_0^T \rho(U^2/q) e^{-ikU^2} dU^2 = \int_0^T \left\{ \rho_\xi(\xi) \exp \left[ -ik \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s (\Delta y_i^0 + \xi_i)^2 \right] \right\} \prod_{i=1}^s d\xi_i.$$

Підставивши замість функції  $\rho_\xi(\xi)$  її значення

$$\rho_\xi(\xi) = (2\pi\sigma_\xi^2)^{-s/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\xi^2} \sum_{k=1}^s \xi_i^2 \right\}, \text{ знайдемо:}$$

$$\Theta(k) = (2\pi\sigma_\xi^2)^{-s/2} \int_0^T \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_\xi^2} \sum_{i=1}^s \xi_i^2 - ik \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (\Delta y_i^0 + \xi_i)^2 \right] \prod_{i=1}^s d\xi_i. \quad (4.61)$$

Обчислення інтегралу у формулі (4.61) дозволяє отримати для  $\Theta(k)$ :

$$\Theta(k) = \left( 1 + 2ik \frac{\sigma_\xi^2}{s} \right)^{-s/2} \exp \left[ -\frac{ik}{1 + 2ik\sigma_\xi^2/s} \cdot \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (\Delta y_i^0)^2 \right].$$

Позначимо через  $U_0^2 \equiv \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (\Delta y_i^0)^2$  значення величини  $U^2$  при відсутності завади,  $\sigma^2 = \frac{1}{s} \sigma_\xi^2$ . Тоді для величини  $\Theta(k)$  запишемо:

$$\Theta(k) = (1 + 2ik\sigma^2)^{-s/2} \exp \left[ -\frac{ikU_0^2}{1 + 2ik\sigma^2} \right].$$

Величина  $U_0^2$  визначається виходами  $q_j$  за границі номінальних значень

$$U_0^2 = U_0^2(q_j) = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s (\Delta y_k^0)^2 = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \sum_{i,j=1}^n a_i(t_k) a_j(t_k) q_i q_j = \sum_{i,j=1}^n k_{ij} q_i q_j,$$

де оператор  $k_{ij}$  дорівнює

$$k_{ij} = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s a_i(t_k) a_j(t_k).$$

Функція розподілу  $\rho(U^2/q)$  може бути обчислена за формулою:

$$\rho(U^2/q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(k) e^{ikU^2} dk = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (1 + 2ik\sigma^2)^{-s/2} \exp\left[-\frac{ikU_0^2}{1 + 2ik\sigma^2} + ikU^2\right] dk. \quad (4.62)$$

Обчислення інтегралу (4.62) надає вираз для функції розподілу  $\rho(U^2/q)$ :

$$\rho(U^2/q) = \frac{1}{\sigma^2} \left(\frac{U_0}{U}\right)^{1-s/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(U_0^2 + U^2)\right\} I_{s/2-1}\left(\frac{1}{\sigma^2} \sqrt{U_0^2 U^2}\right). \quad (4.63)$$

У формулі (4.63)  $I_{s/2-1}(x)$  – функція Бесселя мнимого аргументу порядку  $s/2-1$ . Формула (4.63) справедлива при всіх значеннях  $s$ , а її значення є точкою. В практиці контролю кількість відліків вихідного сигналу буває різною. При значних  $s$  формула (4.63) може бути спрощеною. З цією метою скористаємося асимптотичним виразом для функції Бесселя при значних  $s$

$$\rho\left(\frac{U^2}{q}\right) \approx A \left\{ \frac{\sigma_\xi^2 + \sqrt{4U^2U_0^2 + \sigma_\xi^4}}{2U^2} \exp\left[ \frac{1}{\sigma_\xi^2}(U^2 + U_0^2) - \frac{1}{\sigma_\xi^2} \sqrt{4U^2U_0^2 + \sigma_\xi^4} \right] \right\}^{-\frac{s}{2}}$$

Для подальшого обчислимо умовну функцію розподілу  $\rho(U_0^2/U^2)$ :

$$\rho(U_0^2/U^2) = A \exp\left[ -\frac{s}{4\sigma_\xi^2(U^2 + \sigma_\xi^2)}(U_0^2 - U^2 - \sigma_\xi^2)^2 \right]. \quad (4.64)$$

Як видно з виразу (4.64), величина  $U_0^2 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (\Delta y_i^0)^2$  при відомій

$U^2 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (\Delta y_i^0 + \xi_i)^2$  розподілена при великих  $s$  за нормальним законом зі

зміщеним середнім значенням, яке дорівнює  $\langle U_0^2 \rangle / U^2 = U^2 + \sigma_\xi^2$ .

Дисперсія величини  $U_0^2$  є залежною від  $U^2$  і розраховується за формулою:

$$D(U_0^2)/U^2 = \frac{2\sigma_\xi^2(\sigma_\xi^2 + 2U^2)}{s}. \quad (4.65)$$

При достатньо значній кількості відліків сигналу  $s$ , навіть якщо похибка окремого вимірювання є значною, дисперсія величини  $U_0^2$  може бути достатньо незначною. Тобто, метод, що розглядається, має гарну завадозахищеність при визначенні величини  $U_0^2$  [56, 159].

Вибір необхідної кількості відліків  $s$  для забезпечення заданої завадозахищеності здійснюється формулою (4.65). Величина відносної дисперсії  $D(U_0^2)/U^2$  дорівнює:

$$\frac{D(U_0^2)/U^2}{[\langle U_0^2 \rangle / U^2]^2} = \frac{2}{s} \cdot \frac{\sigma_\xi^2 (\sigma_\xi^2 + 2U^2)}{(\sigma_\xi^2 + U^2)^2} = \frac{2}{s} \cdot \frac{1 + 2 \frac{U^2}{\sigma_\xi^2}}{\left(1 + \frac{U^2}{\sigma_\xi^2}\right)^2}. \quad (4.66)$$

Відношення  $U^2/\sigma_\xi^2$  є фактичним відношенням сигнал/шум на «вході» методу контролю  $\frac{U^2}{\sigma_\xi^2} = \frac{P_c}{P_{ш}}$ , тому співвідношення (4.66) визначає збільшення відношення сигнал/шум після обробки вихідного сигналу

$$\left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{\text{вих}} = \frac{s}{2} \cdot \frac{\left[1 + \left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{\text{вх}}\right]^2}{1 + 2 \left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{\text{вх}}}.$$

При незначному відношенні сигнал/шум на «вході», тобто при  $\left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{\text{вх}} \ll 1$ , отримаємо  $\left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{\text{вих}} \approx \frac{s}{2} \gg 1$ , при значному відношенні сигнал/шум, тобто при  $\left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{\text{вх}} \gg 1$ ,  $\left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{\text{вих}} \approx \frac{s}{4} \left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{\text{вх}}$ .

Отже, відношення сигнал/шум на «виході» збільшується згідно з відношенням до значення сигнал/шум на «вході» у всіх випадках.

Вважаємо, що кількість відліків  $s$  вибрано так, що дисперсія величини  $U_0^2$  незначна, тому можливо знехтувати розкидом величини  $U_0^2$  біля середнього значення  $U_0^2 + \sigma_\xi^2$ . З'ясуємо, яку інформацію про величину

$Z = \sum_{j=1}^n \beta_j q_j^2$ , яка характеризує сумарний вихід усіх параметрів за границі

допусків, надає виміряна величина  $U^2$ . При відомій величині  $U_0^2$  параметри  $q_j$  задовольняють рівнянню:

$$\sum_{i,j=1}^n k_{ij} q_i q_j = U_0^2. \quad (4.67)$$

Отримана умова показує, що при заданій величині  $U_0^2$  геометричним місцем виходів параметрів  $q_j$  є еліпсоїд у просторі. З іншого боку, умова  $Z = \text{const}$  визначає в просторі параметрів  $q_j$  еліпсоїд  $Z = \sum_{j=1}^n \beta_j q_j^2$ , півосі якого співпадають з осями координат у цьому просторі.

Якщо здійснити в просторі параметрів  $q_j$  перетворення подібності  $q'_j = \sqrt{\beta_j} q_j$ , то еліпс  $Z = \text{const}$  перетвориться в сферу  $Z = \sum_{j=1}^n (q'_j)^2$ , у той час, як еліпсоїд (4.67) перетвориться в еліпсоїд  $\sum_{i,j=1}^n k'_{ij} q'_i q'_j = U_0^2$ , де  $k'_{ij} = k_{ij} / \sqrt{\beta_i \beta_j}$

(рис. 4.1).

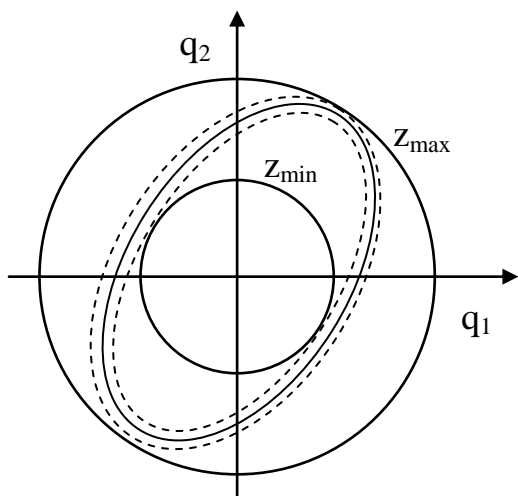


Рисунок 4.1 – Геометричне представлення поля допуску параметрів контролю

Як видно з рисунку 4.2, при заданому  $U_0^2$  величина  $Z = \sum_{j=1}^n (q'_j)^2$  може змінюватися від  $Z_{\min}$  до  $Z_{\max}$ . Величина  $Z_{\min}$  є квадратом радіусу сфери, яка вписана в еліпсоїд  $\sum_{i,j=1}^n k'_{ij} q'_i q'_j = U_0^2$ ,  $Z_{\max}$  – квадратом радіусу сфери, яка описана навколо цього еліпсоїду. Величини  $Z_{\min}$  і  $Z_{\max}$  визначаються власними значеннями елементів матриці  $k'_{ij}$ . Ці власні значення

$\lambda_i$  можуть бути знайдені з характеристичного рівняння для елементів матриці  $k'_{ij}$ :

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} k'_{11} - \lambda & \dots & k'_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ k'_{n1} & \dots & k'_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (4.68)$$

Позначимо через  $\lambda_{\min}$  мінімальне, а через  $\lambda_{\max}$  максимальне власне значення матриці  $k'_{ij}$ , тобто максимальний і мінімальний корені рівняння (4.68).

Тоді величини  $Z_{\min}$  і  $Z_{\max}$  будуть дорівнювати:

$$Z_{\min} = \frac{U_0^2}{\lambda_{\max}} \approx \frac{U_0^2 + \sigma_\xi^2}{\lambda_{\max}}; \quad Z_{\max} = \frac{U_0^2}{\lambda_{\min}} \approx \frac{U_0^2 + \sigma_\xi^2}{\lambda_{\min}}.$$

Матричні елементи  $k'_{ij}$ , отже й власні значення  $\lambda_{\min}$  і  $\lambda_{\max}$ , визначаються структурою РНК та вхідним тестовим сигналом

$k'_{ij} = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \frac{a_i(t_k)}{\sqrt{\beta_i}} \cdot \frac{a_j(t_k)}{\sqrt{\beta_j}}$ . Тому величини  $\lambda_{\min}$  і  $\lambda_{\max}$  можуть бути обчислені

заздалегідь до проведення контролю. Таким чином, виміряне в результаті

контролю СКЗ сигналу непогодження  $U^2 = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s (\Delta y_k)^2$  дозволяє визначити

границі, в яких знаходиться величина середньоквадратичного виходу параметрів комплексу:

$$\frac{U^2 + \sigma_\xi^2}{\lambda_{\max}} \leq Z \leq \frac{U^2 + \sigma_\xi^2}{\lambda_{\min}}.$$

Позначимо допустиме значення виходу параметрів через  $Z_{\text{доп}}$ . Тоді, якщо в результаті контролю з'ясується, що  $\frac{U^2 + \sigma_\xi^2}{\lambda_{\text{max}}} > Z_{\text{доп}}$ , тобто  $U^2 > \lambda_{\text{max}} Z_{\text{доп}} - \sigma_\xi^2$ , то це означає вихід параметрів контролю РНК за границі допуску. Якщо  $U^2 < \lambda_{\text{min}} Z_{\text{доп}} - \sigma_\xi^2$ , то параметри комплексу знаходяться в границях допуску.

Якщо після проведення контролю  $\lambda_{\text{min}} Z_{\text{доп}} - \sigma_\xi^2 < U^2 < \lambda_{\text{max}} Z_{\text{доп}} - \sigma_\xi^2$ , то метод контролю, що розглядається, не дозволяє зробити достовірного висновку про величину середньоквадратичного виходу  $Z$ , а можна тільки вказати ймовірність того, що величина  $Z > Z_{\text{доп}}$  або  $Z < Z_{\text{доп}}$ . Для визначення цього необхідно розрахувати умовну функцію розподілу величини  $Z$  при відомій величині  $U_0^2$ . Ця функція розподілу визначається всіма власними значеннями  $\lambda_i$  матриці  $k'_{ij}$  і її приблизне значення дорівнює:

$$\begin{aligned} \rho(z/U_0^2) &= \int \rho_1(q/U_0^2) \delta\left(z - \sum_j \beta_j q_j^2\right) \prod_{j=1}^n dq_j = \\ &= A \sum_j \left[ \frac{1}{\omega'(\mu_j)} (z - \mu_j U_0^2)^{n-2} \delta(z - \mu_j U_0^2) \right]. \end{aligned}$$

З іншого боку, оскільки власні значення  $\lambda_i$  залежать від вхідного сигналу, то вибором тестового сигналу можна зменшити величину  $\lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}}$ , тобто звужити область недостовірності контролю. При

однакових всіх власних значеннях матриці  $k'_{ij}$  еліпсоїд  $\sum_{i,j=1}^n k'_{ij} q_i q_j = U_0^2$

перетворюється у сферу. Тоді вимірні значення  $U_0^2$  визначають величину  $Z$  точно, з точністю до  $D(U_0^2)$  (4.65). Тому необхідно вибрати таку величину

тестового сигналу  $u(t)$ , щоб еліпсоїд  $\sum_{i,j=1}^n k'_{ij} q_i q_j = U_0^2$  був максимально

наближеним до сфери. За міру наближення еліпсоїда до сфери використаємо величину відносного відхилення  $\delta_\lambda$  власних значень  $\lambda_i$  від середнього

власного значення  $\bar{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i$ :

$$\delta_\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i - \bar{\lambda})^2}{\bar{\lambda}^2}.$$

Величина  $\delta_\lambda$  просто обчислюється через елементи матриці  $k'_{ij}$ .

Дійсно,

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\lambda_i - \bar{\lambda})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 - \bar{\lambda}^2 = \frac{1}{n} \text{Sp}(k')^2 = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n (k'_{ij})^2,$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i = \frac{1}{n} \text{Sp}k' = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n k'_{ij}.$$

Отже, мінімум  $\delta_\lambda$  досягається одночасно з мінімумом  $\delta'_\lambda$ :

$$\delta'_\lambda = \frac{\sum_{i,j=1}^n (k'_{ij})^2}{\left( \sum_{i,j=1}^n k'_{ij} \right)^2}. \quad (4.69)$$

Величина  $\delta'_\lambda$  є функціоналом від тестового сигналу.

Задача строгої мінімізації величини (4.69) є досить складною. Проте можна виконати наближену мінімізацію величини  $\delta'_\lambda$  у даному класі

тестових сигналів  $u(t) = \sum_{i=1}^n x_i \varphi_i(t)$ , де  $\varphi_i(t)$  відповідним чином вибраний

набір апроксимуючих функцій. При цьому функціонал  $\delta'_\lambda(\{u\})$  трансформується до функції коефіцієнтів  $x_i$ :  $\delta'_\lambda = \delta'_\lambda(x_i)$  і задача зводиться до знаходження мінімуму функції  $\delta'_\lambda(x_i)$ .

Запропонований метод контролю досить просто реалізується технічно.

Для визначення величини  $U^2 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s [\Delta y(t_i)]^2$  апаратура аналізатора повинна

мати пристрій для вимірювання миттєвих значень вихідного сигналу, квадратор і суматор. Фактично для реалізації алгоритму визначення величини  $U^2$  може бути використаний цифровий вольтметр діючих значень.

Метод контролю, оснований на визначенні величини  $U^2 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (\Delta y_i)^2$ , може

бути застосований у комплексі з описаним вище методом, який використовує для визначення кожного параметра системи середнє значення сигналу

непогодження  $\bar{y} = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \Delta y_i$ . За допомогою вимірювання величини  $\bar{y}$  можна

визначити невелику кількість найбільш суттєвих параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту, а для оцінки сукупного виходу всіх параметрів використовувати метод вимірювання величини  $U^2$ .

#### Висновки до розділу 4

1. Показано, що в практиці контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту достатньо знати тільки найбільш суттєві числові характеристики функції розподілу: положення максимуму, який визначає середні значення параметрів, і ширини, яка визначає похибку вимірювання параметрів. Алгоритми роботи аналізатора, який визначає наведені вище числові характеристики, у низці випадків настільки спрощуються, що доцільно створювати автономні аналізатори, які поєднують функцію вимірювання вихідної реакції об'єкта контролю та подальшої обробки отриманих даних для визначення числових оцінок параметрів комплексів, що контролюються.

2. За нормальним законом розподілу завади визначення параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту полягає в розв'язанні системи рівнянь. У разі незначних відхилень параметрів від номінальних значень система рівнянь є лінійною, а її розв'язання може бути отримано в явному вигляді. Водночас значення параметрів комплексу, що контролюється, отримуються лінійним перетворенням миттєвих значень вихідної реакції на вхідний тестовий сигнал. Матриця цього лінійного перетворення не залежить від значень вихідної реакції й може бути обчислена заздалегідь. Обробка відгуку (вихідного сигналу) полягає у виконанні операцій множення та додавання й може бути технічно реалізована за допомогою цифрового аналізатора. Величина похибки не залежить від значення відгуку та також може бути обчислена заздалегідь. Для отримання числового значення виходу параметрів за границі допуску у випадку, коли ці виходи є значними, можна використовувати алгоритм обробки, оснований на ітераційному методі. Технічна реалізація цього методу обробки може бути спрощена у разі використання циклічного алгоритму. На кожному кроці ітерації обробка є лінійною, а вказана модель обробки грає роль початкового кроку ітерації.

3. У разі незначних відхилень параметрів від номінальних значень отримані за допомогою лінійної обробки відгуку значення параметрів не будуть співпадати з істинними їх значеннями. В цьому випадку лінійна обробка відгуку (за достатньо великою кількістю параметрів контролю) дозволяє встановити факт виходу параметрів за границі допусків, але не дає можливості встановити числову величину цих виходів. Оскільки виходи параметрів за границі допуску свідчать про несправності комплексу, що контролюється, то лінійна обробка відгуку дозволяє встановити факт такої несправності.

4. Суттєве спрощення алгоритму обробки відгуку за умови одночасного збереження високої завадозахищеності може бути отримано за допомогою методу визначення технічного стану РНК засобів водного транспорту без використання максимальної інформації, що міститься в сукупності миттєвих значень відгуку. У цих методах для оцінки значень параметрів контролю

використовується не вся сукупність миттєвих значень відгуку, а усереднені значення відгуку – середнє за часом контролю значення сигналу неузгодження. Апаратура аналізатора являє собою вольтметр середніх або дійсних значень й може бути реалізована за допомогою цифрової апаратури.

5. Розрахунок похибок вимірювання запропонованими методами показує, що вони мають гарну заводо захищеність, оскільки величина похибки може бути малою (незначною) у разі досить великої кількості відліків вихідного сигналу, навіть якщо завада у вихідному сигналі велика.

Наукові результати даного розділу опубліковано в працях автора дисертації [22, 39, 40, 56, 159].

## РОЗДІЛ 5

### ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ ЦИФРОВИХ АВТОМАТИЧНИХ ПРИЛАДІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

У розділі запропоновано принципи побудови цифрових автоматичних приладів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту на основі розроблених методів синтезу тестових сигналів і обробки відгуків на них.

#### **5.1 Основи побудови генераторів тестових сигналів складної форми**

Апаратура контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту включає генератор вхідних стимулюючих впливів (тест-сигналів), вимірювальний пристрій, що дозволяє визначати вихідну реакцію об'єкта контролю на вхідний стимулюючий сигнал, пристрій обробки інформації та пристрій реєстрації.

РНК засобів водного транспорту, для яких призначена апаратура контролю, містить здебільшого інерційні блоки з характерними сталими часу у діапазоні  $(10^{-2} \dots 10^2)$  секунд, тобто їх найбільш суттєві характеристики лежать у діапазоні інфранизьких частот. Тому контрольна апаратура повинна бути призначена для робіт в інфранизькочастотному діапазоні. Відомо, що в діапазоні інфранизьких частот апаратура дискретної дії має низку переваг порівняно з апаратурою безперервної дії [85, 151]. Ці переваги виявляються досить суттєвими під час конструювання всіх функціональних блоків апаратури контролю: генератора вхідних тестових сигналів, вимірювального

пристрою, пристрою обробки інформації та вихідного реєструючого пристрою.

Генератори дискретної дії, основані на перетворенні коду в аналог, дозволяють суттєво знизити похибку у формованому сигналі порівняно з поширеними та досить повно висвітленими в літературі генераторами безперервної дії електромеханічного та електронного типів [85, 110, 124, 127]. Крім того, генератори дискретної дії дозволяють порівняно легко здійснити перехід на різні види формованого сигналу.

Генератори дискретної дії дозволяють також одержати калібровані мітки часових інтервалів, які необхідні для подальшої обробки вихідного сигналу апаратурою аналізатора.

Тому для формування вхідного тестового сигналу є доцільним використовувати генератори, побудовані на основі методу перетворення коду в аналог.

При побудові аналізатора також доцільно використовувати апаратуру дискретної дії. Вихідний сигнал ОК вимірюється в дискретних точках відліку із заданим кроком квантування за часом. У кожній часовій точці вимірювання здійснюється за допомогою перетворювача аналог-код одного з відомих типів [127], що дозволяє отримати високу точність перетворення миттєвих значень вихідної напруги та досить велику швидкодію. Обробка результатів вимірювань миттєвих значень вихідного сигналу може при цьому здійснюватися за допомогою простого вимірювального пристрою паралельно з вимірюванням параметрів вихідного сигналу. Кінцевий результат фіксується в реєструючому пристрої у цифровому коді. При конструюванні апаратури аналізатора, що реалізує зазначений вище метод обробки вихідного сигналу, можуть бути використані деякі принципи побудови й окремі функціональні блоки, розроблені в роботі. Ці принципи були використані при створенні цифрової інфранизькочастотної вимірювальної апаратури різного призначення [143, 147].

## 5.2 Розробка генератора тестових сигналів складної форми

Для формування необхідного сигналу  $u(t)$  за допомогою дискретних генераторів, побудованих за принципом перетворення код-аналог, задана крива  $u(t)$  апроксимується функцією, яка наближується до заданої, і легко моделюється за допомогою цифро-аналогових дільників напруги [147]. Найпростіше у такий спосіб може бути здійснена ступінчаста, експоненціально-ступінчаста, лінійна й лінійно-ступінчаста апроксимація [144]. Якщо задана крива  $u(t)$  є безперервною, то заміна її на апроксимуючу криву природно призводить до методичних похибок. Ці похибки можуть бути оцінені й вибором кількості рівнів квантування можна зробити похибку досить малою [147]. У тих випадках, коли оптимальний сигнал, який необхідно сформувати генератором, є кусково-постійною або кусково-лінійною функцією, його можна сформувати дискретним генератором без додаткових методичних похибок. З іншого боку, є принципова можливість виключення методичних похибок, що виникають при апроксимації сигналу  $u(t)$  навіть у тому випадку, коли оптимальний вхідний сигнал є безперервною функцією, що гладко змінюється. Замінивши такий сигнал, наприклад, кусково-постійною функцією, ми отримаємо квазіоптимальний сигнал  $u^*(t)$ . Квазіоптимальний сигнал  $u^*(t)$ , звичайно, не буде відповідати максимальній чутливості або точності, проте, навіть при відносно грубій апроксимації, заміна оптимального сигналу на квазіоптимальний не призводить до суттєвої втрати чутливості або точності. Оскільки алгоритм обробки вихідного сигналу, в принципі, може бути розрахований для будь-якого вихідного сигналу, то заміну оптимального сигналу на квазіоптимальний можна врахувати відповідною зміною алгоритму обробки вихідного сигналу. Зазначене вище необхідно мати на увазі, тому що така груба апроксимація оптимального вхідного сигналу дозволяє в багатьох

випадках спростити схемну реалізацію генератора вхідних сигналів за рахунок зменшення кількості дискретних вимірювань за рівнем і часом без суттєвого ускладнення алгоритму обробки вихідного сигналу.

В інших випадках, наприклад, при синусоїдному вхідному сигналі груба апроксимація є недоцільною.

Функціональна схема генератора, побудованого за принципом перетворення коду в аналог, показана на рисунку 5.1. Схема складається з генератора еталонної частоти – генератор імпульсів (ГІ), подільника частоти (Д) зі змінним коефіцієнтом ділення, перетворювача коду в аналог (ПКА) та підсилювача постійного струму (ППС).

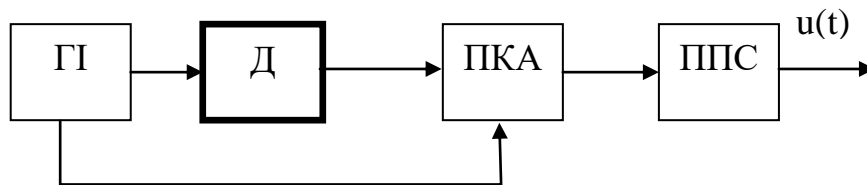


Рисунок 5.1 – Схема генератора за принципом перетворення коду в аналог

Дільник частоти зі змінним коефіцієнтом ділення дозволяє отримувати часові мітки із заданим часовим інтервалом між ними. Ці часові мітки використовуються за опорні точки при формуванні напруги ПКА. Дільник частоти можна виконати на тригерах, з'єднаних послідовно або об'єднаних у декади. Їх кількість визначається вимогою отримання необхідної дискретності зміни тривалості часових інтервалів при заданій частоті ГІ. Принципова схема одного із варіантів дільника частоти показана на рисунку 5.2. Дільник складається із мікросхеми, з'єднаної з елементами суми. Для отримання коефіцієнта ділення  $q$  до дільника частоти вводиться кількість  $10 - q$ , де  $n$  – кількість декад (на рис. 5.2,  $n = 3$ ). Це здійснюється декадними перемикачами. Різні положення перемикача дозволяють здійснити попереднє рішення із заданим постійним коефіцієнтом розподілу, тобто змінювати дискретність відліку часових інтервалів. Ланка зворотного зв'язку забезпечує

циклічну роботу дільника та використовується при формуванні періодичних кривих [51], [58].

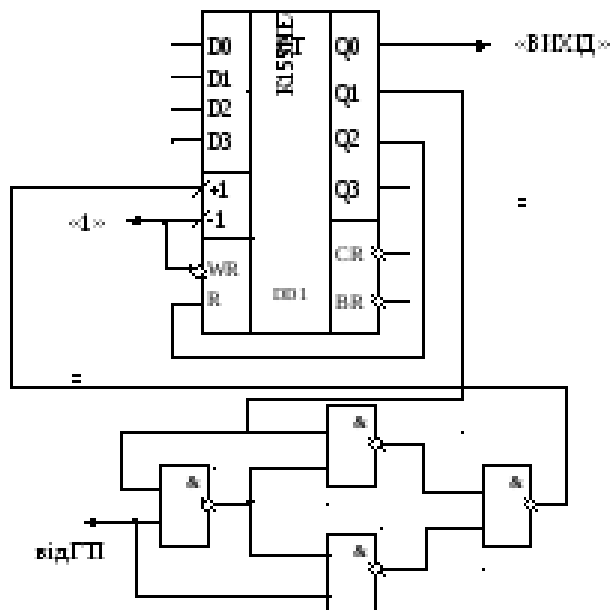


Рисунок 5.2 – Принципова схема одного із варіантів дільника частоти

Перетворювач коду в аналог являє собою матричний дешифратор, керований  $n$ -розрядним двійковим лічильником, на вхід якого надходять імпульси з дільника частоти. До виходу дешифратора підключається за допомогою діодних або транзисторних ключів набір вагових опорів. Якщо формована крива симетрична відносно максимуму, то можна використовувати для керування ключами реверсивний лічильник, що дозволяє зменшити кількість необхідних вагових опорів.

Розглянемо, наприклад, схему ПКА (рис. 5.3). До складу такого перетворювача входить цифро-аналоговий перетворювач (ЦАП) і фільтр низьких частот (ФНЧ). Еквівалентна схема перетворювача при відкритому ключі в  $i$ -му ступені може бути представлена на рисунку 5.4, де  $r_i$  – ваговий опір в  $i$ -му ступені;  $r_e$  – еквівалентний опір паралельних гілок перетворювача з закритими ключами;  $r_n$  – опір навантаження;  $u_i$  – відповідна вихідна напруга перетворювача на опорі в  $i$ -му ступені.

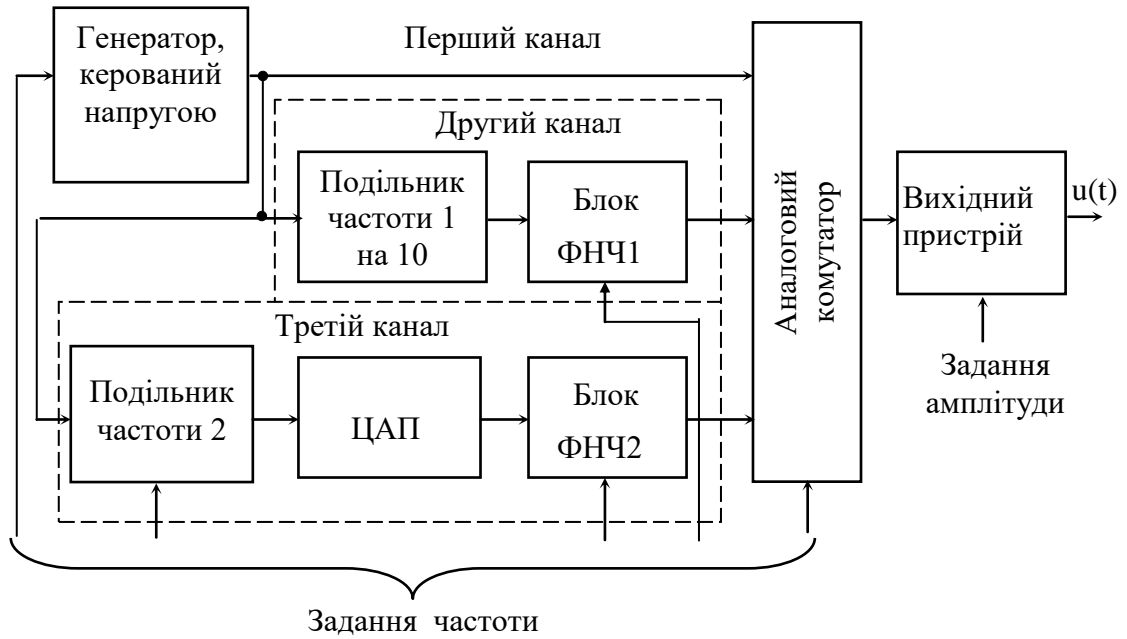


Рисунок 5.3 – Структурна схема перетворювача код в аналог

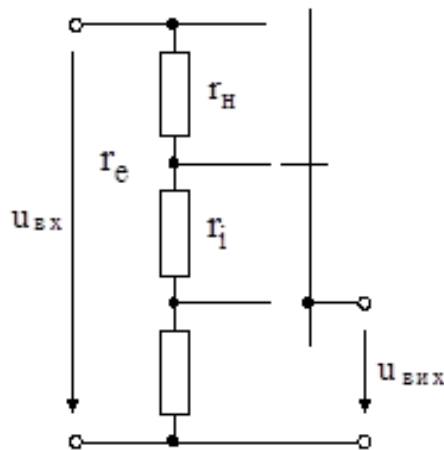


Рисунок 5.4 – Еквівалентна схема перетворювача код в аналог

Як видно зі схеми рисунку 5.4, вихідна напруга дорівнює:

$$u_i = - \frac{U_0 r_H}{\frac{r_i r_e}{r_i + r_e} + r_H} . \quad (5.1)$$

Позначимо через  $r_{\min}$  – мінімальне, а через  $r_{\max}$  – максимальне значення вагових опорів. При зміні вагових опорів від  $r_{\min}$  до  $r_{\max}$  вихідна

напряга буде змінюватися в границях від  $u_{\min} = -\frac{U_0 r_H}{\frac{r_{\min} r_e}{r_{\min} + r_e} + r_H}$  до

$u_{\max} = -\frac{U_0 r_H}{\frac{r_{\max} r_e}{r_{\max} + r_e} + r_H}$ , отже діапазон зміни вихідної напруги дорівнює

$\Delta U = U_{\max} - U_{\min}$ , де  $U_0 = u_{\text{вх}}$ . Сформовану перетворювачем напругу можна представити у вигляді:

$$u_i = \Delta U f(t_i) + u_{\min}. \quad (5.2)$$

До того ж найменше значення функції  $f(t)$  дорівнює нулю, а найбільше – одиниці. Величина  $\Delta U$  – змінна, а  $u_{\min}$  – постійна складова формованої напруги. Величину вагового опору  $i$ -го ступеня можна визначити підставивши в формулу (5.2) вираз (5.1):

$$r_i = r_e \left| \frac{1 + \frac{\Delta U f(t_i) + u_{\min}}{U_0}}{1 + \frac{r_e + r_H}{r_H} \frac{\Delta U f(t_i) + u_{\min}}{U_0}} \right|. \quad (5.3)$$

Ефективність перетворення можна охарактеризувати коефіцієнтом перетворення  $k$ , який дорівнює відношенню максимального та мінімального значень формованої напруги:

$$k = \frac{|u_{\max}|}{|u_{\min}|} = \frac{1 + \frac{r_H}{r_e} - \frac{r_e}{r_{\max} + r_e}}{1 + \frac{r_H}{r_e} - \frac{r_e}{r_{\min} + r_e}}. \quad (5.4)$$

Як видно з виразу (5.4), у границі при  $r_{\max} \rightarrow \infty$  і  $r_{\min} \rightarrow 0$  величина  $k$  дорівнює:  $k = 1 + \frac{r_e}{r_H}$ . Тому відношення  $\frac{r_H}{r_e}$  слід обирати, можливо, меншим. З іншого боку, зрозуміло, що коефіцієнт буде тим більшим, чим меншою є величина  $r_{\min}$ . При  $r_{\min} \ll r_e$  вираз для  $k$  буде мати вигляд:

$$k \approx \frac{1 + \frac{r_H}{r_e} - \frac{r_e}{r_{\max} + r_e}}{\frac{r_H + r_{\min}}{r_e}}. \quad (5.5)$$

При значеннях  $r_{\max}$  порядку або  $r_e$  величина  $k$ , як видно з виразу (5.5), може бути значно більшою за одиницю. Однак настільки великі значення  $r_{\max}$  важко реалізувати, оскільки  $r_e$  визначається більшими опорними ланками колектор-емітер транзисторів у закритому стані. Проте й при досить реальних значеннях  $r_{\max}$  можна отримати чималі значення  $k$ . Так, наприклад, для перетворювача вхідного сигналу при значеннях  $r_{\min} = 2 \cdot 10^3$  Ом,  $r_H = 2 \cdot 10^3$  Ом,  $r_e = 10^5$  Ом,  $r_{\max} = 15 \cdot 10^3$  Ом,  $k$  дорівнює:  $k = 4,25$  Ом.

Як видно з виразу (5.3), значення вагових опорів  $r_i$  та їх кількість визначаються видом сформованої кривої  $f(t)$  й кількістю часових опорних точок. Даний набір вагових опорів дозволяє отримати криві необхідної форми, а наявність ділянки частоти зі змінним коефіцієнтом розподілу дозволяє формувати цю криву в потрібному масштабі часу. Для формування кривих різної форми необхідна відповідна зміна набору вагових опорів. З цією метою можна до кожного  $i$ -ступеня включити набір каліброваних опорів, які обираються за допомогою перемикача. Такий шлях може виявитися доцільним, коли достатньо груба апроксимація форми оптимального сигналу і кількість ступенів будуть невеликими. За потреби

точної апроксимації кривих різної форми необхідно мати комплект наборів вагових опорів [48, 56].

У багатьох випадках оптимальний тестовий сигнал являє собою кусково-постійну функцію  $u(t) = \pm U$  з точками перемикання  $t_i$  (у загальному випадку не рівновіддаленими). Для формування такого сигналу може бути використана схема рисунку 5.5.

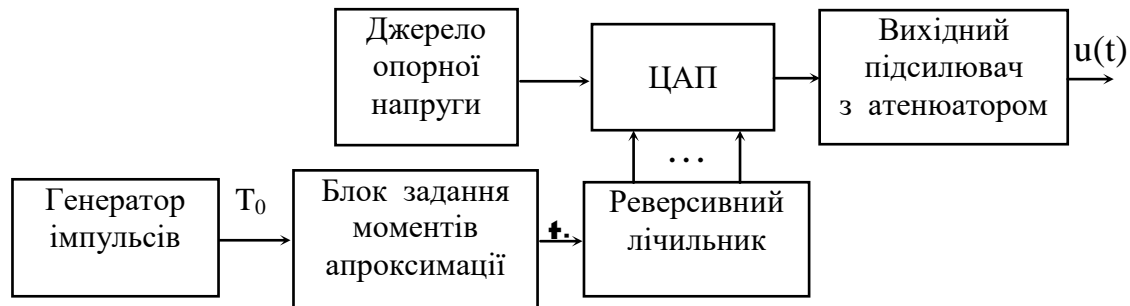


Рисунок 5.5 – Схема генератора кусково-постійної функції  $u(t) = \pm U$

Генератор імпульсів є мірою часових інтервалів  $T_0$ , при накопиченні яких формуються моменти дискретизації  $t_i$  кусково-східчастого сигналу  $u_a(t)$ . Цю функцію виконує блок встановлення моментів апроксимації  $t_i$ , він формує, залежно від виду апроксимації, рівномірну або нерівномірну послідовність імпульсів, які потрапляють на вхід реверсивного лічильника. Код поточного числа імпульсів, записаного в реверсивному лічильнику, подається на кодові входи ЦАП, а на його виході виникає кусково-східчаста напруга. Значення рівнів цієї напруги задаються реверсивним лічильником і визначаються законом зміни опорів у ЦАП [56, 147].

Залежно від виду апроксимації ЦАП виконується або функціональним, або лінійним. Опір резисторів ЦАП підібрано в такий спосіб, що напруга на його виході змінюється за тими самими законами. Функціональний ЦАП використовується при рівномірній апроксимації за часом і оптимальній апроксимації. Лінійний ЦАП використовується при рівномірній апроксимації за рівнем, водночас опори ЦАП і сходи напруги на його виходах

змінюються рівномірно. Функціональний (нелінійний) ЦАП може бути замінений лінійним, якщо між реверсивним лічильником і ЦАП увімкнути постійний пристрій пам'яті, в який записати коди миттєвих значень  $u_i$  сигналу, розраховані при проектуванні генератора. Оскільки синусоїдна функція симетрична, то її можна формувати або за чверть періоду, або за півперіод з відповідним перемиканням режиму роботи реверсивного лічильника (підсумовування і віднімання) і режиму роботи ЦАП (полярність формованого сигналу). Для покращання якості вихідного сигналу між ЦАП і вихідним підсилювачем може вмикатися ФНЧ (він може входити до складу підсилювача), який заглушує вищі гармонічні складові у вихідному сигналі генератора [119, 144, 147].

### **5.3 Принципи побудови та елементи функціональної схеми аналізатора відгуку на тестовий сигнал**

Призначення аналізатора відгуку (вихідного сигналу) ОК полягає в тому, щоб за наявними миттєвими значеннями вихідного сигналу  $y(t_i)$  на інтервалі часу  $[0, T]$  винести судження про стан ОК, тобто про значення параметрів контролю  $q_i$  або деяких функцій від цих параметрів  $z_j$ .

В аналізаторі дискретної дії вимірювання вихідного сигналу ОК виконується у фіксованих відлікових точках за допомогою перетворювача аналог-код. Існують різні способи безперервно-дискретного перетворення: часо-імпульсне, частотно-імпульсне, кодоімпульсне та метод просторового кодування. Вибір того чи іншого типу перетворювача визначається статичними і динамічними похибками перетворювача, швидкодією та простотою схемної реалізації.

Проведені теоретичні та експериментальні дослідження показують, що для побудови вимірювального пристрою аналізатора доцільно використовувати часо-імпульсний метод перетворення аналог-код на базі фантастроного генератора з лінійно-падаючою напругою [51, 56].

Вимірювана напруга подається на фіксуєчий елемент генератора. У момент часу  $t_0$  подачі імпульсу, що запускає, починається лінійне зменшення напруги генератора. У момент часу  $t_1$  при рівності напруги генератора опорній напрузі спрацьовує пристрій порівняння. Часовий інтервал  $t_1 - t_0$ , що виділяється, пропорційний вимірюваній напрузі, заповнюється імпульсами еталонного генератора.

Статичні похибки перетворювача переважно зумовлено нелінійністю вихідної напруги фантастроного генератора, нестабільністю джерел живлення, похибкою дискретності, а також температурною нестабільністю. За умови раціонального вибору параметрів перетворювача динамічні похибки практично відсутні [95, 124]. Теоретичний розрахунок та експериментальне дослідження макету перетворювача показують, що гранична наведена похибка перетворювача при максимальному значенні вимірюваної напруги 10 В не перевищує 1,5% [56].

Швидкодія перетворювача залежить від швидкості спадання напруги, визначальної величини часового інтервалу, який виділено, та від швидкості відновлення його вихідного стану. При заданій частоті еталонного генератора швидкодія визначається необхідною дискретністю перетворення. У створеному та експериментально випробуваному макеті перетворювача максимальний часовий інтервал становив 600 мкс, що забезпечує швидкодію 1400 вимірювань на секунду.

На рисунку 5.6 показано структурну схему аналізатора спільно з генератором вхідних сигналів (ГІ) і об'єктом контролю (ОК). Вимірювальний пристрій (перетворювач аналог-код ПАК) керується блоком управління через ГІ, який формує опорні імпульси. На рисунку 5.6 показано також обчислювальний пристрій (ОП) та пристрій реєстрації (ПР).

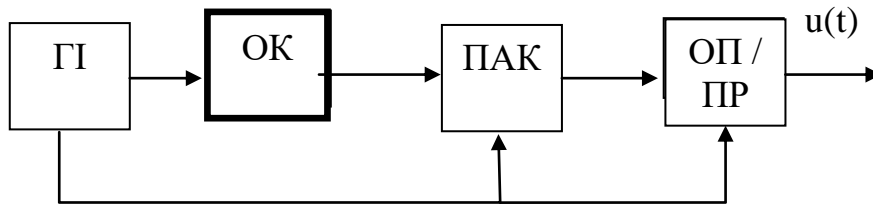


Рисунок 5.6 – Схема аналізатора тестового сигналу

При роботі відповідно до алгоритмів, які розглянуто в розділі 4, обчислювальний пристрій аналізатора повинен містити розмножувальний пристрій та інтегруючі лічильники. Зупинимось на розмножувальному пристрої, який дозволяє дуже просто робити множення кількості імпульсів на задане число (рис. 5.7).

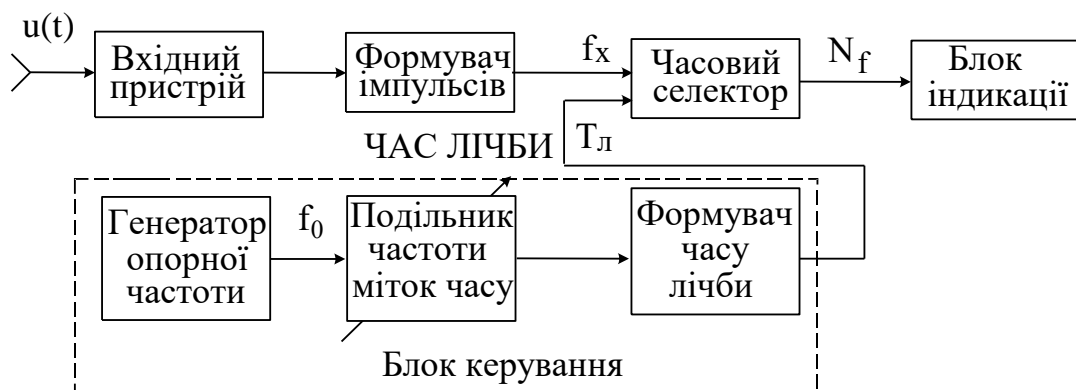


Рисунок 5.7 – Структурна схема розмножувального пристрою

На рисунку 5.7 показано лічильник, який використовується за дільник частоти, формувач часу лічби – сумуючий лічильник-регістр, часовий селектор. Схема множення працює наступним чином. До регістру заводиться число  $D$  паралельним або послідовним способом. Позначимо число  $D$  у двійковому коді  $(D_1 \dots D_n)_2$ , де величини  $D_i$  дорівнюють або 0, або 1. При  $D_i = 1$  відповідний вентиль відкрито, а при  $D_i = 0$  – закрито. У лічильнику кожний тригер ділить кількість імпульсів, яка прийшла на нього, навпіл. Тому кількість імпульсів  $M$  буде дорівнювати:

$$M = D_1 \frac{N}{2^n} + D_2 \frac{N}{2^{n-1}} + \dots + D_n \frac{N}{2} = D \frac{N}{2^n}. \quad (5.6)$$

Схема рисунку 5.7 дозволяє таким чином множити кількість імпульсів  $N$  (з точністю до постійного множника  $2^n$ ) на різні числа  $D$ . Якщо число  $D$  вводить в реєстр паралельним кодом, то реєстр  $P$  можна прибрати і керувати безпосередньо вентилями. Розглянутий вище примножувач був використаний при створенні інфранизькочастотної апаратури різного призначення та показав хороші експлуатаційні якості [56, 93]. У схемних реалізаціях деяких аналізаторів, які будуть розглянуті в наступних підрозділах, також використано описаний розмножувальний пристрій.

Одним з важливих питань, які виникають при побудові аналізаторів, є оцінка методичної похибки аналізатора та пов'язане з цим питання вибору кількості часових точок відліку та інтервалу між ними. Похибка у визначенні цього параметра системи може бути оцінена величиною апостеріорної дисперсії даного підрозділу. Ця величина визначається отриманими раніше формулами (4.17), (4.15) або (4.14), (4.15).

Апостеріорна дисперсія, тобто квадрат середньоквадратичної похибки визначення параметрів системи, є обернено пропорційною кількості відліків вихідного сигналу  $n$ . Також передбачалося, що значення завади в різних точках відліку не скоректовані. Очевидно, проводити вимірювання вихідного сигналу з частотою, яка перевищує граничну частоту спектра завади, тобто час, менший за інтервал кореляції завади, недоцільно, оскільки за такої умови практично не отримуємо додаткової інформації про вихідний сигнал. Водночас завада змінюється швидше за корисний сигнал. Тому теоретично найменший інтервал між послідовними результатами вимірювання вихідного сигналу має дорівнювати часу кореляції завади. Припускаємо, що завада змінюється швидше за корисний сигнал.

Практично інтервал між послідовними вимірюваннями обмежується швидкістю вимірювального пристрою (перетворювача аналог-код), оскільки

час перетворення для кожного миттєвого вихідного сигналу зазвичай перевищує час кореляції похибки. Прагнення суттєво підвищити швидкодію перетворювача призводить до надмірного ускладнення його конструкції.

Розглянемо ще одне питання, яке стосується можливих варіантів схемної реалізації та алгоритмів роботи аналізатора. При лінійній обробці вихідного сигналу величина  $z_k^*$ , яка визначає відхилення параметрів системи від номінальних значень згідно з формулою (4.12), дорівнює

$$z_k^* = \sum_{i=1}^n \beta_k(t_i) \Delta y(t_i). \quad \text{Величини } \beta_k(t_i) \text{ відомі та визначаються}$$

співвідношенням (4.11). Величина  $\Delta y(t_i)$  є відхиленням вихідного сигналу системи від номінального сигналу, який являє собою реакцію системи на заданий вхідний вплив при номінальних значеннях параметрів:  $\Delta y(t_i) = y(t_i) - y_0(t_i; q_N)$ . Є дві можливості реалізації алгоритму (4.12). По-перше, можна в кожній точці  $t_i$  формувати різницю  $\Delta y(t_i)$ . Величини  $y_0(t_i; q_N)$  можуть бути при цьому отримані або за допомогою моделі ОК, або за допомогою пристрою, що запам'ятовує. По-друге, можна переписати співвідношення (4.12) у вигляді:

$$z_k^* = \sum_{i=1}^n \beta_k(t_i) y(t_i) - z_{k0}^*, \quad (5.7)$$

де  $z_{k0}^*$  визначається співвідношеннями:

$$z_{k0}^* = \sum_{i=1}^n \beta_k(t_i) y_0(t_i; q_N). \quad (5.8)$$

Величина  $z_{k0}^*$  у загальному випадку, звичайно, не дорівнює номінальному значенню величини  $z_k$ .

Оскільки величини  $\beta_k(t_i)$  і  $y_0(t_i; q_N)$  відомі, то величина  $z_{k0}^*$  може бути обчислена заздалегідь і введена у вихідний лічильник реєстрації. Водночас відпадає необхідність мати модель ОК або пристрій, що запам'ятовує для величин  $y_0(t_i; q_N)$ . Необхідно, проте, мати на увазі, що при другому способі реалізації алгоритму (4.12) обчислювальний пристрій повинен виконувати обчислення з більшою точністю, ніж при першому способі, та відповідно мати більшу кількість розривів. Це пов'язано з тим, що в першому способі у кожний момент часу береться різниця величин  $y(t_i)$  і  $y_0(t_i; q_N)$ , яка може бути значно меншою за кожну з величин  $y(t_i)$  і  $y_0(t_i; q_N)$ . Тому подальші обчислення можуть проводитися з відносно низькою точністю. У другому способі різниця береться після закінчення обчислень і тому кожний член різниці повинен обчислюватися з високою точністю.

#### **5.4 Функціональна схема автомата контролю лінійних і нелінійних радіонавігаційних комплексів**

У цьому підрозділі розглянемо функціональну схему автомата контролю, яка виконує обробку відгуку (вихідного сигналу) ОК у відповідності до алгоритму (5.7).

В розділі 4 показано, що такий алгоритм обробки є при заданому вхідному сигналі оптимальним у сенсі захищеності від завад. Це обумовлено тим, що він забезпечує найменшу при даному рівні завад і даному часі контролю (даній кількості відліків вихідного сигналу) похибку визначення параметрів контролю  $q_i$  або функцій  $z_k$  від параметрів  $q_i$ . Величини  $\beta_k(t_i)$  визначаються співвідношенням (4.11) та залежать від структури ОК, параметрів, які підлягають контролю, і вхідного сигналу. Останній

обирається з умов отримання найбільшої чутливості або точності контролю й у загальному випадку, для різних систем контролю та різному часі контролю може бути різним [56, 93].

Тому при побудові схеми універсального автомата контролю, який призначений для контролю різних систем, необхідно передбачити в програмі дії розмножувального пристрою введення різних величин  $\beta_k(t_i)$ . Функціональна схема такого розмножувального пристрою спільно з частиною блоку управління, яка відноситься до нього, показана на рисунку 5.8.

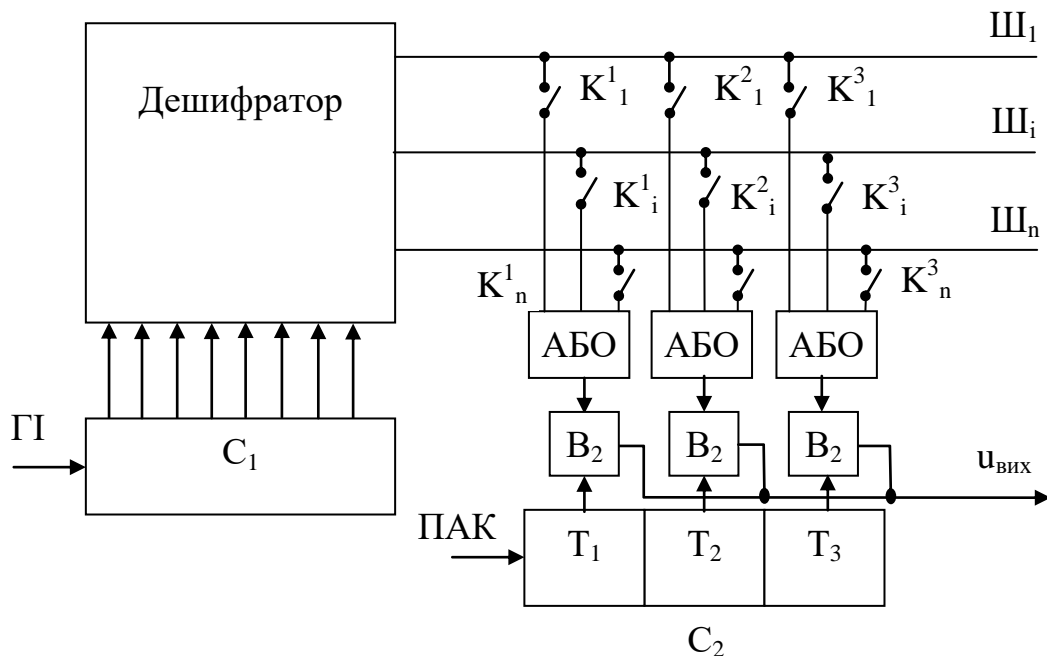


Рисунок 5.8 – Функціональна схема розмножувального пристрою

Схема працює наступним чином. Від генератора вхідних сигналів на вхід лічильника С1 поступають імпульси з інтервалом, який дорівнює часу між відліками вихідного сигналу об'єкта контролю. За такої умови на виході дешифратора послідовно з'являються сигнали на шинах Ш1, Ш2, ..., Шn. Ці сигнали через систему тумблерів  $K_{ij}$  і схеми керують роботою вентилів В1, В2, В3. Тумблери  $K_{ij}$  служать для установки значень величини  $\beta_k(t_i)y(t_i)$  в двійковому коді. На лічильник-дільник С2 з виходу перетворювача аналог-код (ПАК) надходять пачки імпульсів, пропорційні миттєвому

значенню вихідної напруги в моменти часу  $t_i$ . Лічильник сукупно з вентилями В1, В2, В3 являє собою розмножувальний пристрій, описаний у попередньому підрозділі. На вихідній шині Швих отримується кількість імпульсів, пропорційна добутку  $\beta_k(t_i)y(t_i)$ . Ці імпульси поступають на вихідний лічильник реєстрації, на якому фіксується результат вимірювання – величина  $z_k^*$  згідно з виразом (5.7).

Кількість вихідних шин дешифратора визначається кількістю відліків вихідного сигналу. Якщо величини  $\beta_k(t_i)$  на інтервалі вимірювання мають якусь симетрію, то кількість вихідних шин дешифратора і кількість тумблерів  $K_{ij}$  може бути відповідно зменшено. Якщо, наприклад, величини  $\beta_k(t_i)$  періодичні в часі, то може бути передбачена циклічна робота схеми. Кількість вентилів та кількість тригерів лічильника С2 визначається необхідною точністю завдання величин  $\beta_k(t_i)$ . Для вимірювання декількох величин  $z_k^*$  може бути застосовано або паралельний багатоканальний, або послідовний у часі метод роботи схеми.

На рисунку 5.9 наведена функціональна блок-схема автомата контролю, який працює у відповідності з алгоритмом згідно з виразом (5.7).

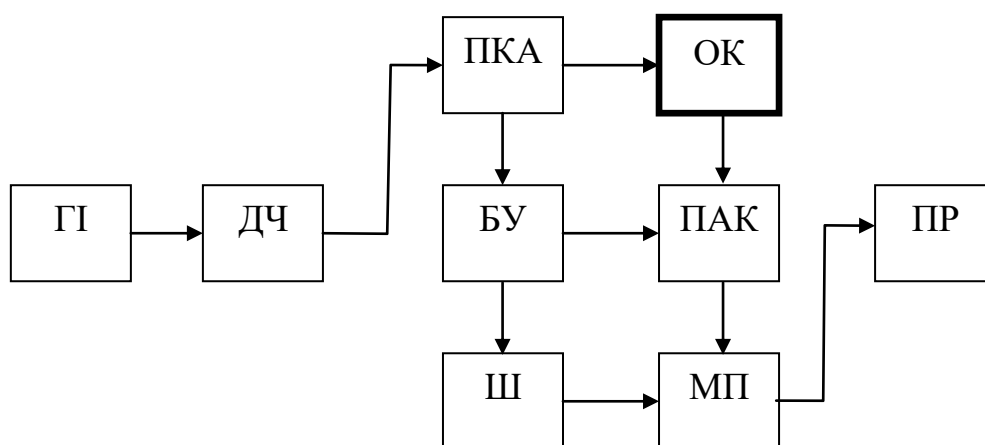


Рисунок 5.9 – Функціональна блок-схема автомата контролю

Схема працює наступним чином. З кварцового генератора еталонної частоти (ГІ) імпульси поступають на дільник частоти (ДЧ) зі змінним

коефіцієнтом ділення. З дільника частоти імпульси через задані інтервали часу поступають у перетворювач код-аналог (ПКА), задаючи опорні часові точки формованого вхідного сигналу. Імпульси з ПКА використовуються для синхронізації роботи блоку управління (БУ) і шифратора (Ш). Призначення шифратора полягає в тому, щоб у задані моменти часу вводити у розмножувальний пристрій (РП) коди величин  $\beta_k(t_i)$ . Блок керування синхронізує роботу ПКА та керує вводом кодів величин  $\beta_k(t_i)$  у розмножувальний пристрій через мікропроцесор (МП).

Формований сигнал надходить з перетворювача код-аналог (ПКА) на вхід ОК. Вихідний сигнал ОК надходить на вхід перетворювача аналог-код (ПАК), з виходу якого на розмножувальний пристрій (РП) надходять пачки імпульсів, пропорційні миттєвому значенню вихідної напруги. З розмножувального пристрою пачки імпульсів, пропорційні добутку величин  $\beta_k(t_i)y(t_i)$ , надходять до вихідного пристрою реєстрації (ПР), що являє собою сумуючий лічильник, де фіксується результат контролю.

Універсальність автомата контролю досягається, по-перше, за рахунок можливої зміни параметрів генератора вхідних сигналів, які дозволяють формувати сигнали різної форми, та, по-друге, за рахунок перебудови аналізатора, що дозволяє проводити обробку вихідного сигналу при різних величинах.

Перебудова параметрів генератора забезпечується наявністю подільника зі змінним коефіцієнтом ділення та зміною напруг на ступенях перетворювача код-аналог, як це описано в підрозділі 5.2. (при формуванні постійного за модулем знакозмінної напруги зміни форми кривої може бути досягнуто лише зміною коефіцієнтів ділення дільника частоти). Зміна програми роботи аналізатора при різних значеннях величин  $\beta_k(t_i)$  досягається перебудовою шифратора, який керує роботою розмножувального пристрою, у відповідності зі схемою рисунку 5.8.

У наступних підрозділах розглянемо можливі спрощення схеми автомата контролю, які можуть бути отримані в різних випадках.

Будуть розглянуті ті спрощення, які отримуються, по-перше, за рахунок часткової втрати універсальності, і, по-друге, за рахунок часткової втрати захисту від завад. Оскільки захист від завад при даному рівні залежить від часу контролю, то втрата захисту від завад може бути компенсована еквівалентним збільшенням часу контролю [56, 161].

Істотного спрощення схеми автомата контролю можна домогтися, позбувшись від необхідності перебудови перетворювача код-аналог (ПКА) на різні форми кривих та від необхідності перебудови шифратора на різні функції  $\beta_k(t_i)$ . В принципі, це можна зробити в спеціалізованому автоматі, який призначений для контролю систем певної структури. Універсальність за такої умови, звичайно, повністю втрачається. Такий шлях може виявитися доцільним або під час контролю масової продукції (наприклад, у заводських умовах), або при створенні спеціалізованих контрольних комплексів.

Є, однак, випадки, коли таке спрощення може бути досягнуто відразу для цілого класу ОК. У розділі 3 було показано, що під час контролю лінійних ОК за умови знаного часу контролю (порівняно з часом перехідного процесу в об'єкті) оптимальним за чутливістю сигналом обмеженої потужності є синусоїдний сигнал. З іншого боку, вихідний сигнал у цьому випадку (при вхідному синусоїдному сигналі) також буде синусоїдним. Тому функції чутливості, а отже, і величини  $\beta_k(t_i)$  (4.11) також будуть синусоїдними функціями. Таким чином, при контролі довільних лінійних ОК можна використовувати синусоїдні вхідні сигнали й тим самим позбавитися від необхідності перебудови перетворювача код-аналог і шифратора, що суттєво спрощує схему автомата контролю. Як показано в підрозділі 4.4, для отримання необхідної точності про кількість параметрів контролю, більшому двох, вхідний сигнал повинен складатися з декількох синусоїдних сигналів різної частоти. Зміна частоти вхідного синусоїдного сигналу забезпечується подільником частоти зі змінним коефіцієнтом ділення.

Другий можливий шлях спрощення схеми автомата контролю, придатний для контролю як лінійних, так і нелінійних ОК, впливає з розглянутих у підрозділі 4.3 спрощених алгоритмів обробки вихідного сигналу ОК – вимірювання середнього значення та середньоквадратичного значення сигналу неузгодженості. При використанні цих методів не досягається максимально можлива функція захисту від завад при даному рівні завади та даному часі контролю. Тим не менш за рахунок фільтрації завади при усереднені функція захисту від завад може бути зроблена достатньо високою за умови правильного вибору вхідного сигналу. Водночас за рахунок спрощення алгоритму роботи аналізатора досягається суттєве спрощення автомата контролю.

### **5.5 Функціональні схеми автомата контролю лінійних та лінеаризованих радіонавігаційних комплексів при синусоїдному сигналі**

Як було показано в розділі 3, синусоїдний тестовий сигнал забезпечує одержання найбільшої чутливості контролю параметрів лінійних систем при обмеженнях, які накладаються на середню потужність або енергію вхідного сигналу, сигналів на елементах і блоках ОК, коли час контролю перевищує час перехідного процесу ОК.

Водночас у підрозділі 4.4 було показано, що якщо кількість параметрів контролю  $N > 2$ , то, для отримання достатньої точності, вхідний тестовий сигнал повинен містити кількість гармонічних складових, яка є більшою або дорівнює  $N / 2$ .

Тому автомат, призначений для контролю таких об'єктів, повинен містити генератор синусоїдних коливань змінної частоти, який може бути реалізований у відповідності з принципами, що викладені в підрозділі 5.2.

При подачі на вхід ОК сигналу, що складається з декількох гармонічних складових, вихідний сигнал лінійної системи та функції чутливості  $a_j(t)$  також буде являти собою суму гармонійних складових. Як виходить з формули (4.11), величини  $\beta_k(t)$  при цьому також будуть являти собою суму гармонійних складових. Позначимо амплітуди і фази цих складових через  $A_k$  і  $\Psi_k$ . Тоді для величини  $\beta_k(t)$  будемо мати:

$$\beta_k(t) = \sum_{\ell=1}^{N/2} A_\ell^k \sin(\omega_\ell t + \Psi_\ell^k). \quad (5.9)$$

Підставляючи вираз для  $\beta_k(t)$  (5.9) у формулу (4.12), отримаємо:

$$z_k^* = \sum_{\ell} C_\ell^k \tilde{C}_\ell + \sum_{\ell} b_\ell^k \tilde{B}_\ell, \quad (5.10)$$

$$\text{де } \tilde{C}_\ell = \sum_{\ell=1}^n \Delta y(t_\ell) \cos(\omega_\ell t_\ell), \quad (5.11)$$

$$\tilde{B}_\ell = \sum_{\ell=1}^n \Delta y(t_\ell) \sin(\omega_\ell t_\ell), \quad (5.12)$$

$$C_\ell^k = A_\ell^k \sin \Psi_\ell^k, \quad (5.13)$$

$$b_\ell^k = A_\ell^k \cos \Psi_\ell^k. \quad (5.14)$$

Коефіцієнти  $C_\ell^k$  і  $b_\ell^k$  визначаються для кожного конкретного ОК попередньо із співвідношень (4.11) та (5.9).

Величини  $C_\ell$  і  $B_\ell$  пропорційні коефіцієнтам Фур'є сигналу  $\Delta y(t)$ . Величина  $\Delta y(t)$  є різницею між істинним та номінальним значенням вихідного сигналу. Для реалізації співвідношень (5.11), (5.12) необхідно мати або модель системи, з виходу якої знімається сигнал номінального значення

$y_H(t)$ , або відповідний пристрій пам'яті. Можна, однак, піти й іншим шляхом. З цією метою підставимо в (5.11), (5.12) величину  $\Delta y(t)$ :

$$\Delta y(t) = y(t) - y_H(t).$$

Вираз (5.10) після такої підстановки можна представити в наступному вигляді:

$$z_k^* = \sum_{\ell} C_{\ell}^k C_{\ell} + \sum_{\ell} b_{\ell}^k B_{\ell} - z_k^o, \quad (5.15)$$

$$\text{де } C_{\ell} = \sum_{i=1}^n y(t_i) \cos(\omega_{\ell} t_i), \quad (5.16)$$

$$B_{\ell} = \sum_{i=1}^n \Delta y(t_i) \sin(\omega_{\ell} t_i), \quad (5.17)$$

$$z_k^o = \sum_{\ell=1}^{N/2} \sum_{i=1}^n y_H(t_i) [C_{\ell}^k \cos(\omega_{\ell} t_i) + b_{\ell}^k \sin(\omega_{\ell} t_i)]. \quad (5.18)$$

Усі величини, що входять у вираз  $z_k^o$  (5.18), відомі, отже числа  $z_k^o$  можна розрахувати для кожної системи заздалегідь.

Метод контролю, оснований на співвідношеннях (5.10) – (5.12), порівняно з методом, основаним на співвідношеннях (5.15) – (5.17), складніший у схемній реалізації, оскільки при його здійсненні потрібно будь-яким способом (за допомогою моделі або пристрою пам'яті) отримувати номінальний сигнал  $y_H(t)$ . З іншого боку, оскільки в співвідношеннях (5.11), (5.12) входить різниця  $\Delta y(t_i) = y(t_i) - y_H(t_i)$ , то обчислювальний пристрій, що реалізує співвідношення (5.10) – (5.12), може мати відносно низьку точність.

Метод контролю, оснований на співвідношеннях (5.15) – (5.17), схематично реалізується простіше. Необхідно тільки мати на увазі, що

оскільки величини  $\sum_{\ell} C_{\ell}^k C_{\ell} + \sum_{\ell} b_{\ell}^k B_{\ell}$  і  $z_k^0$  можуть мало відрізнятися, то обчислювальний пристрій, що реалізує співвідношення (5.15) – (5.17), повинен забезпечувати відповідно більш високу точність обчислення.

Оскільки величини  $C_{\ell}$  і  $B_{\ell}$  (5.16), (5.17) пропорційні коефіцієнтам Фур'є вихідного сигналу, то автомат контролю, що реалізує співвідношення (5.16) – (5.17), може бути поєднаний з приладом для зняття частотних характеристик ОК [56], [161].

Варто зауважити, що співвідношення (5.10), (5.15) можуть бути реалізовані двома шляхами:

- подавати на вхід ОК вхідний вплив складної форми, що складається з декількох гармонік;
- подавати на вхід ОК за чергою синусоїдні впливи необхідних частот.

У першому випадку контроль оперативніший, але прилад більш складний, оскільки важко заздалегідь передбачити кількість параметрів контролю, а відповідно, і кількість вимірювальних каналів.

У другому випадку збільшується час контролю, але забезпечується універсальність приладу.

В описаній вище функціональній схемі автомата контролю час вимірювання визначається часом вимірювання коефіцієнтів Фур'є та часом перерахунку цих коефіцієнтів у величини визначених параметрів.

Розглянемо другий варіант функціональної схеми автомата контролю, який відрізняється тим, що між перетворювачем аналог-код та розмножувальними пристроями включені подільники частоти зі змінним коефіцієнтом ділення, а лічильники, які їх інтегрують, з'єднані між собою вентилями перенесення, імпульсні виходи яких підключені до блоку керування. Така побудова автомата дозволяє спростити його конструкцію та підвищити швидкодію, оскільки час вимірювання буде визначатися тепер тільки часом вимірювання коефіцієнтів Фур'є. Функціональна схема автомата контролю показана на рисунку 5.10.

Для пояснення принципу дії цієї схеми звернемося до співвідношень (5.15) – (5.17). Підставляючи вирази (5.16), (5.17) у (5.15), представимо вираз (5.15) у наступному вигляді:

$$z_k^* = \sum_{\ell} \sum_i \frac{y(t_i)}{p_{\ell}^k} \cos(\omega_{\ell} t_i) + \sum_{\ell} \sum_i \frac{y(t_i)}{r_{\ell}^k} \sin(\omega_{\ell} t_i) - z_k^o. \quad (5.19)$$

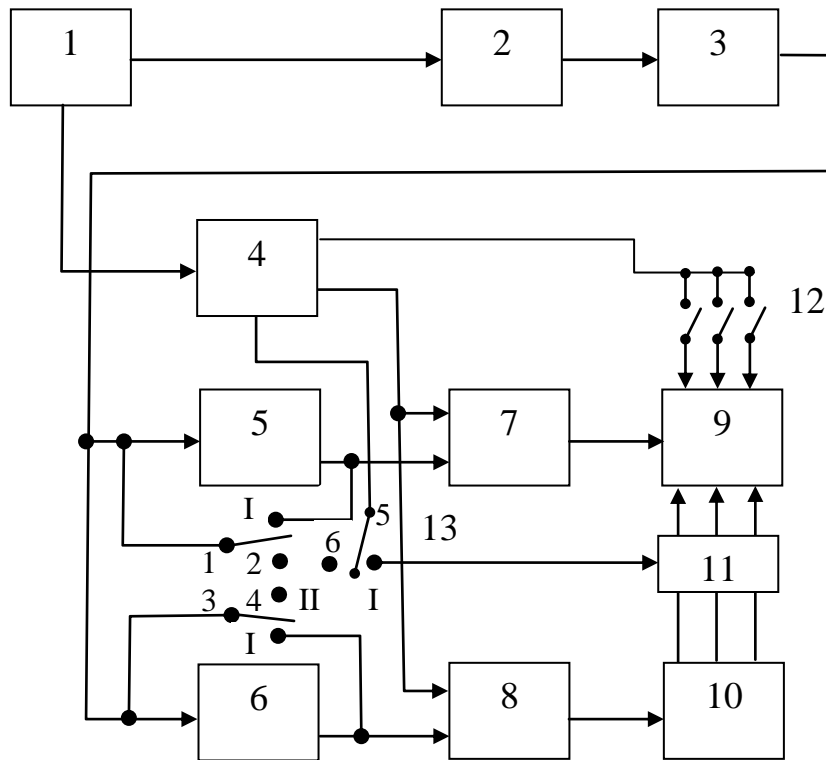


Рисунок 5.10 – Функціональна схема автомата контролю

Величини  $p_{\ell}^k$  і  $r_{\ell}^k$  дорівнюють:

$$p_{\ell}^k = \frac{1}{C_{\ell}^k}; \quad r_{\ell}^k = \frac{1}{b_{\ell}^k}. \quad (5.20)$$

Співвідношення (5.19) показує, що для отримання величини  $z_k^*$  можна здійснити попереднє ділення кількості імпульсів, що відповідає миттєвому значенню вихідного сигналу на величини  $p_{\ell}^k$  і  $r_{\ell}^k$ .

Основними вузлами автомата є генератор 1 синусоїдних коливань, перетворювач аналог-код 3, блок керування 4, подільники частоти 5 та 6 зі змінними коефіцієнтами ділення, розмножувальні пристрої 7, 8, лічильники, що інтегрують 9, 10, вентилі перенесення 11, перемикачі 12 «Номінальні значення» та 13 «Режим роботи». Крім того, цифрою 2 позначено об'єкт контролю (ОК).

Режим роботи автомата контролю обирається перемикачем 13, який має два положення : «1» та «2». При знаходженні перемикача 13 у положенні «1» дільники частоти зашунтовані контактами 1-2 та 3-4 перемикача 13, а вентилі перенесення 11 відключені від блоку керування 4 контактами 5-6 того ж перемикача. У цьому випадку виконується вимірювання коефіцієнтів Фур'є основної гармоніки та як функціональна схема, так і робота автомата контролю нічим не відрізняються від цифрового аналізатора частотних характеристик.

Вимірювання відхилень параметрів  $\Delta q_k$  або функцій  $z_k^*$  від цих параметрів проводиться при знаходженні перемикача 13 в положенні 2. При цьому між перетворювачем 3 та розмножувальними пристроями 7, 8 підключаються дільники частоти 5, 6 відповідно. Декадними перемикачами цих дільників (подібні дільники частоти описані в підрозділі 5.2) встановлюються значення коефіцієнтів  $p_\ell^k$  і  $r_\ell^k$  залежно від вимірюваної величини: відхилення параметрів або функцій від цих параметрів. Перемикачами 12 встановлюється значення у двійковому коді (можуть бути використані та декадні перемикачі для завдання  $z_k^0$  десятковим кодом).

При натисканні кнопки «Пуск» у блоці керування 4 значення  $z_k^0$ , задані перемикачами 12, записуються на лічильник 9 з урахуванням знаку, та в цей же час починається процес перетворення миттєвих значень досліджуваної напруги в числовий еквівалент. Пачки імпульсів, пропорційні миттєвим значенням напруги, з виходу перетворювача 3 через дільники частоти 5 та 6 поступають на розмножувальні пристрої 7 та 8, де вони множаться на

дискретні значення ортогональних функцій  $\sin \alpha_i$  і  $\cos \alpha_i$  у точках перетворення. Після закінчення вимірювань у  $n$ -ній точці періоду в лічильнику 9 буде записана величина  $C_1^k C_1 - z_k^0$ , а в лічильнику 10 – величина  $b_1^k B_1$ . У цей момент на вентилі 11 поступає з блоку керування 4 імпульс на перенесення показань з лічильника 10 у лічильник 9 з урахуванням знака.

Після цього виконується перебудова частоти стимулюючого впливу генератора 1 та коефіцієнтів ділення дільників 5, 6, після чого процес вимірювань повторюється. Зазначені операції повторюються для  $N/2$  вхідних синусоїдних впливів. Остаточню в лічильнику 9 буде зафіксована визначена величина  $Z_k^*$ .

Відзначимо, що в описаній вище функціональній схемі замість дільників частоти 5 і 6 зі змінним коефіцієнтом ділення можуть бути використані розмножувальні пристрої, описані в підрозділі 5.3 (рис. 5.7).

У розглянутих вище варіантах побудови автомата контролю значення функцій  $\sin \alpha_i$  і  $\cos \alpha_i$  у дискретних точках вимірювання заводились у розмножувальні пристрої кодом за допомогою шифратора, вбудованого в блок керування. Збільшення кількості точок квантування призводить до ускладнення схеми блоку керування, а зменшення інтервалу між точками квантування обмежується швидкодією схеми. Остання обставина тим самим обмежує точність визначення параметрів ОК [56].

Для спрощення схеми та підвищення її швидкодії, а отже, і точності визначення параметрів, скористаємося тією обставиною, що значення функцій  $\sin \alpha_i$  і  $\cos \alpha_i$  можна одержати безпосередньо за допомогою вхідного сигналу, формованого перетворювачем код-аналог. Це можна зробити за допомогою додаткових перетворювачів аналог-код, підключених до виходу генератора, який формує вхідний синусоїдний сигнал. Функціональна блок-схема автомата контролю, що реалізує наведений принцип, наведена на рисунку 5.11. На схемі показано генератор вхідного

синусоїдного сигналу, що складається з еталонного генератора 1, керованого дільника частоти 2 та перетворювача код-аналог 3. На схемі показано також ОК 4, перетворювач вихідної напруги аналог-код 5, інтегруючий пристрій 7, перетворювачі аналог-код 6, 9, дільники частоти зі змінним коефіцієнтом ділення 8, 10 (замість них можна використовувати розмножувальні пристрої), розмножувальні пристрої 11, 12 і вихідний лічильник реєстрації 13.

Всі показані на схемі вузли аналогічні вузлам, використаним в описаних раніше схемах.

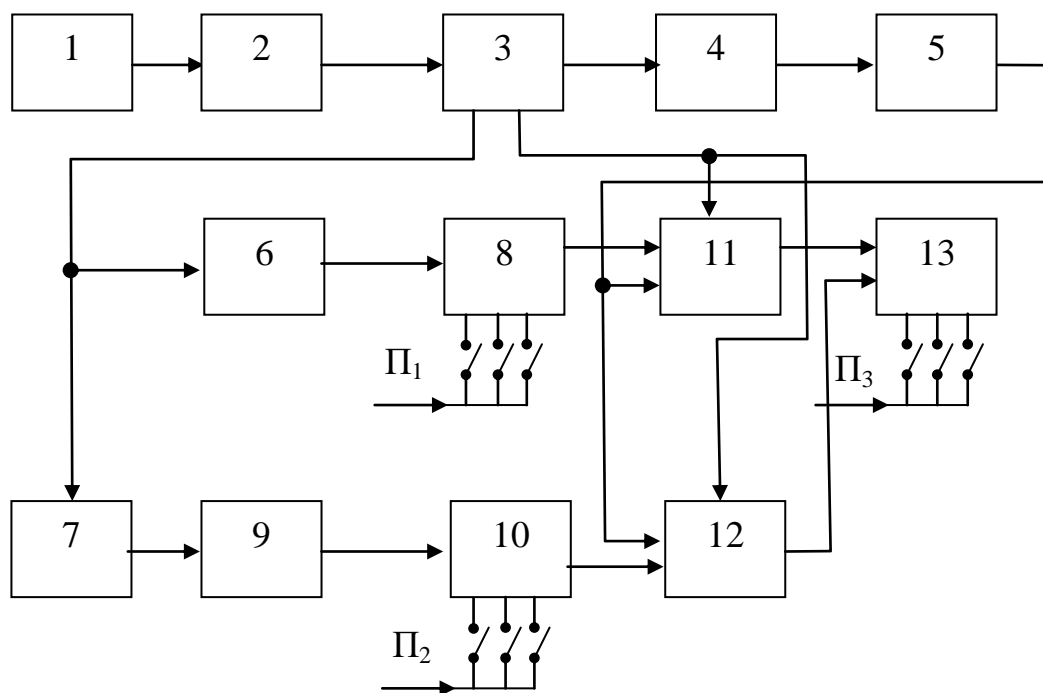


Рисунок 5.11 – Функціональна блок-схема автомата контролю

Схема працює наступним чином. Синусоїдна напруга з перетворювача код-аналог 3 поступає на об'єкт контролю 4, на перетворювач аналог-код 6 та через пристрій, що інтегрує 7 на перетворювач аналог-код 9. На виході перетворювачів 6 та 9 виходять пачки імпульсів, пропорційні  $\sin \alpha_i$  і  $\cos \alpha_i$ . Значення коефіцієнтів  $p_\ell^k$  і  $r_\ell^k$  (або  $C_\ell^k$  і  $b_\ell^k$ ) встановлюються за допомогою перемикачів П1 і П2, які визначають коефіцієнти ділення  $p_\ell^k$  і  $r_\ell^k$  (при

використанні дільників частоти) або коефіцієнти множення  $C_\ell^k$  і  $b_\ell^k$  (при використанні розмножувальних пристроїв). У розмножувальних пристроях 11 та 12 здійснюється перемноження миттєвого значення вихідного сигналу, який визначається кількістю імпульсів, поступаючи з перетворювача аналог-код 5, і величин  $b_\ell^k \sin \alpha_i$  і  $C_\ell^k \cos \alpha_i$ . Ці величини визначаються кількістю імпульсів з виходу дільника частоти (або розмножувальних пристроїв) 8, 10 на входи розмножувальних пристроїв 11, 12. На виході лічильника реєстрації 13 здійснюється підсумовування імпульсів, які надійшли з пристроїв множення 11, 12. Перемикач ПЗ призначений для попереднього вводу в лічильник числа  $Z_K^0$ , яке визначається номінальними значеннями параметрів об'єкта контролю. Зазначимо, що розглянута функціональна схема рисунку 5.11 може служити також для зняття частотних характеристик об'єкта контролю. В цьому випадку подільники частоти (або розмножувальні пристрої) 8, 10 повинні бути зашунтовані. Значення коефіцієнтів  $C_\ell^k$  і  $b_\ell^k$  дорівнюють одиниці.

## **5.6 Функціональні схеми автомата контролю за принципом визначення середнього та середньоквадратичного значення відгуку**

В підрозділах 5.4 і 5.5 розглянуто функціональні схеми автомата контролю, лінійних та нелінійних ОК, що використовують алгоритм обробки відгуку, який забезпечує найбільшу при даному рівні завад, часу контролю (кількість точок вимірювання відгуку) і даному тестовому сигналі захист від завад методу, тобто найбільшу можливу при цих умовах точність визначення параметрів контролю. У цьому підрозділі будуть розглянуті функціональні схеми автомата контролю, основані на спрощених алгоритмах обробки вихідного сигналу, розглянутого в підрозділі 4.3.

Застосування спрощених алгоритмів обробки відгуку дозволяє суттєво спростити функціональну схему аналізатора. Таке спрощення характеризується, звісно, деякою втратою захисту від завад порівняно з оптимальним методом обробки вихідного сигналу. Водночас при використанні спрощених методів обробки вихідного сигналу, розглянутих у підрозділі 4.3 (визначення середнього або середньоквадратичного значення вихідного сигналу неузгодженості), може бути забезпечений при великій кількості відліків вихідного сигналу достатньо високий захист від завад. Захист від завад при використанні спрощених методів обробки вихідного сигналу забезпечується, по-перше, за рахунок фільтрації (хоча й не оптимальної) завади при усередненні, та, по-друге, за рахунок вибору вихідного сигналу, який забезпечує найменшу можливу в цьому методі похибку визначення даного параметра. Оптимальний та спрощений методи обробки вихідного сигналу співвідносяться між собою так само, як кореляційний та накопичувальний метод у теорії оптимального прийому сигналів. Розрахунок захисту від завад спрощених методів обробки вихідного сигналу та методика визначення вхідного сигналу викладено в підрозділі 4.3.

Середнє апостеріорне значення відхилення величини  $z$  від номінального значення при вимірюванні середнього значення вихідного сигналу, тобто величина апостеріорної оцінки  $z^*$ , дорівнює у відповідності з формулами (4.8) і (4.10):

$$z^* = \Delta\bar{y} \frac{\sum_{i,j=1}^N Q_{ij} \alpha_i c_j}{\sigma^2 + \sum_{i,j=1}^N Q_{ij} c_i c_j}, \quad (5.21)$$

де  $\Delta\bar{y}$  – середнє значення сигналу неузгодженості на виході об'єкта контролю:

$$\Delta\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta y(t_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y(t_i) - y_H(t_i)]. \quad (5.22)$$

Величини  $c_j$  є середніми за часом вимірювання значеннями функцій чутливості:

$$c_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_j(t_i). \quad (5.23)$$

Величини  $Q_{ij}$  – матричні елементи кореляційної матриці параметрів контролю:

$$Q_{ij} = \langle \Delta q_i \Delta q_j \rangle. \quad (5.24)$$

Величини  $\alpha_i$  визначають залежність величини  $z$  від параметрів контролю  $q_j$ :

$$z = \sum_{j=1}^N \alpha_i \Delta q_j. \quad (5.25)$$

Зокрема, якщо вимірюється один з параметрів контролю, наприклад,  $z = q_j$ , то  $\alpha_i = 1$ ; при  $j \neq 1$ .

Величина  $\sigma^2$  визначається дисперсією завади  $\sigma_{\Delta}^2$  і дорівнює  $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sigma_{\Delta}^2$ .

Оскільки величини  $\alpha_i$ ,  $c_j$ ,  $Q_{ij}$ ,  $\sigma^2$  відомі, то величина множника, який стоїть у (5.21) перед величиною  $\Delta\bar{y}$ , може бути обчислена заздалегідь. Позначимо цей множник через  $k$  і запишемо (5.21) у вигляді:

$$z^* = k\Delta y = k \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y(t_i) - y_H(t_i)], \quad (5.26)$$

де

$$k = \frac{\sum_{i,j=1}^N Q_{ij} \alpha_i c_j}{\sigma^2 + \sum_{i,j=1}^N Q_{ij} c_i c_j}. \quad (5.27)$$

Отже, значення результату вимірювання  $\Delta \bar{y}$  з точністю до відомого множника співпадає з величиною  $z^*$ , що підлягає під визначення в результаті контролю.

Для лінійних ОК вираз для величини  $k$  може бути спрощено. Підставляючи вираз (4. 22) у формулу (5.27), отримаємо:

$$k = \frac{\lambda \sum_{i,j=1}^N Q_{ij} \alpha_i c_j}{\sigma^2 + \lambda^2 \sum_{i,j=1}^N Q_{ij} \alpha_i \alpha_j}. \quad (5.28)$$

Величина  $\lambda$  не залежить від завади і визначається вхідним сигналом. Величина  $\lambda$  пропорційна амплітуді тестового сигналу. При

$\sigma^2 = \frac{\sigma_{\Delta}^2}{n} \ll \lambda^2 \sum_{i,j=1}^N Q_{ij} \alpha_i \alpha_j$  (ця нерівність може виконуватися, зокрема, при

значних  $n$ ) величина  $k$  не залежить від величини завади і дорівнює:

$$k \approx \frac{1}{\lambda}. \quad (5.29)$$

Реалізація алгоритму (5.26) може бути виконана двома способами. По-перше, можна в кожній точці вимірювання  $t_i$  визначати різницю  $\Delta y(t_i) = y(t_i) - y_H(t_i)$ , а потім підсумувати отримані різниці. Для реалізації цього способу необхідно отримувати в кожній точці вимірювання  $t_i$  значення номінального сигналу ОК  $y_H(t_i)$ , для чого треба мати або модель ОК з номінальними значеннями параметрів, або відповідний запам'ятовуючий пристрій. По-друге, можна переписати співвідношення (5.26) у вигляді:

$$z^* = k' \sum_{i=1}^n y(t_i) - z^0, \quad (5.30)$$

$$\text{де } k' \approx \frac{1}{n} k; \quad z^0 = \frac{k}{n} \sum_{i=1}^n y_H(t_i).$$

Оскільки величина  $z^0$  відома, то відповідно до формули (5.30) для визначення величини  $z^*$  необхідно фактично вирахувати суму миттєвих значень вихідного сигналу, а значення  $z^0$ , яке відповідає номінальному сигналу, завести попередньо у вихідний лічильник реєстрації. Другий спосіб вимагає порівняно з першим більшого об'єму лічильника при однаковій точності визначення величини  $z^*$ , оскільки величини  $k' \sum_{i=1}^n y(t_i)$  і  $z^0$  можуть бути одного порядку, однак, позбавляють від необхідності мати модель ОК або пристрій пам'яті. Оскільки збільшення об'єму лічильника технічно реалізувати просто, вважаємо, другий спосіб доцільнішим.

На рисунку 5.12 показана функціональна схема автомата контролю, яка реалізує алгоритм (5.30).

На функціональній схемі (рис. 5.12) показано генератор вхідного сигналу 1, ОК 2, перетворювач аналог-код 3, подільник частоти або

розмножувальний пристрій 4 та вихідний лічильник реєстрації 5. Перемикач П1 служить для установки коефіцієнта множення  $k'$  відповідно до формули (5.30). Перемикач П2 служить для вводу у вихідний лічильник реєстрації 5 значення величини  $z^0$ . Перетворювач аналог-код запускається синхронізуючими імпульсами, які поступають з генератора входних сигналів 1. Всі вузли приладу аналогічні описаним раніше і були використані при конструюванні та створенні дослідних зразків цифрових аналізаторів та вольтметрів. Конструкція генератора 1 залежить від форми входного сигналу й значною мірою визначається обмеженнями, накладеними на входний сигнал. Різні варіанти побудови генераторів входного сигналу викладено в підрозділі 5.2. Зокрема, при контролі параметрів лінійних систем при обмеженій амплітуді входного сигналу, як показано в підрозділі 4.3, входний сигнал, що забезпечує найменшу похибку розглянутого методу контролю, являє собою кусково-постійну функцію  $u(t) = \pm U$  з точками перемикання (метод визначення точок перемикання викладено в підрозділі 4.3). У цьому випадку генератор входних сигналів може бути виконаний згідно з описаною в підрозділі 5.2 функціональною схемою (рис. 5.5).

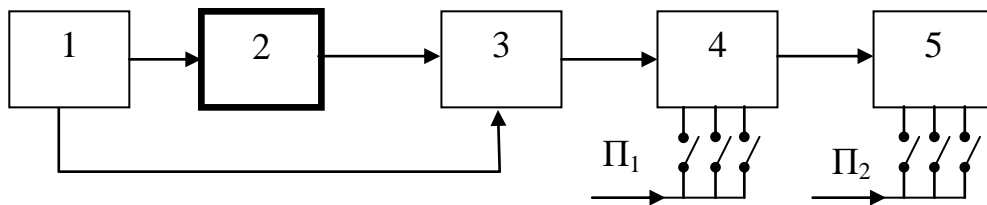


Рисунок 5.12 – Функціональна схема автомата контролю

Використання спрощеного методу обробки вихідного сигналу, який оснований на вимірюванні середньоквадратичного неузгодження вихідного сигналу

$$U^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\Delta y_H(t)]^2$$

дозволяє, як показано в підрозділі 4.3, отримати інформацію про величину сумарного середньоквадратичного відхилення параметрів контролю

$$z = \sum_{k=1}^N (\beta_k \Delta q_k^2),$$

де  $\beta_k$  – коефіцієнти ваги, величини яких повинні встановлюватися з міркувань «значущості» відповідного параметра.

В підрозділі 4.3 було вираховано метод захисту від завад і показано, що при досить великій кількості відліків  $n$  завадозахищеність може бути зроблена досить високою (формула (4.69)). Водночас метод має методичну нечутливість (за аналогією із терміном «методична похибка»). Ця нечутливість проявляється в тому, що вимірне значення середньоквадратичного сигналу неузгодженості дозволяє в загальному випадку визначити нижню  $z_{\min}$  і верхню  $z_{\max}$  границі, між якими укладено значення сумарного середньоквадратичного відхилення параметрів  $z$ . «Зона нечутливості»  $z_{\max} - z_{\min}$  не може бути зменшена збільшенням кількості відліків і підвищенням захисту від завад. Величина «зони нечутливості» визначається структурою ОК та вхідним тестовим сигналом. Для кожного конкретного об'єкта вибір вхідного сигналу може звузити цю «зону» [56].

Питання про доцільність застосування методу значною мірою залежить від того, наскільки малою є «зона нечутливості», та має вирішуватися окремо для кожного ОК.

Функціональна схема автомата контролю, що реалізує розглянутий метод контролю, представлена на рисунку 5.13.

На рисунку 5.13 показано генератор-здатчик вхідного сигналу 1, ОК 2, модель ОК з номінальними значеннями параметрів 3, перетворювач аналог-код 4, робота якого синхронізується генератором вхідних сигналів 1, арифметичний пристрій, виконуючий операцію зведення в квадрат і вихідний пристрій реєстрації 6. Замість моделі ОК можна використати

запам'ятовуючий пристрій – генератор, який формує номінальні значення вихідного сигналу  $u_H(t_i)$ .

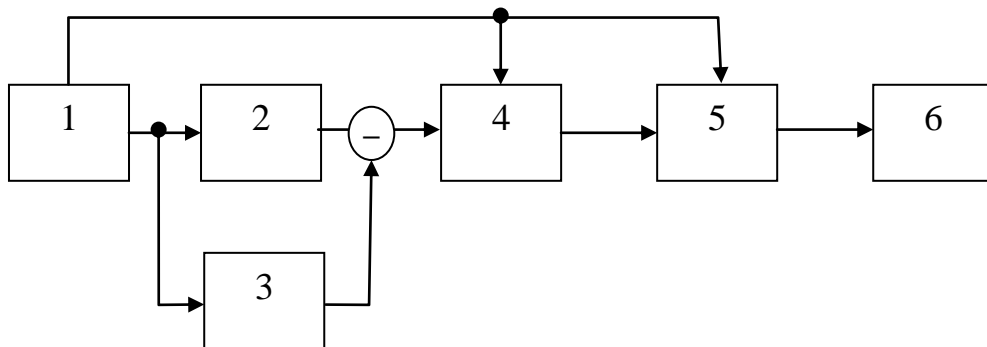


Рисунок 5.13 – Функціональна схема автомата контролю

Головні вузли функціональної схеми рисунку 5.13 можуть бути виконані аналогічно вузлам цифрового вольтметра для визначення діючих значень [87]. Арифметичний пристрій, що виконує операцію зведення в квадрат, на відміну від пристроїв, використаних у цифрових вольтметрах [87], може бути спрощено при використанні схеми множення рисунку 5.7. В підрозділі 5.3 було показано, що якщо в регістрі розмножувального пристрою зафіксовано число  $D$ , то кількість імпульсів  $M$  на виході пристрою множення зв'язана з кількістю імпульсів  $N$ , що поступає на вхід лічильника-дільника  $C$ , згідно зі співвідношенням (5.6):

$$M = 2^{-n} DN.$$

Якщо число, яке зафіксовано в регістрі  $P$ , під час надходження імпульсів на лічильник  $C$  змінюється, то повну кількість імпульсів  $M$  на виході розмножувального пристрою можна записати так:

$$M = \sum_i D_i \Delta N_i 2^{-n}, \quad (5.31)$$

де  $\Delta N_i$  – кількість імпульсів, які надійшли на вхід лічильника С за час, коли показання лічильника Д не змінюються, тобто за час між двома послідовними імпульсами, які приходять у регістр Р. Так, якщо кількість імпульсів, що надходять на лічильники С і Р за фіксовані інтервали часу пропорційні один одному, наприклад, частота проходження імпульсів N у k разів більша за частоту імпульсів Д, то зі співвідношення (5.31) отримаємо:

$$M = 2^{-n} (k + 2k + \dots + Nk) = \frac{k}{2} (N + 1)N = 2^{-n} \frac{k}{2} N^2 \left(1 + \frac{1}{N}\right), \quad (5.32)$$

де N – повна кількість імпульсів, що надходить на вхід лічильника С.

З точністю до дискретності можна знехтувати величиною  $1/N$  порівняно з одиницею, тому остаточно отримаємо:

$$M \approx \frac{k}{2^{n+1}} N^2. \quad (5.33)$$

Отже, схема рисунку 5.7 дозволяє при безперервному надходженні імпульсів на лічильники С і Р виробляти з точністю до постійного множника зведення кількості імпульсів у квадрат. Напростіше реалізується схема зведення в квадрат при паралельному надходженні імпульсів на обидва лічильники, тобто при  $k = 1$ . Тоді

$$M = \frac{1}{2^{n+1}} N^2.$$

Зазначимо, що безперервна робота розмножувального пристрою (рис. 5.7) у відповідності до формули (5.32) була нами використана в одному з варіантів автомата контролю при синусоїдному вхідному сигналі (схема рис. 5.12), де величина  $\Delta N_i$  була пропорційна миттєвому значенню вихідної

напруги  $y(t_i)$ , а величина  $D_i$  була пропорційна  $\sin \alpha_i$  або  $\cos \alpha_i$ , тому величина  $M$  на виході розмножувального пристрою була пропорційна

$$M \cong \left( \begin{array}{c} \sin \alpha_i \\ \cos \alpha_i \end{array} \right) \sum_i y(t_i).$$

Для отримання СКЗ вихідного сигналу ОК описаним вище способом, тобто для отримання величини  $\sum_i N_i^2$ , де  $N_i$  – кількість імпульсів, які поступають з виходу перетворювача аналог-код 4, пропорційна миттєвому значенню величини  $\Delta y(t_i)$ , розмножувальний пристрій 5 має повертатися у вихідний, нульовий стан перед приходом кожної пачки імпульсів  $N_i$ .

Скидання розмножувального пристрою на схемі рисунку 5.13 здійснюється імпульсами, що поступають з генератора вхідного сигналу 1.

Зауважимо, що описаний вище пристрій можна використовувати й для вилучення квадратного кореню, що необхідно, наприклад, при обчисленні діючого значення напруги. Принцип дії описаної схеми при добуванні квадратного кореня наступний. Імпульси тактового генератора поступають паралельно на лічильники С і Р розмножувального пристрою рисунку 5.7 та з виходу розмножувального пристрою на лічильник, що віднімає, на якому попередньо зафіксовано число  $N$ , з якого необхідно вилучити корінь. В момент, коли цей лічильник приходиться у нульовий стан, виробляється сигнал, який припиняє надходження імпульсів тактового генератора в лічильники С і Р розмножувального пристрою. Водночас, як видно з виразу (5.33), в регістрі Р розмножувального пристрою буде з точністю до постійного множника фіксуватися величина  $\sqrt{N}$ .

Метод контролю, оснований на визначенні СКЗ вихідного сигналу неузгодженості, доцільно використовувати в тих випадках, коли необхідно отримати узагальнену, інтегральну оцінку стану ОК, оскільки він дає інформацію не про кожний окремий параметр контролю, а про сумарне

середньоквадратичне відхилення параметрів. Цей метод може застосовуватися в комбінації з описаними вище методами, які дозволяють визначати відхилення кожного з параметрів контролю окремо. Водночас для визначення відхилень невеликої кількості найбільш значимих параметрів можуть застосовуватися викладені вище оптимальні методи обробки вихідного сигналу, або метод, який використовує визначення середнього значення вихідного сигналу, а для визначення сумарного середньоквадратичного відхилення всіх параметрів можна використовувати метод визначення середньоквадратичного значення неузгодження вихідного сигналу.

### **Висновки до розділу 5**

1. Прилади контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту за своїм функціональним призначенням складаються з апаратури генератора вхідних тестових впливів та апаратури, яка призначена для аналізу відгуку (вихідного сигналу) об'єкта контролю. Обґрунтовано доцільність і можливість побудови такої апаратури на базі цифрової дискретної техніки.

2. Застосування цифрової дискретної апаратури контролю дозволяє реалізувати оптимальні методи контролю, забезпечує високу швидкодію та точність контролю, а також дозволяє автоматизувати процес контролю.

3. Принципи побудови та створені на основі цих принципів генератори вхідних сигналів дозволяють формувати вхідний сигнал потрібної форми з необхідним ступенем точності. Експериментальні дослідження та дослідна експлуатація генераторів показали їх працездатність та надійність.

4. Розглянуто принципи побудови та різні варіанти конструкції, які реалізують оптимальний алгоритм обробки вихідного сигналу об'єкта

контролю. При синусоїдній формі вхідного сигналу автомат контролю може бути виконаний на базі аналізатора частотних характеристик.

5. Розглянуто варіанти побудови автомата контролю, в яких проводиться обробка вихідного сигналу на основі спрощених алгоритмів, що дозволяють суттєво спростити апаратуру аналізатора при одночасному збереженні достатньо високого захисту від завад.

6. Автомат контролю, в якому спрощений алгоритм обробки вихідного сигналу, зводиться до обчислення середнього значення, дозволяє визначити різницю відносно номінального значення кожного з параметрів об'єкта контролю. Технічна реалізація такого автомата контролю може бути виконана на базі цифрового вольтметра середніх значень.

7. Автомат контролю, в якому спрощений алгоритм обробки вихідного сигналу зводиться до обчислення середньоквадратичного значення неузгодженості вихідного сигналу, дозволяє визначити сумарну середньоквадратичну різницю відносно номінальних значень усіх параметрів контролю та може бути використаний для інтегральної оцінки технічного стану. Технічна реалізація такого автомата контролю може бути виконана на базі цифрового вольтметра діючих значень.

8. З метою підвищення оперативності контролю може бути використаний комбінований метод, при якому для визначення відхилень невеликої кількості найбільш суттєвих (значимих) параметрів застосовується оптимальний метод обробки вихідного сигналу, або який використовує визначення середнього значення вихідного сигналу, а для інтегральної оцінки уходів всіх інших параметрів – метод, оснований на визначенні середньоквадратичного значення неузгодженості вихідного сигналу.

Наукові результати даного розділу відтворено в публікаціях автора дисертації [48, 51, 56, 58, 93, 161].

## РОЗДІЛ 6

### ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ЗАПРОПОНОВАНИХ МЕТОДІВ СИНТЕЗУ СКЛАДНИХ ТЕСТОВИХ СИГНАЛІВ

Розроблено метод визначення похибок координат засобів водного транспорту залежно від процедур контролю технічного стану РНК. Удосконалено метод синтезу складного тестового сигналу з потрібним спектром з використанням функції Лагранжа. На основі запропонованих методів синтезу тестових сигналів синтезовано сигнали з будь-якою кількістю точок перемикавання та сигнали з нормованим спектром. Для оцінки ефективності синтезовано тестовий сигнал для контролю передавача РНК засобів водного транспорту.

#### **6.1 Метод визначення похибок координат засобів водного транспорту залежно від технічного стану радіонавігаційних комплексів**

У практиці контролю технічного стану складних систем виникають задачі забезпечення максимальної ефективності їх використання при експлуатації за рахунок своєчасного виявлення відмов. Це досягається вибором оптимальної номенклатури параметрів контролю [92, 124]. Ці задачі у загальній постановці можуть бути описані так.

Заданий оператор цілі функціонування ОК – це  $\Phi(q)$ , що залежить від вектора параметрів контролю  $q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ , де  $n$  – кількість параметрів контролю [56]. Необхідно визначити вектор параметрів контролю  $q$ , що забезпечує екстремум функції  $\Phi(q)$ .

Нехай параметри контролю радіонавігаційної системи  $q_j$  мають допустимі відхилення приросту  $\Delta q_j$ , тоді відповідний приріст функціонала цілі  $\epsilon$  (рис. 6.1):

$$\Delta\Phi = \Phi(q_1 + \Delta q_1, \dots, q_j + \Delta q_j, \dots, q_n + \Delta q_n) - \Phi(q_1, \dots, q_j, \dots, q_n). \quad (6.1)$$

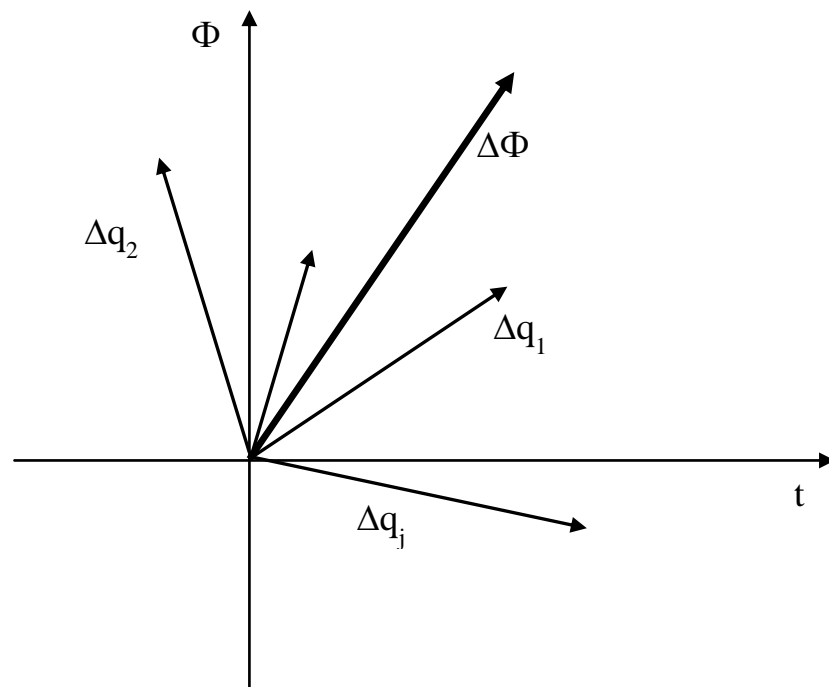


Рисунок 6.1 – Зміна функціонала цілі контролю  $\Phi$  залежно від параметрів  $q$

За час експлуатації засобів водного транспорту, особливо в жорстких морських умовах, відбувається дрейф параметрів контролю  $q_j$ , які відповідають за технічний стан РНК. Своєчасне виявлення виходу параметрів контролю за границі зміни допоможе запобігти виходу з ладу РНК. Отже, інтервал між проведенням контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту необхідно обирати такий, щоб запобігти виходу параметрів контролю за встановлені границі, тобто забезпечити незначну зміну інтенсивності відмов  $\lambda(t)$  і щільності появи відмов  $\rho(t)$  впродовж інтервалу часу (рис. 6.2).

Розглянемо вплив зміни (дрейфу) параметрів контролю РНК під час експлуатації на похибки координат засобів водного транспорту на маршруті руху.

Позначимо  $\delta q_j$ ,  $j = \overline{1, n}$  за відносний приріст параметрів (віднесений до номінальних значень):  $\delta q_j = \frac{\Delta q_j}{Q_{\text{ном } j}}$ . Зафіксуємо довжину вектора

$\|\delta q\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n \delta q_j^2}$ . Для різних напрямків, тобто для різних співвідношень між

компонентами  $\delta q_j$ , величина приросту  $\Delta \Phi$  буде різною.

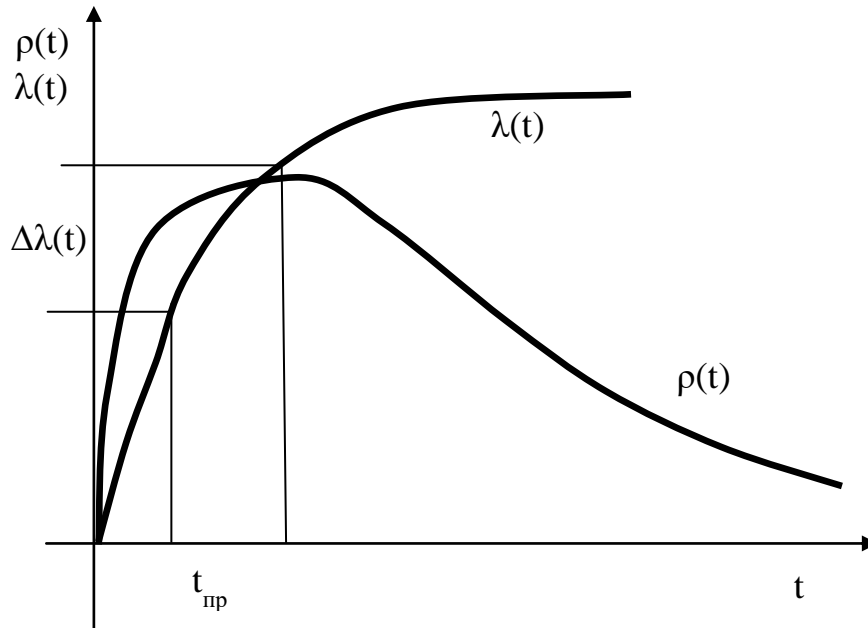


Рисунок 6.2 – Зміна параметрів контролю  $q$  за час експлуатації

Відношення  $\delta \Phi / \|\delta q\|$ , де  $\delta \Phi = \frac{\Delta \Phi}{\Phi_{\text{ном}}}$ , характеризує нестабільність роботи РНК засобів водного транспорту у даному напрямку, тобто при даному співвідношенні між величинами  $\delta q_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ . Для деякого напрямку величина  $\delta \Phi$  (при фіксованій величині  $\|\delta q\|$ ) буде максимальною. Тоді за оцінку нестабільності роботи РНК засобів водного транспорту використаємо величину

$$\delta_{\text{РНК}} = \lim_{\|\delta q\| \rightarrow 0} \frac{\delta \Phi_{\text{max}}}{\|\delta q\|}. \quad (6.2)$$

Величина  $\delta_{\text{РНК}}$  має такий фізичний зміст. Оскільки  $\|\delta q\|$  є кількісною мірою «перестроювання» ОК, то  $\delta_{\text{РНК}}$  є максимально можливим відносним приростом функціонала цілі, яке приходить на одиничне перестроювання.

Величина  $\delta_{\text{РНК}}$  дозволяє оцінити потенційну спроможність РНК засобів водного транспорту до адаптації. Наприклад, з декількох комплексів обрати той, для якого потрібний ступінь адаптації отримується шляхом мінімального перенастроювання; або забракувати той комплекс, для якого адаптація досягається при дуже значному перенастроюванні параметрів.

Оцінка  $\delta_{\text{РНК}}$  є корисною в альтернативній задачі адаптації, коли до комплексів висувають вимоги за точністю вихідних характеристик. У цьому випадку перевагу необхідно віддати жорстким комплексам, тобто комплексам з малою нестабільністю роботи  $\delta_{\text{РНК}}$ .

Величину  $\delta_{\text{РНК}}$  визначимо через характеристики радіонавігаційних систем засобів водного транспорту. Дійсно, визначення максимального значення величини  $\delta\Phi$  за умови  $\|\delta q\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n \delta q_j^2} = \text{const}$ , може бути здійснено за допомогою метода Лагранжа [65]. Складемо функцію Лагранжа  $\Psi$ :

$$\Psi = \Phi - \sum_{i=1}^m \lambda_i \varphi_i - \frac{1}{2} \mu \sum_{j=1}^n \delta q_j^2, \quad (6.3)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт узгодження.

Величину  $\delta q_j$  знайдемо з умов  $\frac{\partial \Psi}{\partial \delta q_j} = 0$ :

$$\delta q_j = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \delta q_j} - \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \delta q_j} \right).$$

Позначимо

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \delta q_j} = q_{\text{ном } j} \frac{\partial \Phi}{\partial q_j} = a_j; \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial \delta q_j} = q_{\text{ном } j} \frac{\partial \varphi_i}{\partial q_j} = b_j^i.$$

Величини  $a_j$  і  $b_j^i$  є коефіцієнтами чутливості функцій  $\Phi$  і  $\varphi_i$  за параметрами РНК.

Таким чином,

$$\delta q_j = \frac{1}{\mu} \left( a_j - \sum_{i=1}^g \lambda_i b_j^i \right), \quad j = \overline{1, n}. \quad (6.4)$$

Для малих (незначних) приростів параметрів контролю отримаємо:

$$\sum_{j=1}^n b_j^i \delta q_j = 0, \quad i = \overline{1, g}. \quad (6.5)$$

Підставимо вираз (6.4) в (6.5), отримаємо систему рівнянь для  $\lambda_i$ :

$$\sum_{k=1}^g \lambda_k \left( \sum_{j=1}^n b_j^i b_j^k \right) = \sum_{j=1}^n a_j b_j^i; \quad i = \overline{1, g}. \quad (6.6)$$

При використанні скорочених векторних позначень запишемо:

$$\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n); \quad \vec{b}^i = (b_1^i, b_2^i, \dots, b_n^i).$$

Позначимо скалярний добуток векторів  $\vec{x}$  і  $\vec{y}$  через

$$(\vec{x} \cdot \vec{y}) = \sum_{j=1}^n x_j y_j.$$

Тоді система рівнянь (6.6) набуває вигляду:

$$\sum_{k=1}^g \lambda_k \left( \sum_{j=1}^n \vec{b}^i \vec{b}_j^k \right) = (\vec{a} \cdot \vec{b}^i); \quad i = \overline{1, g}. \quad (6.7)$$

Визначник отриманої системи рівнянь (6.7)  $\Delta = \det \left\| \left( \vec{b}^i \vec{b}^k \right) \right\|, k = \overline{1, g}, i = \overline{1, n}$ , є визначником Грама [65, 134]. Його геометричний зміст – квадрат об’єму  $g$ -мірного паралелепіпеда, побудованого на векторах  $\vec{b}^i$ . Оскільки умови (6.6) вважаються незалежними (інакше частину умов необхідно виключити), то вектор  $\vec{b}^i$  – лінійно незалежний. Для лінійно незалежних векторів визначник Грама позитивний. Тому система рівнянь (6.7) має одиничний розв’язок [134].

Запишемо (6.4) у векторних позначеннях:

$$\delta \vec{q} = \frac{1}{\mu} \left( \vec{a} - \sum_{i=1}^g \lambda_i \vec{b}^i \right) = \frac{1}{\mu} (\vec{a} - \vec{a}_s), \quad (6.8)$$

$$\text{де } \vec{a}_s = \sum_{i=1}^g \lambda_i \vec{b}^i. \quad (6.9)$$

Як виходить з (6.9), вектор  $\vec{a}_s$  знаходиться у площині, яка визначається векторами  $\vec{b}^i$ .

З іншого боку, згідно з (6.5) і (6.7), вектор  $\delta \vec{q}$  (отже, і  $\vec{a} - \vec{a}_s \equiv \vec{a}_p$ ) ортогональний всім векторам  $\vec{b}^i$ :  $(\vec{a}_p \vec{b}^i) = 0$ . Таким чином, вектор  $\vec{a}_p$  є ортогональною проекцією вектора  $\vec{a}$  на нормаль до простору векторів  $\vec{b}^i$ . Позначимо кут між вектором  $\vec{a}$  і площиною, в якій знаходяться вектор  $\vec{b}^i$ , через  $\theta$ . Тоді величина вектора  $\vec{a}_p$  буде дорівнювати:

$$\|\vec{a}_p\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n \vec{a}_{pj}^2} = a \sin \theta, \quad (6.10)$$

$$\text{де } a = \|\vec{a}\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n a_j^2}. \quad (6.11)$$

Величина  $a$ , згідно з (6.11), є СКЗ чутливості РНК:

$$a = \left[ \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \delta q_j} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Як виходить з виразів (6.4) і (6.10), проекція вектора  $\delta \vec{q}$  дорівнює:

$$\delta q = \|\delta \vec{q}\| = \frac{1}{\mu} a \sin \theta.$$

Розрахуємо величину  $\Delta \Phi$ . Для малих (незначних) приростів параметрів

$$\Delta \Phi = \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \delta q_j} \right) \delta q_j = \sum_{j=1}^n a_j \delta q_j \equiv (\vec{a} \cdot \delta \vec{q}).$$

Використання (6.8) дозволяє отримати:

$$\Delta \Phi_{\max} \frac{1}{\mu} (\vec{a} \cdot \vec{a}_p) = \frac{1}{\mu} a^2 \sin^2 \theta,$$

$$\text{де } (\vec{a} \cdot \vec{a}_p) = (\vec{a}_s + \vec{a}_p, \vec{a}_n) = \vec{a}_p^2 + (\vec{a}_p \cdot \vec{a}_s); (\vec{a}_p \cdot \vec{a}_s) = 0.$$

Таким чином, для показника нестабільності роботи  $\delta_{\text{РНК}}$  остаточно запишемо:

$$\delta_{\text{РНК}} = \frac{\Delta \Phi_{\max}}{\delta q} = a \sin \theta. \quad (6.12)$$

Фізичний зміст величини  $a$  у (6.12) враховує чутливість системи при зміні її параметрів без урахування умов (6.6). Величина  $\sin\theta$  враховує обмеження нестабільності роботи при врахуванні обмежень.

Величина  $\delta_{\text{РНК}}$  може бути визначена через компоненти векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}^i$ . Дійсно, геометрично величина  $\delta_{\text{РНК}}$  є перпендикуляром з кінця вектора  $\vec{a}$  на площину векторів  $\vec{b}^i$ . Тому  $\delta_{\text{РНК}}$  є відношенням об'ємів двох паралелепіпедів, один з яких побудований на векторах  $(\vec{b}^1, \vec{b}^2, \dots, \vec{b}^g, \vec{a})$ , а другий – на векторах  $(\vec{b}^1, \vec{b}^2, \dots, \vec{b}^g)$ . Якщо позначити визначник Грама першої системи векторів через  $\Gamma(\vec{b}^1, \vec{b}^2, \dots, \vec{b}^g, \vec{a})$ , а другий – через  $\Gamma(\vec{b}^1, \vec{b}^2, \dots, \vec{b}^g)$ , то отримаємо:

$$\delta_{\text{РНК}} = \left[ \frac{\Gamma(\vec{b}^1, \vec{b}^2, \dots, \vec{b}^g, \vec{a})}{\Gamma(\vec{b}^1, \vec{b}^2, \dots, \vec{b}^g)} \right]^{1/2},$$

де

$$\Gamma(\vec{b}^1, \vec{b}^2, \dots, \vec{b}^g, \vec{a}) = \begin{vmatrix} (\vec{b}^1 \vec{b}^1) & (\vec{b}^1 \vec{b}^2) & \dots & (\vec{b}^1 \vec{b}^g) & (\vec{b}^1 \vec{a}) \\ (\vec{b}^1 \vec{b}^2) & (\vec{b}^2 \vec{b}^2) & \dots & (\vec{b}^2 \vec{b}^g) & (\vec{b}^2 \vec{a}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\vec{b}^1 \vec{b}^g) & (\vec{b}^2 \vec{b}^g) & \dots & (\vec{b}^g \vec{b}^g) & (\vec{b}^g \vec{a}) \\ (\vec{a} \vec{b}^1) & (\vec{a} \vec{b}^2) & \dots & (\vec{a} \vec{b}^g) & (\vec{a} \vec{a}) \end{vmatrix};$$

$$\Gamma(\vec{b}^1, \vec{b}^2, \dots, \vec{b}^g) = \begin{vmatrix} (\vec{b}^1 \vec{b}^1) & (\vec{b}^1 \vec{b}^2) & \dots & (\vec{b}^1 \vec{b}^g) \\ (\vec{b}^1 \vec{b}^2) & (\vec{b}^2 \vec{b}^2) & \dots & (\vec{b}^2 \vec{b}^g) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\vec{b}^1 \vec{b}^g) & (\vec{b}^2 \vec{b}^g) & \dots & (\vec{b}^g \vec{b}^g) \end{vmatrix}. \quad (6.13)$$

Наприклад, коли діє тільки одне обмеження, то

$$\Gamma(\vec{b} \vec{a}) = \begin{vmatrix} b^2 & (\vec{a} \vec{b}) \\ (\vec{a} \vec{b}) & a^2 \end{vmatrix} = a^2 b^2 - (\vec{a} \vec{b})^2; \quad \Gamma(\vec{b}) = b^2.$$

Тоді

$$\delta_{\text{PHK}} = \left[ a^2 - \frac{(\bar{a}\bar{b})^2}{b^2} \right]^{1/2} = a \left[ 1 - \frac{(\bar{a}\bar{b})^2}{a^2 b^2} \right]^{1/2}.$$

Покажемо, що введення нових обмежень може тільки зменшити величину  $\delta_{\text{PHK}}$ , і розрахуємо програш у нестабільності роботи  $\delta_{\text{PHK}}$ , який за такої умови виникає.

Розрахунок похідних виразу (6.7) дозволяє записати систему рівнянь для  $\lambda_i$ :

$$\sum_{k=1}^m \lambda_k (\vec{b}^i \vec{b}_k) = (\bar{a} \cdot \vec{b}^i), \quad i = \overline{1, g}. \quad (6.14)$$

Отримана система рівнянь тотожно співпадає з системою (6.7). Після підстановки розв'язку системи (6.14) у (6.13), отримаємо вектор  $\vec{a}_p = \bar{a} - \vec{a}_s$ .

Таким чином, вектор  $\vec{a}_p$  і рівну йому величину  $\delta_{\text{PHK}}$  запишемо так:

$$\delta_{\text{PHK}} = a_p = \min_{\{\lambda_i\}} \left| \bar{a} - \sum_{i=1}^g \lambda_i \vec{b}^i \right|.$$

Порівняємо величини  $\delta_{\text{PHK}_g}$  і  $\delta_{\text{PHK}_{g+1}}$ :

$$\delta_{\text{PHK}_g}^2 = \min_{\{\lambda_i\}} \left( \bar{a} - \sum_{i=1}^g \lambda_i \vec{b}^i \right)^2; \quad \delta_{\text{PHK}_{g+1}}^2 = \min_{\{\lambda_i\}} \left( \bar{a} - \sum_{i=1}^{g+1} \lambda_i \vec{b}^i \right)^2$$

і знайдемо різницю:

$$\delta_{\text{РНК}_{g+1}}^2 - \delta_{\text{РНК}_g}^2 = -\frac{(\bar{a}, \bar{b}_s^{g+1})^2}{(\bar{b}_s^{g+1})^2}.$$

Отримана формула показує, що  $\delta_{\text{РНК}_{g+1}}^2 < \delta_{\text{РНК}_g}^2$  та визначає різницю, яка може бути розрахована через вектори  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$ .

Для цього скористаємося формулою для ортогональної проєкції вектора  $\bar{b}^{g+1}$  на підпросторі векторів  $\{\bar{b}^1, \dots, \bar{b}^g\}$ :

$$\bar{b}_s^{g+1} = \frac{1}{\Gamma(\bar{b}^1, \bar{b}^2, \dots, \bar{b}^g)} \begin{vmatrix} (\bar{b}^1 \bar{b}^1) & (\bar{b}^1 \bar{b}^2) & \dots & (\bar{b}^1 \bar{b}^g) & \bar{b}^1 \\ (\bar{b}^1 \bar{b}^2) & (\bar{b}^2 \bar{b}^2) & \dots & (\bar{b}^2 \bar{b}^g) & \bar{b}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\bar{b}^1 \bar{b}^g) & (\bar{b}^2 \bar{b}^g) & \dots & (\bar{b}^g \bar{b}^g) & \bar{b}^g \\ (\bar{b}^1 \bar{b}^{g+1}) & (\bar{b}^2 \bar{b}^{g+1}) & \dots & (\bar{b}^g \bar{b}^{g+1}) & \bar{b}^{g+1} \end{vmatrix}, \quad (6.15)$$

де  $\Gamma_g = \Gamma\{\bar{b}^1, \dots, \bar{b}^g\}$  – визначник Грама векторів  $\{\bar{b}^1, \dots, \bar{b}^g\}$ , який визначається з (6.13) [133].

Відповідно до (6.15) знайдемо  $(\bar{a}, \bar{b}_s^{g+1}) \equiv \frac{\Delta}{\Gamma_g}$ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\bar{b}^1 \bar{b}^1) & (\bar{b}^1 \bar{b}^2) & \dots & (\bar{b}^1 \bar{b}^g) & (\bar{b}^1 \bar{a}) \\ (\bar{b}^1 \bar{b}^2) & (\bar{b}^2 \bar{b}^2) & \dots & (\bar{b}^2 \bar{b}^g) & (\bar{b}^2 \bar{a}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\bar{b}^1 \bar{b}^g) & (\bar{b}^2 \bar{b}^g) & \dots & (\bar{b}^g \bar{b}^g) & (\bar{b}^g \bar{a}) \\ (\bar{b}^1 \bar{b}^{g+1}) & (\bar{b}^2 \bar{b}^{g+1}) & \dots & (\bar{b}^g \bar{b}^{g+1}) & (\bar{b}^{g+1} \bar{a}) \end{vmatrix}. \quad (6.16)$$

Величина  $(\bar{b}_s^{g+1})^2 = (\bar{b}_s^{g+1} \bar{b}^{g+1})$  дорівнює:

$$(\bar{b}_s^{g+1})^2 = \frac{\Gamma_{g+1}}{\Gamma_g},$$

де  $\Gamma_{g+1} = \Gamma_{g+1}(\bar{b}^1, \dots, \bar{b}^{g+1})$  – визначник Грама системи векторів  $\{\bar{b}^1, \dots, \bar{b}^{g+1}\}$  [65, 134].

Таким чином, отримаємо:

$$\delta_{\text{РНК}_g}^2 - \delta_{\text{РНК}_{g+1}}^2 = \frac{\Delta^2}{\Gamma_g \Gamma_{g+1}}. \quad (6.17)$$

Це співвідношення дозволяє розрахувати програш у нестабільності роботи РНК, який виникає при додаванні нових обмежень щодо зміни параметрів контролю, та провести попередній аналіз впливу того або іншого обмеження на нестабільність роботи РНК, тобто визначити шляхи підвищення (зниження) нестабільності. Відповідь на останнє питання є важливою при розробці (конструюванні) РНК засобів водного транспорту з високими вимогами до стабільності вихідних характеристик.

Водночас формула (6.17) дозволяє визначити програш у нестабільності роботи при умові, що деякі параметри РНК жорстко фіксуються, тобто оцінити вплив варіації кожного з параметрів на нестабільність роботи.

Дійсно, фіксація будь-якого параметра, наприклад,  $q_1$ , полягає в додатковій умові:  $\delta q_1 = 0$ . Цю умову можна записати у вигляді умови зв'язку:

$$(\bar{b}^{g+1} \delta \bar{q}) = 0,$$

де  $\bar{b}^{g+1} = (1, 0, 0, \dots, 0)$ .

Розглянемо, наприклад, випадок, коли є одне обмеження, та розрахуємо програш при фіксації параметра  $q_1$ .

Величина  $\Delta$  з формули (6.16) у цьому випадку дорівнює:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \bar{b}^2 & (\bar{a} \bar{b}) \\ b_1 & a_1 \end{vmatrix} = a_1 \bar{b}^2 - b_1 (\bar{a} \bar{b}); \quad \Gamma_g = \bar{b}^2; \quad \Gamma_{g+1} = \begin{vmatrix} \bar{b}^2 & b_1 \\ b_1 & 1 \end{vmatrix} = \bar{b}^2 - b_1;$$

$$\delta_{\text{PHK}_g}^2 - \delta_{\text{PHK}_{g+1}}^2 = \frac{[a_1 \bar{b}^2 - b_1 (\bar{a} \bar{b})]^2}{\bar{b}^2 (\bar{b}^2 - b_1^2)}.$$

Якщо позначити  $\alpha = \frac{a_1}{a}$ ,  $\beta = \frac{b_1}{b}$ ,  $\cos \theta = \frac{(\bar{a} \bar{b})}{a b}$ , то для відносної величини

втрат запишемо:

$$\frac{\delta_{\text{PHK}_g}^2 - \delta_{\text{PHK}_{g+1}}^2}{\delta_{\text{PHK}_g}^2} = \frac{(\alpha - \beta \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta (1 - \beta^2)}.$$

Зазначимо, що величину  $\Delta$  можна розрахувати через вектор  $\bar{a}_p$ . Дійсно, вектор  $\bar{a}_p$  можна знайти аналогічно вектору  $\bar{b}_s^{s+1}$  згідно з виразом (6.15):

$$\bar{a}_p = \frac{1}{\Gamma(\bar{b}^1, \bar{b}^2, \dots, \bar{b}^g)} \begin{vmatrix} (\bar{b}^1 \bar{b}^1) & (\bar{b}^1 \bar{b}^2) & \dots & (\bar{b}^1 \bar{b}^g) & \bar{b}^1 \\ (\bar{b}^1 \bar{b}^2) & (\bar{b}^2 \bar{b}^2) & \dots & (\bar{b}^2 \bar{b}^g) & \bar{b}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\bar{b}^1 \bar{b}^g) & (\bar{b}^2 \bar{b}^g) & \dots & (\bar{b}^g \bar{b}^g) & \bar{b}^g \\ (\bar{b}^1 \bar{a}) & (\bar{b}^2 \bar{a}) & \dots & (\bar{b}^g \bar{a}) & \bar{a} \end{vmatrix}.$$

Тоді величина  $\Delta$  відповідно до формули (6.16), при врахуванні того, що величина детермінанту змінюється при заміні строк стовпцями, дорівнює:

$$\Delta = \Gamma_g(\bar{a}_p \bar{b}^{g+1}).$$

Отриманий вираз є простішим для розрахунків, ніж формула (6.16), тому що при визначенні  $\Delta \Phi_{\max}$  необхідно визначати вектор  $\bar{a}_p$ , оскільки

$\delta \bar{q} = \frac{1}{\mu} \bar{a}_p$  згідно з (6.8). Тоді величину втрат знайдемо так:

$$\delta_{\text{РНК}_g}^2 - \delta_{\text{РНК}_{g+1}}^2 = \frac{(\vec{a}_p \vec{b}^{g+1})^2 \Gamma_g}{\Gamma_{g+1}}.$$

При  $(\vec{a}_p \vec{b}^{g+1}) = (\vec{a}_p \vec{b}_s^{g+1}) = (\vec{a} \vec{b}_s^{g+1})$  співвідношення (6.17) запишемо:

$$\delta_{\text{РНК}_g}^2 - \delta_{\text{РНК}_{g+1}}^2 = \frac{(\vec{a}_p \vec{b}^{g+1})^2}{(\vec{b}_s^{g+1})^2} = a_p^2 \cos^2 \psi, \quad (6.18)$$

де  $\psi$  – кут між векторами  $\vec{a}_p$  і  $\vec{b}_s^{g+1}$ .

Фізичний зміст виразу (6.18) полягає в тому, що програш є тим більшим, чим ближчим є напрямок, який визначається вектором  $\vec{b}_s^{g+1}$  до напрямку вектора  $\vec{a}$  – напрямку градієнта функціонала  $\Phi$ . Відносний програш при цьому

$$\frac{\delta_{\text{РНК}_g}^2 - \delta_{\text{РНК}_{g+1}}^2}{\delta_{\text{РНК}_g}^2} = \cos^2 \psi. \quad (6.19)$$

Таким чином, отримані співвідношення (6.1) – (6.19) являють собою метод розрахунку нестабільності роботи РНК і дозволяють визначити вплив зміни їх параметрів контролю на похибки координат засобів водного транспорту на маршруті.

Запропонований метод дозволяє проводити діагностування технічного стану РНК засобів водного транспорту, оскільки за його допомогою можливо прогнозувати час між проведенням періодичного контролю під час експлуатації. Рациональний інтервал проведення періодичного контролю (міжконтрольний інтервал) під час експлуатації РНК засобів водного транспорту дозволить збільшити достовірність їх справного стану. Збільшення достовірності експлуатації справних РНК дозволяє підвищити ефективність експлуатації засобів водного транспорту.

## 6.2 Синтез складного тестового сигналу з використанням функції Лагранжа

Проведемо дослідження отриманих методів синтезу та обробки тестових сигналів для контролю технічного стану РНК при безпечній експлуатації засобів водного транспорту.

Розглянемо критерій мінімуму середнього квадратичного відхилення модулів комплексних коефіцієнтів Фур'є опорного та складного сигналів.

Математична постановка задачі синтезу полягає в пошуку найкращого середньоквадратичного наближення спектра синтезованого складного тестового сигналу  $F(\alpha)$  до спектра опорного сигналу  $f(\alpha)$ :

$$\sigma = \min \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( |\dot{d}_n| - |\dot{D}_n| \right)^2, \quad (6.20)$$

$$\text{де } \dot{d}_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) e^{-jn\alpha} d\alpha = \frac{1}{2} c_n e^{j\psi_n}; \quad \dot{D}_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\alpha) e^{-jn\alpha} d\alpha = \frac{1}{2} C_n e^{j\varphi_n} -$$

відповідно комплексні коефіцієнти Фур'є сигналів  $f(\alpha)$  та  $F(\alpha)$  при  $n \neq 0$ ;

$\alpha = \omega_0 t$  – фазовий кут ( $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ );

$\omega_0$  – основна кругова частота;

$c_n$  і  $\psi_n$ ,  $C_n$  і  $\varphi_n$  – амплітуди й початкові фази  $n$ -ї гармоніки сигналів  $f(\alpha)$  та  $F(\alpha)$ .

Проведення перетворення [65] виразу (6.20) дозволяє записати його так:

$$\sigma = \min \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{d}_n|^2 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{D}_n|^2 - 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{d}_n| \cdot |\dot{D}_n|. \quad (6.21)$$

У цьому співвідношенні перша сума має фіксоване значення та залежить винятково від необхідного спектра амплітуд гармонік  $\{c_n\}$  опорного сигналу:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{d}_n|^2 = c_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \rho_n c_n^2, \quad (6.22)$$

де  $c_0=d_0$  – постійна складова сигналу  $f(\alpha)$ ;

$N$  – номер верхньої частоти в спектрі опорного сигналу;

$\rho_n$  – вагові коефіцієнти, причому  $\rho_n=1$ , якщо  $n$ -а гармоніка входить до сітки частот контролю, і  $\rho_n=0$ , якщо не входить.

Друга сума виразу (6.21) на підставі рівності Парсеваля [134] відповідає повній потужності сигналу  $P$  і залежить тільки від його рівня  $F_0$ :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{D}_n|^2 = P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F^2(\alpha) d\alpha = F_0^2, \quad (6.23)$$

причому дана формула справедлива у випадку, коли амплітуди додатних та від'ємних імпульсів рівні за модулем.

На підставі співвідношень (6.22) та (6.23) зробимо висновок, що мінімум критерію (6.20) буде отриманий для такого сигналу  $F(\alpha)$ , у якого величина

$$G = 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{d}_n| \cdot |\dot{D}_n| \quad (6.24)$$

досягає максимального значення.

Для подальшого перетворення формули (6.24) зробимо наступні припущення: при контролі технічного стану РНК засобів водного транспорту спектр опорного тестового сигналу є рівномірним, тобто  $|\dot{d}_n| = \text{const}$ ; постійна складова тестового сигналу зазвичай не бере участі в процесі контролю технічного стану РНК, тому можна прийняти  $c_0 = 0$ . З урахуванням цих обставин критерій оптимізації (6.20) полягає в максимізації середнього значення амплітуд гармонік  $\bar{C}$  сигналу в корисному діапазоні частот:

$$G = \max \bar{C} = \max \frac{1}{K} \sum_{n=1}^N \rho_n C_n, \quad (6.25)$$

де  $K$  дорівнює кількості корисних гармонічних складових [38, 56].

Введемо критерій максимуму чутливості контролю частотної характеристики РНК засобів водного транспорту.

Даний критерій впливає з того, що вхідний сигнал повинен давати можливість відстежити як завгодно малі зміни частотної характеристики ОК (особливо для РНК). Для цього запишемо вихідний сигнал  $Y(\alpha)$  ОК при подачі на її вхід тестового сигналу  $F(\alpha)$ :

$$Y(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H(\omega_n) \dot{D}_n e^{jn\alpha} = \sum_{n=1}^{\infty} |H(\omega_n)| C_n \cos(n\alpha + \varphi_n + \theta_n), \quad (6.26)$$

де  $H(\omega_n)$  і  $\theta_n$  – відповідно комплексний коефіцієнт передачі ОК та його аргумент на круговій частоті  $\omega_n$ .

Зміна вихідного сигналу (6.26) при відхиленні коефіцієнта  $H(\omega_n)$  від свого номінального значення на величину  $\Delta H(\omega_n)$  буде дорівнювати

$$\Delta Y(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} \Delta H'(\omega_n) C_n \cos(n\alpha + \varphi_n) - \sum_{n=1}^{\infty} \Delta H''(\omega_n) C_n \sin(n\alpha + \varphi_n), \quad (6.27)$$

де  $\Delta H'(\omega_n)$  та  $\Delta H''(\omega_n)$  – зміна дійсної та уявної частин комплексного коефіцієнта передачі відповідно.

З виразу (6.27) знаходимо коефіцієнти чутливості вихідного сигналу:

$$\xi'_n(\alpha) = \frac{\partial \Delta Y(\alpha)}{\partial \Delta H'(\omega_n)} = C_n \cos(n\alpha + \varphi_n);$$

$$\xi''_n(\alpha) = \frac{\partial \Delta Y(\alpha)}{\partial \Delta H''(\omega_n)} = -C_n \sin(n\alpha + \varphi_n).$$

Сумарна середньоквадратична чутливість контролю дорівнює:

$$\Gamma = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{n=1}^N \rho_n \left( [\xi'_n(\alpha)]^2 + [\xi''_n(\alpha)]^2 \right) d\alpha. \quad (6.28)$$

Підставивши вирази для коефіцієнтів чутливості  $\xi'_n(\alpha)$  і  $\xi''_n(\alpha)$  до формули (6.28), доходимо висновку, що критерій максимуму чутливості контролю частотної характеристики РНК засобів водного транспорту приводить до задачі про максимізацію корисної потужності  $P_{\text{кор}}$ , що виділяється в радіоелементі (навантаженні):

$$g_1 = \max \Gamma = \max P_{\text{кор}} = \max \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \rho_n C_n^2. \quad (6.29)$$

Отже, оптимізація параметрів складного тестового сигналу з використанням одного з критеріїв – (6.25) або (6.29) – не має достатньої гнучкості керування спектром: максимум середнього значення гармонік, які

беруть участь у процесі контролю, і максимум корисної потужності сигналу можуть бути досягнуті за рахунок однієї або декількох спектральних складових, що приведе до неприпустимої концентрації потужності в них, тобто виходу з ладу ОК. Тому, в задачу оптимізації параметрів складного тестового сигналу потрібно ввести обмеження на нерівномірність гармонік у певному частотному діапазоні.

Розробимо узагальнений критерій умовної оптимізації цільової функції Лагранжа.

Величину розкиду гармонік складного тестового сигналу на частотах аналізу доцільно характеризувати дисперсією

$$D = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^N \rho_n (C_n - \bar{C})^2.$$

Перетворивши цей вираз, одержимо співвідношення:

$$D = \frac{2}{K} P_{\text{кор}} - \bar{C}^2. \quad (6.30)$$

Аналіз формули (6.30) показує, що зменшення дисперсії гармонік може бути досягнуто зменшенням корисної потужності  $P_{\text{кор}}$  й максимізацією середнього значення гармонік  $\bar{C}$ . Це співвідношення дозволяє запропонувати задачу на умовний екстремум: знайти параметри такого тестового сигналу, який максимізує середнє значення гармонік (6.25) при заданому значенні корисної потужності  $P_{\text{зад}}$  (6.29).

Оскільки цільова функція (6.25) та умова (6.29) залежать від величин  $C_n$ , доцільно навести аналітичний вираз, що зв'язує амплітуди гармонік складного сигналу з набором точок перемикування [156]:

$$C_n = \frac{2F_0}{\pi n} \sqrt{\left[ \sum_{i=M_0}^{M-1} (-1)^i \cdot \cos(n\alpha_i) \right]^2 + \left[ \sum_{i=M_0}^{M-1} (-1)^i \cdot \sin(n\alpha_i) \right]^2}, \quad (6.31)$$

де  $\alpha_i$  –  $i$ -та точка перемикання,  $i = \overline{1, M}$ ,  $\alpha_{i-1} < \alpha_i < \alpha_{i+1}$ ,  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_M = 2\pi$ ;

$M_0$  – нижній індекс підсумовування,  $M_0 = 1 + |(-1)^{M+1} - 1|/2$ .

Позначивши у формулі (6.31)

$$\sum_{i=M_0}^{M-1} (-1)^i \cdot \cos(n\alpha_i) = a_n; \quad \sum_{i=M_0}^{M-1} (-1)^i \cdot \sin(n\alpha_i) = b_n,$$

приведемо співвідношення (6.25) та (6.29) до такого вигляду:

$$G(\alpha) = -\frac{2F_0}{\pi K} \sum_{n=1}^N \frac{\rho_n}{n} \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad (6.32)$$

$$g_1(\alpha) = \frac{2F_0^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^N \rho_n (a_n^2 + b_n^2) - P_{\text{зад}}. \quad (6.33)$$

Оскільки у переважній кількості літератури з теорії оптимізації розглянуто мінімізацію функцій, замість пошуку максимального значення функції (6.32) будемо знаходити її мінімум з урахуванням умови (6.33) [56].

Крім обмеження (6.33) при оптимізації параметрів тестового сигналу необхідно також враховувати діапазони можливих значень складових вектора  $\{\alpha\}$ . До того ж більш коректним при практичному розв'язанні задачі оптимізації на ПК, порівняно з поясненнями до виразу (6.31), буде наступний запис простих обмежень на точки перемикання сигналу:

$$\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq (\alpha_2 + \alpha_3)/2; \quad (\alpha_{M-2} + \alpha_{M-1})/2 \leq \alpha_{M-1} \leq \alpha_M;$$

$$(\alpha_{n-1} + \alpha_n)/2 \leq \alpha_n \leq (\alpha_n + \alpha_{n+1})/2, \quad \text{для } n = 3, \dots, (M-2).$$

Провівши перетворення двосторонніх нерівностей в односторонні, отримаємо  $2(M-2)$  найпростіших лінійних обмеження, які в сукупності з формулами (6.32) та (6.33) є класичною постановкою задачі знаходження умовного екстремуму:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{знайти } \arg \min_{\alpha \in [0, 2\pi]} G(\alpha) \\ \text{при } g_j(\alpha) = 0, \quad j \in \Theta = \{1\}, \\ g_j(\alpha) \leq 0, \quad j \in \Omega = \{2, \dots, 2(M-2) + 1\}. \end{array} \right. \quad (6.34)$$

Серед чисельних методів розв'язання даного виду задач оптимізації найбільш поширеним є метод послідовного квадратичного програмування, що використовується в багатьох пакетах математичних програм та дозволяє знаходити умовні екстремуми за наявності функцій із значними нелінійностями [136, 170, 199]. Для забезпечення ефективного застосування цього методу оптимізаційна задача повинна бути невеликою за розміром, гладкою та добре відмасштабованою. Так, у праці А.А. Пярнпуу [136] доведено, що даний метод доцільно застосовувати при помірній кількості змінних (порядку декількох десятків), що в цілому відповідає потребам контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту, оскільки в переважній більшості задач частотної ідентифікації використовуються сигнали з кількістю корисних гармонік до 50-ти (це число приблизно дорівнює кількості точок переключення складного сигналу  $F(\alpha)$ ). Аналіз співвідношень (6.32) і (6.33) показує, що задача (6.34) є гладкою, оскільки функції  $G(\alpha)$  та  $g_1(\alpha)$  диференційовані на усьому інтервалі  $[0, 2\pi]$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial G(\alpha)}{\partial \alpha_i} = \frac{2}{\pi} (-1)^i \sum_{n=1}^N \rho_n [b_n \cos(n\alpha_i) - a_n \sin(n\alpha_i)] \frac{1}{K \sqrt{a_n^2 + b_n^2}}; \\ \frac{\partial g_1(\alpha)}{\partial \alpha_i} = \frac{4}{\pi^2} (-1)^i \sum_{n=1}^N \frac{\rho_n}{n} [b_n \cos(n\alpha_i) - a_n \sin(n\alpha_i)]. \end{array} \right.$$

Було проведено комп'ютерне моделювання запропонованого методу. Наведемо результати синтезу сигналу запропонованим методом та одним з відомих методів, в якому критерієм оптимальності є мінімум середньоквадратичного відхилення сигналів  $f(\alpha)$  та  $F(\alpha)$  у часовій області [39]. За початкове наближення обрано переходи через нуль опорного сигналу  $f(\alpha)$ , що складається з 10-ти гармонік однакових амплітуд та довільних фаз (рис. 6.3).

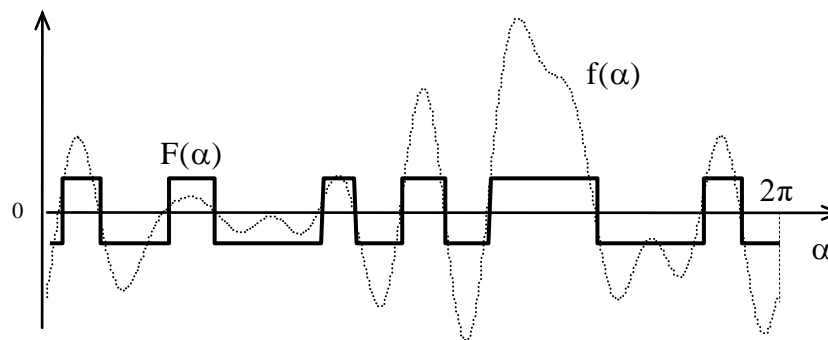


Рисунок 6.3 – Вихідний опорний сигнал  $f(\alpha)$  та його апроксимація  $F(\alpha)$

На рисунку 6.4 наведено синтезований складний сигнал і його спектр, що можна отримати з використанням відомого методу, розглянутого в праці Чинкова В.М. та Крихтіна Ю.О. [174], причому  $P_{\text{кор}}=0,843 \text{ В}^2$ .

Однак далі, щоб зменшити нерівномірність гармонік або підвищити корисну потужність тестового сигналу, треба здійснити модифікацію опорного сигналу й знову провести ітераційну процедуру. Але і в цьому випадку отриманий сигнал може не відповідати потрібному, із зазначеними характеристиками. Запропонований метод навпаки більш гнучкий щодо керування спектром синтезованого тестового сигналу (рис. 6.5).

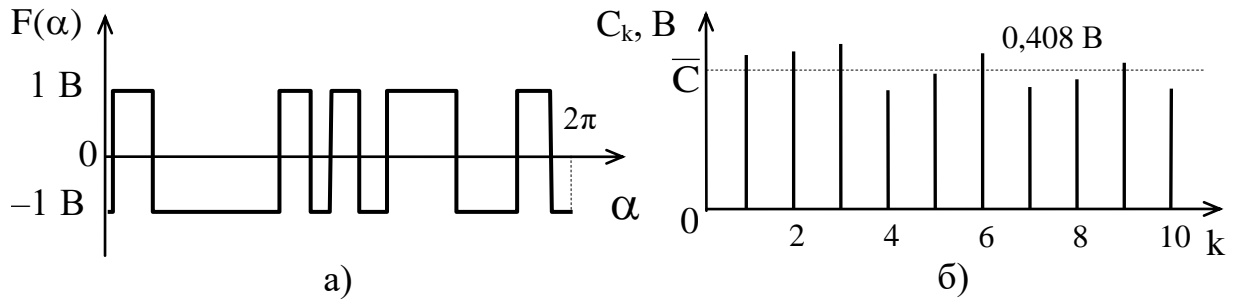


Рисунок 6.4 – Оптимальний сигнал (а) та його спектр (б) за критерієм мінімуму опорного та синтезованого у часовій області

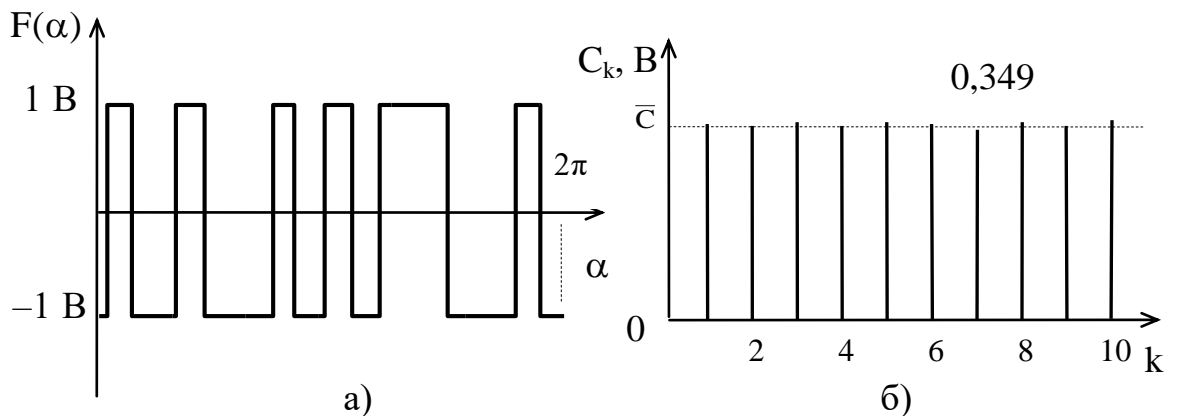


Рисунок 6.5 – Оптимальний сигнал (а) та його спектр (б), отримані запропонованим методом при  $P_{\text{кор}} = 0,6 \text{ В}^2$

Можна задати обмеження на корисну потужність та отримати складний сигнал з такими характеристиками, як, наприклад,  $P_{\text{кор}}=0,843 \text{ В}^2$  або  $P_{\text{кор}}=0,95 \text{ В}^2$ . Майже рівномірний спектр отримуємо при  $P_{\text{кор}}=0,6 \text{ В}^2$  (рис. 6.5).

### 6.3 Метод синтезу тестового сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання

Реалізація традиційного підходу до вимірювання характеристик амплітудно-частотного спектру динамічних об'єктів, що ґрунтується на застосуванні генераторів синусоїдних коливань, потребує значної

трудомісткості вимірювань, оскільки потрібно послідовно задавати на генераторі контрольні частоти ОК. Уникнути даного недоліку можна за рахунок використання спеціальних тестових сигналів. Постановка задачі отримання оптимальних параметрів тестових сигналів передбачає визначення конкретних критеріїв синтезу, основними з яких є максимізація коефіцієнта використання потужності, досягнення задовільного рівня найменшої за амплітудою корисної гармоніки у спектрі, мінімізація розкиду амплітуд спектральних складових на частотах аналізу тощо [38, 56, 155].

Крім наведених показників спектра сигналів, метод синтезу тестових сигналів може так само враховувати інші показники, наприклад, коефіцієнт амплітуди, який визначається як відношення максимального за модулем значення сигналу до його СКЗ. Оптимізація таких сигналів з метою мінімізації коефіцієнта амплітуди призводить до збільшення «відношення сигнал/шум» та, відповідно, забезпечує підвищену заводо захищеність вимірювань характеристик амплітудно-частотного спектру динамічних об'єктів, таких як РНК засобів водного транспорту [25, 56, 201].

Періодичні сигнали складної форми, що мають нормовані параметри амплітудного спектра, знаходять широке застосування в практиці контролю технічного стану [23, 37, 67]. Вибір таких сигналів для ідентифікації технічного стану динамічних об'єктів у частотній області дозволяє отримати високу заводо захищеність контролю, оскільки у кожен момент часу сигнали приймають значення або  $F_0$ , або  $-F_0$ , забезпечуючи при будь-якому рівні завади високий показник «відношення сигнал/шум». Крім того, апаратурна реалізація калібраторів сигналів є найпростішою, що забезпечує їм економічну ефективність [53, 56, 61, 156].

Найбільшими функціональними можливостями з управління спектральним складом володіють сигнали зі складним законом модуляції тривалості імпульсів, коли отримання необхідного спектру сигналу досягається за рахунок зміни моментів перемикання його рівнів [38].

Аналітичне завдання сигналу з метою подальшого його спектрального аналізу класичним апаратом перетворення Фур'є вже при кількості точок перемикавання, більшому 10-ти, представляє досить трудомістке завдання навіть для сучасних систем комп'ютерної математики [170, 177, 199]. Крім того, деякі ітераційні алгоритми оптимізації сигналів передбачають багаторазове перебування амплітуд гармонік при різних значеннях моментів перепаду рівнів. Як розв'язання завдання пропонується знайти залежність, що дозволяє обчислювати спектр амплітуд сигналу за відомим набором його точок перемикавання.

Серед сигналів найбільш відомими є меандр, прямокутні імпульси та їх комбінації у пакетах, а так само послідовності максимальної довжини [56]. Однак їх застосування під час вимірювання характеристик амплітудно-частотного спектру динамічних об'єктів обмежується значною нерівномірністю гармонік та неефективним розподілом потужності сигналів, оскільки значна її частина знаходиться поза зоною аналізу. Кращих результатів можна досягти, якщо оптимізувати складний тестовий сигнал з довільним набором точок переключення [38, 56, 154], який наближується в середньоквадратичному відношенні в часовій області до заданого сигналу. Але, як і в попередніх проаналізованих роботах, низька гнучкість управління спектральним складом, яка зумовлена у даному випадку залежністю цільової функції оптимізації від фаз гармонічних складових, не дозволяє отримати бажані значення нерівномірності гармонік і корисної потужності.

Більшість джерел з питань радіотехнічних ланцюгів і сигналів розглядають найпростіші види сигналів, такі, як послідовність прямокутних імпульсів з довільної скважністю або меандр, і призводять кінцеві співвідношення для визначення їх спектральних складових [95]. У роботі «Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами» [111] наведено розрахункові формули перетворення Фур'є для деяких класів функцій. Огляд різних адаптивних квадратур для обчислення

певних інтегралів від довільних функцій проведено в працях Монзінго Р.А., Міллера Т.У. [114], Пухова Г.Є. [134].

Розглянемо сигнал  $f(\alpha)$ , що має довільний закон модуляції тривалості імпульсів. На інтервалі одного періоду  $T=2\pi$  він має  $M$  точок перемикання  $\{\alpha_i\}$ , де  $\alpha=\omega_0 t$ ;  $\omega_0$  – основна частота сигналу;  $i=\overline{1, M}$ , причому  $\alpha_{i-1} < \alpha_i < \alpha_{i+1}$ ,  $\alpha_1=0$ ,  $\alpha_M=2\pi$ . Мінімальне значення кількості точок перемикання  $M=3$ , що справедливо для послідовності прямокутних імпульсів або меандру.

Отримаємо залежність амплітудного спектра даного сигналу від вектора точок його перемикання  $\{\alpha_i\}$  для двох різних випадків: при парному та непарному значенні  $M$ .

Запишемо аналітичний вираз для визначення сигналу  $f(\alpha)$ , коли  $M$  – будь-яке непарне число:

$$f_1(\alpha) = \begin{cases} F_0, & \text{якщо } \alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2, \dots, \alpha_{M-2} \leq \alpha < \alpha_{M-1} \\ -F_0, & \text{якщо } \alpha_2 \leq \alpha < \alpha_3, \dots, \alpha_{M-1} \leq \alpha < \alpha_M \end{cases} \quad (6.35)$$

Форма сигналу згідно з виразом (6.35) представлена на рисунку 6.6.

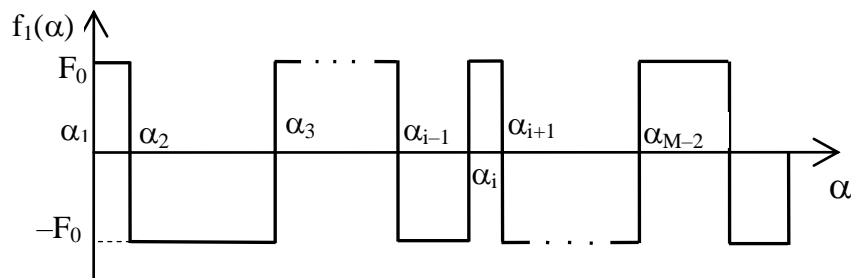


Рисунок 6.6 – Тестовий сигнал з непарною кількістю точок перемикання

Аналогічно аналітичний запис складного сигналу, у якого  $M$  – парне число, буде мати вигляд:

$$f_2(\alpha) = \begin{cases} F_0, & \text{якщо } \alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2, \dots, \alpha_{M-1} \leq \alpha < \alpha_M \\ -F_0, & \text{якщо } \alpha_2 \leq \alpha < \alpha_3, \dots, \alpha_{M-2} \leq \alpha < \alpha_{M-1} \end{cases}, \quad (6.36)$$

а його форма показана на рисунку 6.7.

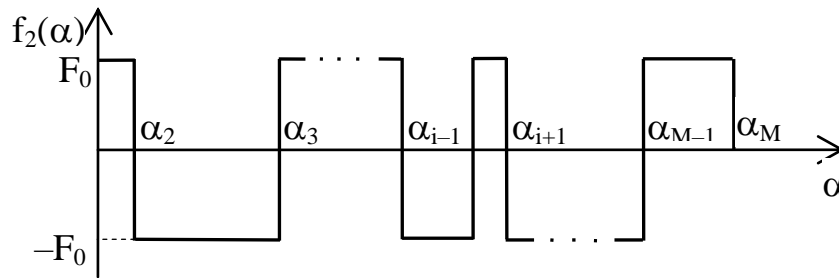


Рисунок 6.7 – Тестовий сигнал з парною кількістю точок перемикання

Знайдемо комплексні коефіцієнти Фур'є сигналів (6.35) і (6.36), використовуючи наступну рівність [65, 79]:

$$\dot{d}_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) e^{-jn\alpha} d\alpha = \frac{1}{2} c_n e^{j\psi_n}, \text{ при } n \neq 0, \quad (6.37)$$

де  $c_n$  і  $\psi_n$  – амплітуда та початкова фаза  $n$ -ї гармоніки.

Із виразу (6.36) після перетворення [134] випливає, що амплітуда  $n$ -ої гармоніки визначається як

$$c_n = 2|\dot{d}_n| = \frac{1}{\pi} \left| \int_0^{2\pi} f(\alpha) e^{-jn\alpha} d\alpha \right|. \quad (6.38)$$

Постійна складова сигналу  $c_0$  дорівнює:

$$c_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) d\alpha. \quad (6.39)$$

Квадратурні формули (6.38) і (6.39) визначають амплітудний спектр складного сигналу з довільним законом модуляції тривалості його імпульсів, однак при відомому векторі точок перемикавання сигналу  $\{\alpha_i\}$  безпосереднє використання співвідношень (6.38) і (6.39) неможливо. Тому доцільно перейти від інтегралів до записів з використанням кінцевих сум.

Для цього, підставляючи в формулу (6.38) вирази (6.35) і (6.36), отримуємо відповідно амплітудний спектр сигналу  $f_1(\alpha)$

$$\begin{aligned} c_{1n} &= \frac{2F_0}{\pi n} \left| e^{-jn\alpha_1} - e^{-jn\alpha_2} + e^{-jn\alpha_3} - \dots - e^{-jn\alpha_{M-1}} \right| = \\ &= \frac{2F_0}{\pi n} \left| \sum_{i=1}^{M-1} (-1)^{i+1} e^{-jn\alpha_i} \right| \end{aligned} \quad (6.40)$$

і амплітудний спектр сигналу  $f_2(\alpha)$

$$c_{2n} = \frac{2F_0}{\pi n} \left| -e^{-jn\alpha_2} + e^{-jn\alpha_3} - \dots - e^{-jn\alpha_{M-1}} \right| = \frac{2F_0}{\pi n} \left| \sum_{i=2}^{M-1} (-1)^{i+1} e^{-jn\alpha_i} \right|. \quad (6.41)$$

Різниця між формулами (6.40) і (6.41) полягає лише в нижніх границях індексу підсумовування. Для непарної кількості точок перемикавання індекс підсумовування приймає значення від 1 до  $M-1$ , а для парного кількості – від 2 до  $M-1$ . З метою узагальнення рівностей (6.10) і (6.41) наведемо універсальну формулу для розрахунку нижньої границі індексу підсумовування, позначивши його  $M_0$ , що дозволить для  $M$  (парних або непарних) отримувати відповідні значення нижніх границь сум:

$$M_0 = \frac{|(-1)^{M+1} - 1|}{2} + 1. \quad (6.42)$$

Елемент  $(-1)^{i+1}$  у співвідношеннях (6.40) і (6.41) визначає знакозмінний ряд, запишемо у вигляді  $(-1)^i$ , оскільки збереження показника ступеня, рівного  $(i+1)$ , необхідно тільки при обчисленні фаз гармонічних складових сигналу  $\psi_n$ .

Розклавши комплексні експоненти виразів (6.40) і (6.41) за формулою Ейлера [65] і з урахуванням виразу (6.42), отримаємо аналітичне співвідношення, що зв'язує спектр амплітуд сигналу з набором його точок перемикання  $\{\alpha_i\}$ :

$$c_n = \frac{2F_0}{\pi n} \sqrt{\left[ \sum_{i=M_0}^{M-1} (-1)^i \cdot \cos(n\alpha_i) \right]^2 + \left[ \sum_{i=M_0}^{M-1} (-1)^i \cdot \sin(n\alpha_i) \right]^2}. \quad (6.43)$$

Зазначимо, що формула (6.43) справедлива й у разі  $f_1(\alpha) = -f_1(\alpha)$ ,  $f_2(\alpha) = -f_2(\alpha)$ .

У той же час перетворення формули (6.39) для обчислення постійної складової сигналу вимагають обліку значення, а точніше знака  $f(\alpha)$  на першому інтервалі аналізу ( $\alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2$ ). Наведемо кінцевий вираз для розрахунку величини  $c_0$ :

$$c_0 = \frac{F_0}{2\pi} \sum_{i=1}^{M-1} (-1)^{i+1} \cdot (\alpha_{i+1} - \alpha_i) \cdot \text{sign}(f(\alpha)) \Big|_{\alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2}. \quad (6.44)$$

У представленому підрозділі запропоновано та досліджено метод синтезу параметрів складних тестових сигналів, які дозволяють отримувати завадозахищені тестові сигнали з потрібними показниками спектра, зокрема,

коефіцієнтами корисної потужності та нерівномірності, середнього значення гармонік у корисному діапазоні частот.

#### 6.4 Методи синтезу тестових сигналів з нормованим спектром

Розглянемо метод синтезу парного та непарного тестових сигналів із заданим амплітудним спектром.

Представимо парний тестовий сигнал  $f(\alpha)$ , що має необхідний дискретний амплітудний спектр, з періодом  $T$  рядом Фур'є на інтервалі  $(0; T/2)$ :

$$f(\alpha) = \sum_{n=1}^N \rho_n W_n c_n \cos n\alpha, \quad (6.45)$$

де  $\alpha = \omega_0 t$  – фазовий кут ( $0 \leq \alpha \leq \pi$ );

$\omega_0$  – основна частота сигналу;

$c_n$  – амплітуда  $n$ -ї гармоніки;

$N$  – номер верхньої частоти контролю в спектрі сигналу;

$w_n$  – фазовий коефіцієнт, причому  $w_n = 1$ , якщо  $\psi_n = 0$ , та  $w_n = -1$ , якщо  $\psi_n = \pi$ , де  $\psi_n$  – фаза  $n$ -ї гармоніки;

$\rho_n$  – ваговий коефіцієнт, причому  $\rho_n = 1$ , якщо  $n$ -а гармоніка входить до сітки контрольних частот, і  $\rho_n = 0$ , якщо не входить.

Очевидно, синтез різноманітних парних сигналів з однаковими амплітудами  $c_n$ , але різними фазовими коефіцієнтами  $W_n$  буде приводити до різних значень коефіцієнта амплітуди, проте їх середньоквадратичне значення буде однаковим. Виходячи з цього, можна сформулювати наступний критерій оптимальності синтезу парного сигналу:

$$\min_{\{W_n\}_{\text{опт}}} \max_{\{\alpha\} \{W_n\}_i} |f(\alpha)|. \quad (6.46)$$

Умова (6.46) показує, що оптимізацію параметрів парних тестових сигналів за змінними  $W_n$  необхідно проводити в два етапи. На першому етапі на інтервалі  $0 \leq \alpha \leq \pi$  при певному наборі фазових коефіцієнтів  $\{W_n\}_i$  знаходять максимальне за модулем значення сигналу  $|f(\alpha)|_{\text{max}}$ , а на другому етапі визначають такий вектор  $\{W_n\}_{\text{опт}}$ , для якого величина  $|f(\alpha)|_{\text{max}}$  буде мінімальною [56, 118, 155].

Оптимізація парного тестового сигналу за критерієм (6.46), порівняно з сигналом з довільними фазами, має декілька суттєвих переваг: по-перше, визначення величини  $|f(\alpha)|_{\text{max}}$  проводиться на інтервалі  $0 \leq \alpha \leq \pi$ , і, по-друге, замість усього діапазону значень фаз  $\{\psi_n\}$  аналізується максимум  $2^S$  комбінацій величин  $\{W_n\}$ , де  $S$  дорівнює кількості корисних гармонічних складових на інтервалі аналізу.

Перший етап розв'язання задачі (6.46) полягає в адаптивному пошуку модулів екстремальних значень для фіксованого набору коефіцієнтів  $\{w_n\}_i$  на інтервалі  $0 \leq \alpha \leq \pi$ . В роботі [56] знайдене аналітичне співвідношення, що зв'язує достатню кількість  $m$  миттєвих значень сигналу на половині періоду зі спектральним складом та максимальною відносною похибкою  $\delta$  розрахунку екстремумів бажаного сигналу:

$$m = \text{ceil} \left( \pi \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N \rho_n c_n n^2}{\left(0,08\delta \sum_{n=1}^N \rho_n c_n\right)}} \right),$$

де  $\text{ceil}(\dots)$  – функція округлення до найближчого більшого цілого числа.

Знаходження оптимального набору коефіцієнтів  $\{W_n\}_{\text{опт}}$ , що

відбувається на другому етапі, організовується за допомогою методу покоординатного спуску з використанням мультистартів.

Зміст покоординатного спуску полягає в наступному. Для конкретного вектора  $\{W_n\}_i$  обчислюємо значення  $|f(\alpha)|_{\max}$ . Потім, послідовно змінюючи знак у кожного коефіцієнта  $W_n$ , починаючи з першого  $W_1$ , будемо залишати знак величини  $w_n$  таким самим, якщо його зміна не зменшує величини  $|f(\alpha)|_{\max}$ , і змінювати його на протилежний, якщо його зміна призвела до зменшення максимального за модулем значення сигналу. Таким чином, пройдемо весь набір коефіцієнтів  $\{W_n\}$ . На цьому закінчується перший цикл, після чого знову вертаємося до першого коефіцієнта  $w_1$  й виконуємо аналогічно другий, третій і наступний цикли. У загальному випадку кількість циклів може виявитися різною. Даний алгоритм закінчується на тому циклі, в ході якого жодного разу не відбувається зменшення величини  $|f(\alpha)|_{\max}$  при змінах знаків у коефіцієнтів  $\{W_n\}$  (у негативному випадку аналізу підлягають усі  $S^2$  комбінацій величин  $\{W_n\}$ ).

Проведення одного покоординатного спуску зазвичай не приводить до оптимального за коефіцієнтом амплітуди парного тестового сигналу, тому вищерозглянуту процедуру виконують декілька разів, тобто з мультистартом (рестартом). Кожен покоординатний спуск здійснюється для нового набору фазових коефіцієнтів  $\{W_n\}_i$ , розподілених за довільним рівномірним законом. Серед усіх результатів обирається такий набір коефіцієнтів  $\{W_n\}$ , який доставляє найменше значення величині  $|f(\alpha)|_{\max}$ .

Практична реалізація парного тестового сигналу пропонується за допомогою ЦАП, причому останній зазвичай відновлює сигнал із затримкою нульового порядку (zero-order hold), тобто синтезує не сам сигнал у чистому вигляді, а його кусково-східчасту апроксимацію з рівномірним кроком у часі. Кінцеві вирази для синфазної та квадратурної складових кусково-східчастого сигналу мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} \hat{a}_n = \frac{2}{L} \operatorname{sinc}(n\pi/L) \sum_{l=1}^L \rho_n W_n c_n \cos[2\pi n(l-1)/L] \cos[\pi n(2l-1)/L] ; \\ \hat{b}_n = \frac{2}{L} \operatorname{sinc}(n\pi/L) \sum_{l=1}^L \rho_n W_n c_n \cos[2\pi n(l-1)/L] \sin[\pi n(2l-1)/L] , \end{cases} \quad (6.47)$$

де  $L$  – кількість рівнів апроксимації на інтервалі одного періоду, що зв'язана з періодом “мульти-сінуса”  $T$  та часом відновлення ЦАП  $T_0$  виразом  $L = T/T_0$ ;

$\operatorname{sinc}(n\pi/L) = \sin(n\pi/L)/(n\pi/L)$  – передатна функція (частотний коефіцієнт передачі) пристрою з нульовою затримкою ЦАП для  $n$ -ї гармонічної складової сигналу.

Комп'ютерне моделювання формули (6.47) показує, що амплітуди гармонік сигналу відтворюються з різним загасанням, причому, більшому номеру частоти відповідає менша амплітуда відповідної гармоніки у спектрі. З метою попередньої компенсації даного впливу ЦАП на спектральні складові співвідношення (6.45) для синтезу парного тестового сигналу необхідно доповнити множником, що є зворотною величиною до передатної функції ЦАП  $[\operatorname{sinc}(n\pi/L)]^{-1}$ :

$$f(\alpha) = \sum_{n=1}^N [\operatorname{sinc}(n\pi/L)]^{-1} \rho_n W_n c_n \cos n\alpha . \quad (6.48)$$

Аналіз результатів розв'язання задачі оптимізації (6.46) для сигналів з різною кількістю корисних гармонік та різними амплітудами дозволяє зробити висновок про те, що найменше значення коефіцієнта амплітуди доцільно шукати не тільки для класу парних функцій, але й для непарних, тобто коли сигнал (6.48) так само являє собою суму синусоїд. Отже, метод покоординатного спуску доцільно проводити як для парного, так і для непарного сигналів.

Для прикладу моделювання методу синтезу тестових сигналів з нормованим спектром було проведено для наступної задачі: треба отримати рівномірний спектр для 20-ти гармонічних складових з однаковими амплітудами 1 В. Результати моделювання наведено на рисунку 6.8.

Оптимальний за фазами парний тестовий сигнал і сигнал з одиничними фазовими коефіцієнтами  $W_n$  представлені на діаграмі рисунку 6.8, а. В результаті оптимізації вдалося зменшити максимальне за модулем значення сигналу в чотири рази та отримати коефіцієнт амплітуди  $K_a=1,57$ , що відповідає збільшенню показника «відношення сигнал/шум» на 12,1 dB. Графік на рисунку 6.8, б відображає кусково-східчасту апроксимацію оптимального парного тестового сигналу за 22-ма точками відновлення на інтервалі половини періоду. Спектр кусково-східчастого сигналу без компенсації та з попередньою компенсацією передатної функції ЦАП представлено відповідно на рисунках 6.8, в, г.

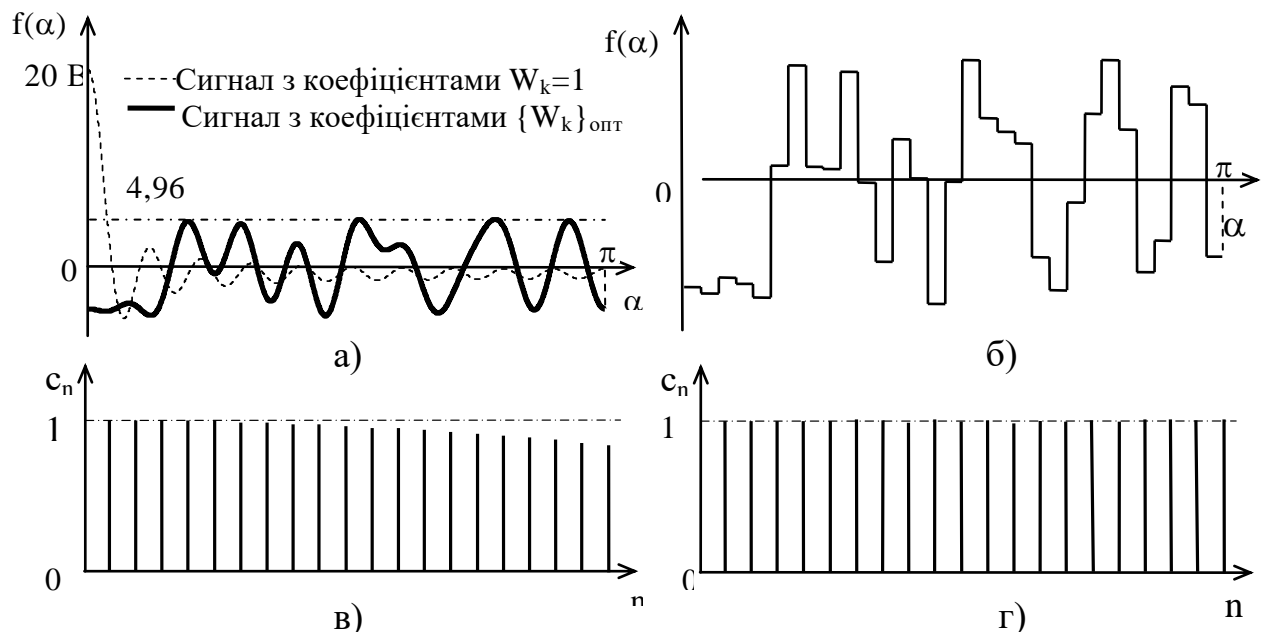


Рисунок 6.8 – Результати синтезу сигналів з нормованим спектром

Використання парних тестових сигналів з нормованим спектром дозволяє уникнути складних розрахунків, підвищити оперативність отримання потрібних параметрів сигналу та на підставі симетричності

парних сигналів удвічі скоротити об'єм пам'яті даних. Останній факт є дуже суттєвим у тих випадках, коли потрібно досягти мініатюризації калібраторів сигналів при одночасному підвищенні їх універсальності, тобто в одному запам'ятовуючому пристрої зберігати коди декількох тестових сигналів. Актуальність використання симетрії парних сигналів пов'язана так само з тим, що відтворення нормованого спектру з мінімальними похибками потребує збільшення точок відновлення сигналу на інтервалі одного періоду та підвищення розрядності представлення кодів миттєвих значень.

Розглянемо метод синтезу бінарних тестових сигналів із заданим амплітудним спектром.

Періодичні тестові сигнали бінарної форми, що мають нормовані параметри амплітудного спектра, знаходять широке застосування в теорії контролю [67, 92, 151]. Вибір таких сигналів, як тестові впливи для ідентифікації різних динамічних об'єктів у частотній області, дозволяє отримати високий показник «відношення сигнал/шум», оскільки вони мають мінімальний серед усіх сигналів коефіцієнт амплітуди, що дорівнює одиниці. Так само однією з основних переваг бінарних тестових сигналів є достатньо проста апаратурна реалізація калібраторів сигналів, що забезпечує їм економічну ефективність.

Найбільші функціональні можливості щодо управління спектральним складом мають бінарні сигнали з частотно-імпульсною модуляцією, коли формування необхідного спектра сигналу досягається за рахунок зміни моментів переключення його рівнів. Розглянемо методи синтезу таких сигналів та наведемо основні математичні вирази для оптимального набору їх параметрів за двома критеріями: за критерієм максимуму середнього значення корисних гармонік при обмеженні на корисну потужність тестових сигналів та за критерієм нерівномірності спектра.

Розглянемо синтез бінарного тестового сигналу за критерієм максимуму середнього значення корисних гармонік при обмеженні на корисну потужність. Математична постановка задачі синтезу такого сигналу

полягає в пошуку найкращого середньоквадратичного наближення спектра синтезованого бінарного сигналу  $F(\alpha)$  до спектра бажаного сигналу  $f(\alpha)$ , що визначається виразом (6.26):

$$\sigma = \min \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( |\dot{d}_n| - |\dot{D}_n| \right)^2, \quad (6.49)$$

$$\text{де } \dot{d}_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) e^{-jn\alpha} d\alpha = \frac{1}{2} c_n e^{j\psi_n}; \quad \dot{D}_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\alpha) e^{-jn\alpha} d\alpha = \frac{1}{2} C_n e^{j\varphi_n} -$$

відповідно комплексні коефіцієнти Фур'є сигналів  $f(\alpha)$  та  $F(\alpha)$  при  $n \neq 0$ ;

$C_n$  і  $\varphi_n$  – амплітуда й фаза  $n$ -ї гармоніки сигналу  $F(\alpha)$ .

Після певних перетворень критерій оптимізації (6.30) стає еквівалентним максимізації середнього значення амплітуд гармонік  $\bar{C}$  бінарного сигналу в корисному діапазоні частот:

$$G_1 = \max \bar{C} = \max \frac{1}{S} \sum_{n=1}^N \rho_n C_n. \quad (6.50)$$

Формулювання функції обмежень на певні параметри сигналу у даному випадку може виходити з тієї необхідності, що вхідний сигнал повинен давати можливість відстежити як завгодно малі зміни АЧХ ОК. Така постановка призводить до задачі про максимізацію корисної потужності  $P_{\text{кор}}$ , що виділяється у навантаженні:

$$g_1 = \max P_{\text{кор}} = \max \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \rho_n C_n^2. \quad (6.51)$$

Формули (6.50) та (6.51) зв'язані між собою співвідношенням

$$D = \frac{2}{S} P_{\text{кор}} - \bar{C}^2, \quad (6.52)$$

де  $D$  – дисперсія амплітуд гармонік корисних частот.

Аналіз виразу (6.52) показує, що при фіксованому значенні корисної потужності  $P_{\text{кор}} = P_{\text{зад}}$  зменшення дисперсії корисних гармонік може бути досягнуто за рахунок максимізації їх середнього значення  $\bar{C}$ .

Розглянемо синтез бінарного тестового сигналу за критерієм нерівномірності спектра. Для отримання рівномірного спектра бінарного сигналу як критерій оптимізації доцільно обрати мінімум різниці між максимальною та мінімальною амплітудами гармонічних складових у корисному діапазоні частот:

$$G_2 = \min (\max\{C_n\} - \min\{C_n\}). \quad (6.53)$$

У загальному випадку оптимізація сигналу за критерієм (6.53) так само може відбуватися за наявності низки обмежень, наприклад, щодо значення коефіцієнта корисної дії калібратора, рівня найменшої корисної гармонічної складової в спектрі сигналу тощо.

Для безпосередньої реалізації синтезу бінарних сигналів за співвідношеннями (6.50), (6.51), (6.53) приведемо кінцевий вираз, що зв'яже амплітуди гармонік  $C_n$  сигналу з вектором точок його переключення:

$$C_n(\alpha) = \frac{2F_0}{\pi n} \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad (6.54)$$

$$\text{де } a_n = \sum_{i=M_0}^{M-1} (-1)^i \cos(n\alpha_i), \quad b_n = \sum_{i=M_0}^{M-1} (-1)^i \sin(n\alpha_i),$$

$F_0$  – амплітуда бінарного сигналу;

$\alpha$  – вектор фазових координат (точок) переключення, причому  $i = \overline{1, M}$ ,  
 $\alpha_{i-1} < \alpha_i < \alpha_{i+1}$ ,  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_M = 2\pi$ ;

$M_0$  – нижній індекс підсумовування, що дорівнює  $M_0 = 1 + |(-1)^{M+1} - 1|/2$ .

Після підстановки формули (6.54) до відповідних цільових функцій та функцій обмежень отримуємо класичну задачу знаходження умовного екстремуму:

$$\begin{cases} \arg \min_{\alpha \in [0, 2\pi]} G(\alpha) \\ \text{при } g_j(\alpha) = 0, \quad j \in \Theta = \{1, \dots, m_{NL}\}, \\ g_j(\alpha) \leq 0, \quad j \in \Omega = \{m_{NL} + 1, \dots, m_{NL} + m_L\}, \end{cases} \quad (6.55)$$

де  $\Theta$ ,  $m_{NL}$  – відповідно множина та кількість нелінійних обмежень;

$\Omega$ ,  $m_L$  – множина та кількість лінійних обмежень, до яких належать, наприклад, прості обмеження на складові вектора фазових точок переключення бінарного тестового сигналу.

Задача (6.55) є задачею нелінійного програмування, розв'язанням якої буде стаціонарна точка функції Лагранжа:

$$L(\alpha, \lambda) = G(\alpha) + \sum_{j \in \Theta \cup \Omega} \lambda_j g_j(\alpha), \quad (6.56)$$

що задовольняє необхідним умовам першого порядку (Каруша-Куна-Такера) [65]:

$$\begin{aligned} \nabla L(\alpha^*, \lambda^*) &= \nabla G(\alpha^*) + \sum_{j \in \Theta \cup \Omega} \lambda_j^* \nabla g_j(\alpha^*) = 0; \\ g_j(\alpha) &= 0, \quad \lambda_j^* g_j(\alpha^*) = 0, \quad j \in \Theta; \\ g_j(\alpha) &\leq 0, \quad \lambda_j^* \geq 0, \quad j \in \Omega, \end{aligned}$$

де  $\lambda^*$  – оптимальний вектор множників Лагранжа;

$\nabla L(\alpha^*, \lambda^*)$ ,  $\nabla G(\alpha^*)$ ,  $\nabla g_j(\alpha^*)$  – відповідні градієнти лагранжіана (6.56), цільової функції та обмежень.

Найбільш ефективним методом розв'язання задачі (6.55) є метод послідовного квадратичного програмування, що використовується в багатьох сучасних пакетах математичних програм для знаходження умовних екстремумів [65]. Цей метод оптимізації є ітераційним, тобто наближення до оптимального вектора точок переключення  $\alpha^*$  здійснюється за формулою:

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + s_k d_k,$$

де  $\alpha_{k+1}$  та  $\alpha_k$  – відповідні набори точок переключення  $\alpha$  на  $(k+1)$ -й та  $k$ -й ітераціях;

$s_k$ ,  $d_k$  – відповідне значення кроку та вектор напрямку на  $k$ -й ітерації.

Отже, метод послідовного квадратичного програмування містить у собі два етапи: перший етап – визначення напрямку спуску з поточного наближення  $\alpha_k$ ; другий етап – розрахунок такого кроку уздовж цього напрямку, який би задовольняв певній функції виграшу. Суть першого етапу полягає в заміні задачі оптимізації (6.55) стандартною задачею квадратичного програмування шляхом квадратичної апроксимації функції Лагранжа (6.56) та лінеаризації всіх нелінійних обмежень. Спрощена задача далі розв'язується з використанням квазіньютонівської схеми оновлення матриці других частинних похідних (матриці Гессе) лагранжіану (6.56) та стратегії активного набору при врахуванні обмежень [134]. Розрахунок величини кроку в багатьох алгоритмах оптимізації відбувається лінійним пошуком мінімуму абсолютної або квадратичної штрафної функції, наприклад, Хана та Пауела [65].

Аналогічно попередньому проведемо моделювання бінарного тестового сигналу з частотно-імпульсною модуляцією для отримання

спектра, що складається з 20-ти гармонік. На рисунку 6.9, а, б подано відповідно бінарний складний сигнал і його спектр, оптимізований за критерієм максимуму середнього значення корисних гармонік при обмеженні на корисну потужність сигналу  $P_{\text{кор}} \geq 0,95 \text{ В}^2$ . Діаграми на рисунку 6.9, в, г відповідають оптимальному сигналу та спектру при  $P_{\text{кор}} \geq 0,85 \text{ В}^2$ . Результатом оптимізації будуть сигнали, що мають відповідно значення  $\bar{C} = 0,232 \text{ В}$ ,  $P_{\text{кор}} = 0,947 \text{ В}^2$  та  $\bar{C} = 0,29 \text{ В}$ ,  $P_{\text{кор}} = 0,85 \text{ В}^2$ . Отже, запропонований метод дозволяє отримати тестові сигнали з наперед заданими параметрами спектра. За початкове наближення вектору точок переключення в обох випадках обрано моменти переходу через нуль бажаного сигналу з довільними фазами. Як видно з рисунку 6.9, при підвищених вимогах до корисної потужності сигнал має значний розкид між амплітудами на частотах аналізу. У першому випадку розкид складає  $0,703 \text{ В}$ , а в другому –  $0,17 \text{ В}$ .

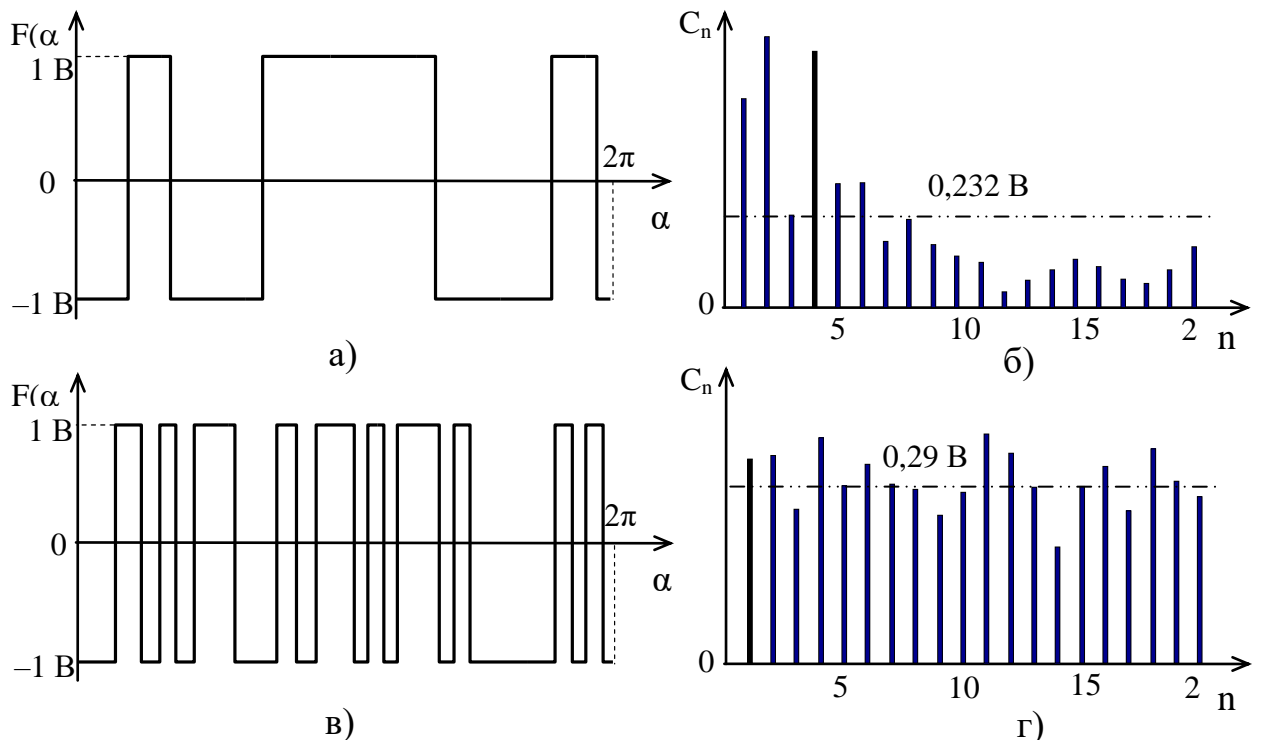


Рисунок 6.9 – Результати синтезу бінарного сигналу

Рівномірний спектр для бінарного сигналу можна отримати, якщо

провести оптимізацію сигналу за критерієм (6.53). Для прикладу розглянемо результати роботи методу послідовного квадратичного програмування для трьох початкових наборів фазових координат переключення (рис. 6.10), де відображені оптимальні бінарні сигнали та відповідно їх спектри з 22-ма точками переключення (рис. 6.10, а, б), з 24-ма точками переключення (рис. 6.10, в, г) і з 26-ма точками переключення (рис. 6.10, д, ж).

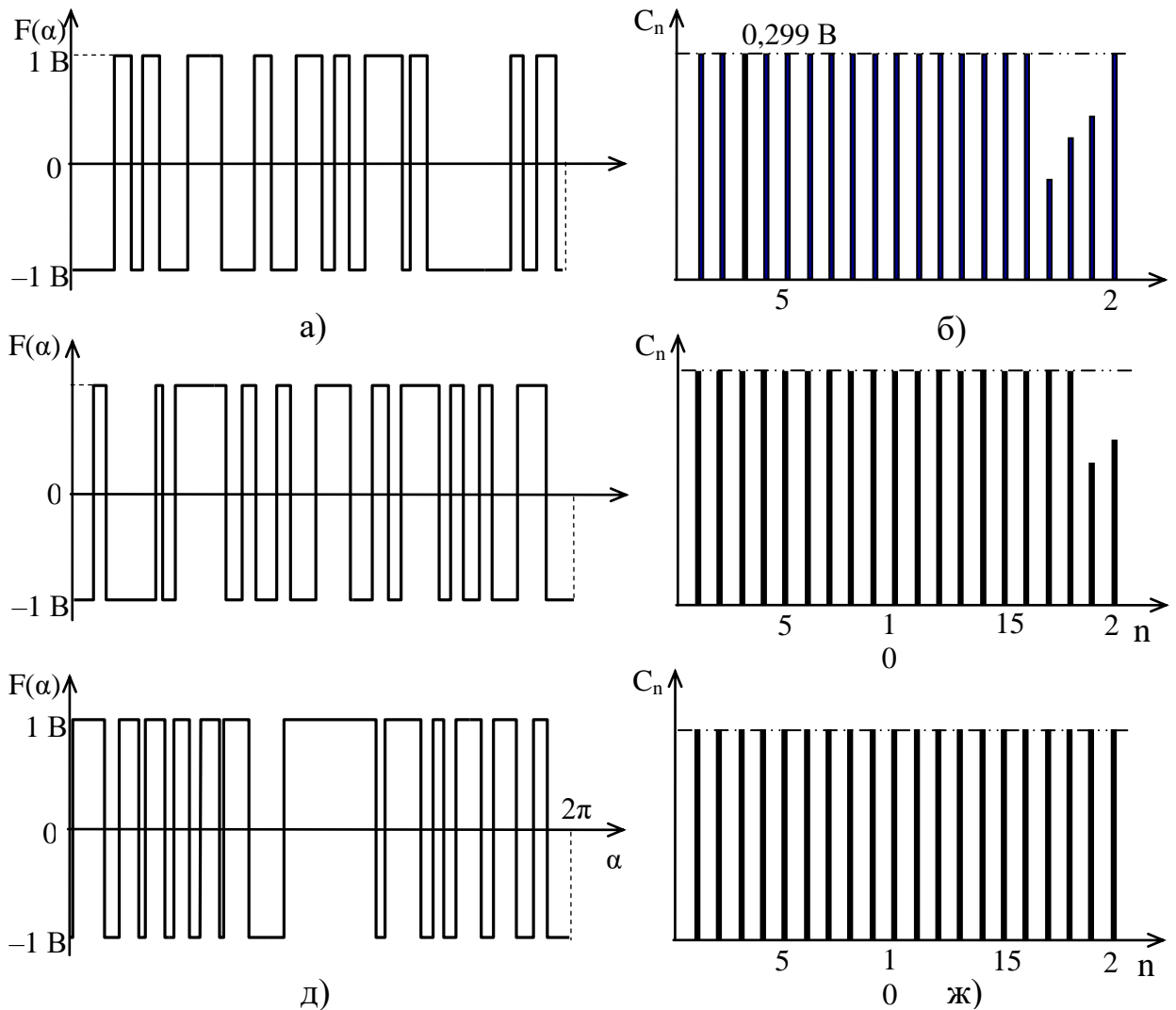


Рисунок 6.10 – Результати синтезу складного сигналу

Аналіз наведених діаграм дозволяє зробити висновок: чим більшою є кількість точок переключення бінарного сигналу, тим більше гармонік можна отримати з рівними амплітудами. Зокрема для першого, другого та третього наборів відповідно перші 16, 18 та 20 гармонік будуть мати приблизно однакові амплітуди. Значення відносної нерівномірності, під якою

розуміється відношення різниці між максимальною та мінімальною гармонічними складовими у квазірівномірному спектрі до середнього значення квазірівномірних гармонік, для трьох розглянутих вище варіантів складають відповідно 0,004 %, 0,013 % та 0,23 % [56, 57, 90].

За початковий набір оберемо точки переключення бінарного сигналу, наведеного на рисунку 6.9, в. Результатом оптимізації буде зменшення розкиду амплітуд гармонічних складових у корисному діапазоні частот до величини 0,06 В та збільшення середнього значення гармонік до 0,317 В. При оптимізації було задано та досягнуто коефіцієнт амплітуди 1,3, що набагато нижче за відповідний коефіцієнт амплітуди парного та непарного тестових сигналів для 20-ти гармонік. Отже, за критерієм заводо захищеності найкращим є бінарний сигнал.

## **6.5 Синтез тестового сигналу для контролю передавача радіонавігаційного комплексу**

Розглянемо аперіодичний ланцюг з передатною функцією

$$h(p) = \frac{k}{T_0 p + 1}.$$

Розрахуємо для цього ланцюга співвідношення, яке визначає характеристики оптимального тестового сигналу  $u(t)$  [38].

Нехай  $T$  – час, який відведений для контролю ланцюга. З умови функціонування ланцюга середня потужність тестового сигналу  $u(t)$ , отже, й енергія обмежені згідно з (3.10).

Задача визначення оптимального тестового сигналу  $u(t)$  для лінійних систем набуває змісту тільки при накладанні додаткових обмежень на цей сигнал.

Визначимо форму сигналу  $u(t)$ , який є оптимальним для контролю коефіцієнта підсилення  $k$ . Для функції  $g_k(p) = \frac{\partial h(p)}{\partial k}$  отримаємо:

$$g_k(p) = \frac{k}{T_0 p + 1}, \quad (6.57)$$

отже оригінал  $g_k(t) \div g_k(p)$  дорівнює:

$$g_k(t) = \frac{1}{T_0} e^{-t/T_0} \sigma(t),$$

де  $T_0$  – постійна часу аперіодичного ланцюга.

Рівняння (3.34) після підстановки (6.57) буде мати вигляд:

$$\frac{1}{1 - T_0^2 p^2} = \lambda. \quad (6.58)$$

З виразу (6.57) знайдемо корені

$$p_1 = p = \frac{1}{T_0} \sqrt{1 - \frac{1}{\lambda}};$$

$$p_2 = -p = -\frac{1}{T_0} \sqrt{1 - \frac{1}{\lambda}}. \quad (6.59)$$

Згідно з (3.41), оптимальний сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$  визначається виразом

$$u_{\text{опт}}(t) = B_1 e^{pt} + B_2 e^{-pt}.$$

Для розрахунку коефіцієнтів  $B_1, B_2$  і власних значень  $\lambda$  звернемося до рівнянь (3.47), (3.48). Оскільки функція  $g_k(s)$  має один полюс  $s = -1/T_0$ , то з зазначених рівнянь отримаємо:

$$\frac{B_1}{\left(-\frac{1}{T_0} - p\right)\left(-\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_0}\right)} + \frac{B_2}{\left(-\frac{1}{T_0} + p\right)\left(-\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_0}\right)} = 0; \quad (6.60)$$

$$B_1 \left[ \frac{e^{-T/T_0}}{\left(-\frac{1}{T_0} - p\right)\left(-\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_0}\right)} - \frac{e^{pT}}{\left(-\frac{1}{T_0} - p\right)\left(-\frac{1}{T_0} + p\right)} \right] + \\ + B_2 \left[ \frac{e^{-T/T_0}}{\left(-\frac{1}{T_0} + p\right)\left(-\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_0}\right)} - \frac{e^{-pT}}{\left(-\frac{1}{T_0} + p\right)\left(-\frac{1}{T_0} - p\right)} \right] = 0. \quad (6.61)$$

Рівняння (6.60), (6.61) можуть бути переписані в еквівалентній формі:

$$\frac{B_1}{1 + pT_0} + \frac{B_2}{1 - pT_0} = 0;$$

$$B_1 e^{pT} + B_2 e^{-pT} = 0. \quad (6.62)$$

Детермінант цієї системи  $\det(\lambda)$  дорівнює:

$$\det(\lambda) = \begin{vmatrix} \frac{1}{1 + pT_0} & \frac{1}{1 - pT_0} \\ e^{pT} & e^{-pT} \end{vmatrix} = \frac{e^{-pT}}{1 + pT_0} - \frac{e^{pT}}{1 - pT_0}, \quad (6.63)$$

де  $\lambda$  зв'язано з  $p$  співвідношенням (6.59).

Для визначення можливих власних значень  $\lambda$ , тобто коренів рівняння  $\det(\lambda)=0$ , зазначимо, що рівняння (3.20) може мати тільки позитивні власні значення, і розіб'ємо інтервал  $[0, \infty]$  значень  $\lambda$  на два інтервали: інтервал  $[1, \infty]$  і інтервал  $[0, 1]$ . Покажемо, що всередині інтервалу  $[1, \infty]$  нема власних значень. Дійсно, коли  $\lambda \geq 1$ , величина  $p = \frac{1}{T_0} \sqrt{1 - \frac{1}{\lambda}}$  дійсна та змінюється в межах від нуля до одиниці. Таким чином, при  $\lambda > 1$  рівняння  $\det(\lambda)=0$  не має коренів.

З іншого боку, в інтервалі  $0 \leq p < 1$  функція  $\frac{e^{-pT}}{1+pT_0} - \frac{e^{pT}}{1-pT_0}$  монотонно спадає, при  $p=0$  перетворюється в нуль. Значення  $\lambda=1$  є коренем цього рівняння, однак не є власним значенням. Справа в тому, що при  $\lambda=1$  рівняння (6.58) має двократний корінь  $p=0$ , і розв'язок функції  $u(t)$ , якщо він дійсний, має вигляд:  $u(t) = B_1 + B_2 t$ . З рівняння (3.20) для визначення коефіцієнтів  $B_1$  і  $B_2$  отримаємо систему однорідних рівнянь, детермінант якої  $\det_1(\lambda) = \dot{\Delta}(1)$ . Оскільки  $\dot{\Delta}(1) \neq 0$ , то ця система не має ненульових розв'язків.

Таким чином, усі власні значення  $\lambda$  знаходяться всередині інтервалу  $[0, 1]$ :  $0 < \lambda_k < 1$ . Всередині цього інтервалу величина  $p$  – уявна. Позначимо  $pT_0 = i\alpha$ . Як виходить з (6.59), величини  $\alpha$  і  $\lambda$  зв'язані співвідношенням:

$$\lambda = \frac{1}{1 + \alpha^2}. \quad (6.64)$$

Підставимо у вираз (6.63) замість  $p$  величину  $-i\alpha/T_0$ , прирівняємо детермінант нулю, отримаємо рівняння, яке визначає можливі значення  $\alpha$ :

$$\operatorname{tg} \alpha \frac{T}{T_0} = -\alpha. \quad (6.65)$$

У цьому рівнянні позначимо  $x = \alpha T/T_0$  і запишемо його у вигляді:

$$\operatorname{tg} x = -\frac{T_0}{T} x.$$

Розв'язки цього рівняння визначаються перетином кривої  $y_1 = \operatorname{tg} x$  і прямої  $y_2 = -\frac{T_0}{T} x$ . На рисунку 6.11 показані ці точки перетину при різних значеннях відношення  $T/T_0$ . Як виходить з виразу (3.23), оптимальний сигнал визначається власною функцією рівняння (3.20), яка відповідає максимальному власному значенню  $\lambda_0$ . Як виходить із формули (6.64), достатньо знайти мінімальний корінь рівняння (7.9)  $\alpha_0$ . Як видно з рисунку 6.11, мінімальний корінь рівняння (3.38)  $x_0$  при будь-яких значеннях відношення  $T/T_0$  знаходиться в границях  $\pi/2 \leq x_0 \leq \pi$ , при цьому при значних значеннях відношення корінь  $x_0$  прагне до  $\pi/2$ , а при незначних – до  $\pi$ . Для кореня  $x_0$  отримаємо асимптотичні формули:

$$x_0 \cong \begin{cases} \pi \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) & \text{при } \frac{T_0}{T} \ll 1; \\ \frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi} \frac{T}{T_0} & \text{при } \frac{T_0}{T} \gg 1. \end{cases}$$

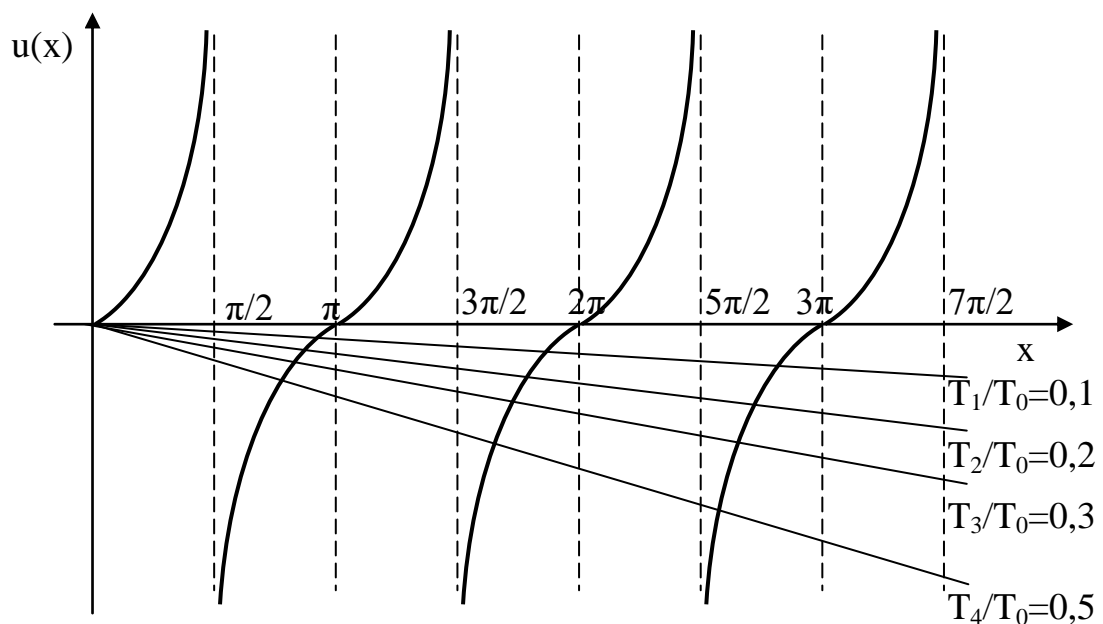
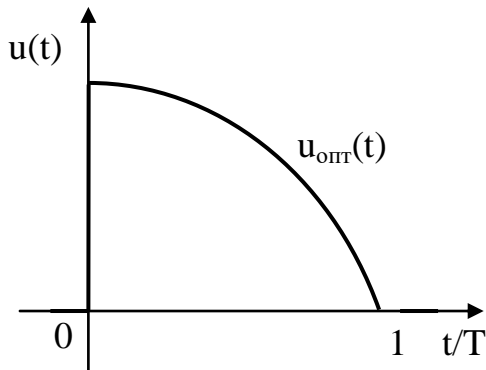


Рисунок 6.11 – Графічне розв'язання рівняння (6.65)

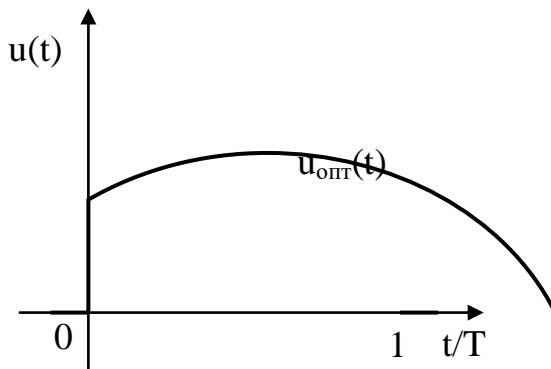
Після визначення кореня  $x_0$  можна знайти відповідне значення  $\alpha_0 = x_0 T_0 / T$  і  $\alpha_0$ :

$$\lambda_0 = \frac{1}{1 + x_0^2 T_0^2 / T^2}.$$

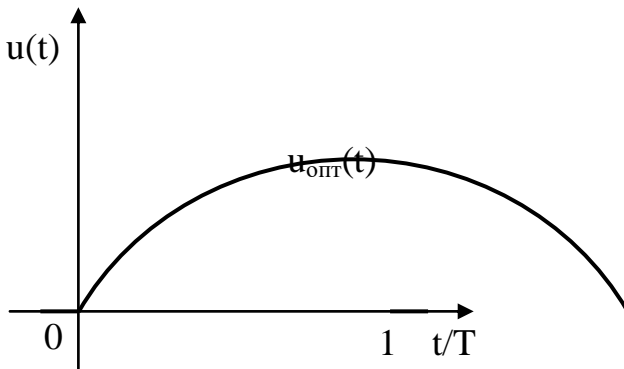
Знайдемо оптимальний сигнал  $u_{\text{опт}}(t)$ :



а)  $T/T_0 \ll 1$



б)  $T/T_0 \approx 1$



в)  $T/T_0 \gg 1$

Рисунок 6.12 – Форма оптимального тестового сигналу згідно з виразом (6.66)

$$u_{\text{опт}}(t) = B_1 e^{i\alpha_0 t / T_0} + B_2 e^{-i\alpha_0 t / T_0}.$$

Як виходить з рівняння (6.63),  $B_2/B_1 = e^{2i\alpha_0 T / T_0}$ . Таким чином, для оптимального сигналу знаходимо:

$$\begin{aligned} u_{\text{опт}} &= U_m \sin\left(\alpha_0 \frac{T - \tau}{T_0}\right) = \\ &= U_m \sin\left(x_0 \frac{T - \tau}{T}\right). \end{aligned} \quad (6.66)$$

Амплітуда сигналу  $U_m$  визначається відповідно до інтегрального обмеження (3.10) і дорівнює:  $U_m = \sqrt{2E_c / T}$ .

Зазначимо, що оскільки  $x_0 \leq \pi$ , то функція  $u_{\text{опт}}(t)$  на інтервалі  $[0, T]$  не змінює знака. На рисунку 6.12 показана форма оптимального тестового сигналу

$u_{\text{опт}}(t)$  при значеннях  $T/T_0 \ll 1$ ,  $T/T_0 \approx 1$  і  $T/T_0 \gg 1$ .

З використанням отриманих співвідношень запишемо залежність для визначення  $S_{\text{max}}(T)$ :

$$S_{\text{max}}(T) = \frac{PT}{1 + x_0^2 (T_0/T)^2}, \quad (6.67)$$

де  $P = E_c/T$  – середня потужність сигналу.

На рисунку 6.13 наведено графік функцій  $S_{\text{max}}(T)$  і  $S_{\text{max}}(T)/T$ , який має зміст «продуктивності» контролю. Як видно з рисунку 6.13, максимальний зріст величини  $S_{\text{max}}(T)$  має місце при збільшенні  $T$  в області малих  $T$ . Потім цей зріст зменшується й при достатньо великих  $T$  величина  $S_{\text{max}}(T)$  зростає пропорційно  $T$ :  $S_{\text{max}}(T) \cong PT$ . Із графіку (рис. 6.13) визначається мінімальний час контролю  $T_{\text{min}}$ , який необхідний для досягнення заданої величини чутливості  $S$ , а з формули (6.66) – форма оптимального тестового сигналу, що відповідає мінімальному часу контролю.

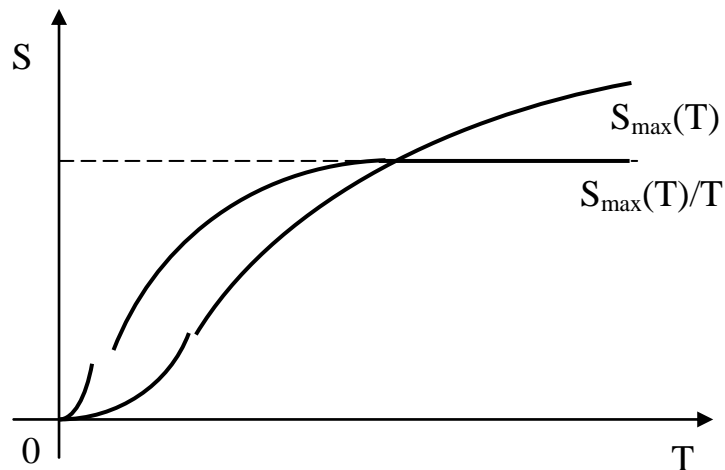


Рисунок 6.13 – Залежність чутливості контролю від його тривалості

Порівняємо величини  $S_{\text{max}}(T)$  і чутливості, яку отримано при застосуванні для визначення коефіцієнта підсилення ступеневих сигналів

$u_{\text{CT}}(t) = U_0 \sigma(t)$ . Підставимо формулу сигналу  $u_{\text{CT}}(t)$  у вираз для  $S$  (3.23) і після спрощення отримаємо:

$$S_{\text{CT}}(T) = E_c \left\{ 1 - \frac{3T_0}{2T} + \frac{2T_0}{T} e^{-\frac{T}{T_0}} - \frac{T_0}{2T} e^{-\frac{2T}{T_0}} \right\}. \quad (6.68)$$

Вирази (6.67) і (6.68) дозволяють визначити відношення величин  $S_{\text{max}}(T)/S_{\text{CT}}(T)$  при різних значеннях  $T$ . Результат розрахунків для деяких значень  $T$  наведено у таблиці 6.1.

При  $T/T_0 \ll 1$  відношення  $S_{\text{max}}/S_{\text{CT}} = 1,22$ , а при  $T/T_0 \rightarrow \infty$  –  $S_{\text{max}}/S_{\text{CT}} \rightarrow 1$ . Таким чином, максимальний виграш від застосування оптимальної методики буде при незначному часі контролю  $T/T_0 < 1$  і складає приблизно 20%. При більшому часі контролю  $T/T_0 > 1$  виграш зменшується й в області  $T \approx (3 \div 4)T_0$  складає близько 10%.

Таблиця 6.1 – Результати розрахунку  $S_{\text{max}}(T)/S_{\text{CT}}(T)$

$T/T_0$	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0
$S_{\text{max}}/S_{\text{CT}}$	1,20	1,18	1,14	1,13	1,12

На рисунку 6.14 представлено діаграму, яка характеризує час контролю  $T_k$  технічного стану передавача РНК за допомогою синтезованого складного тестового сигналу та відомих сигналів прямокутної та синусоїдної форми.

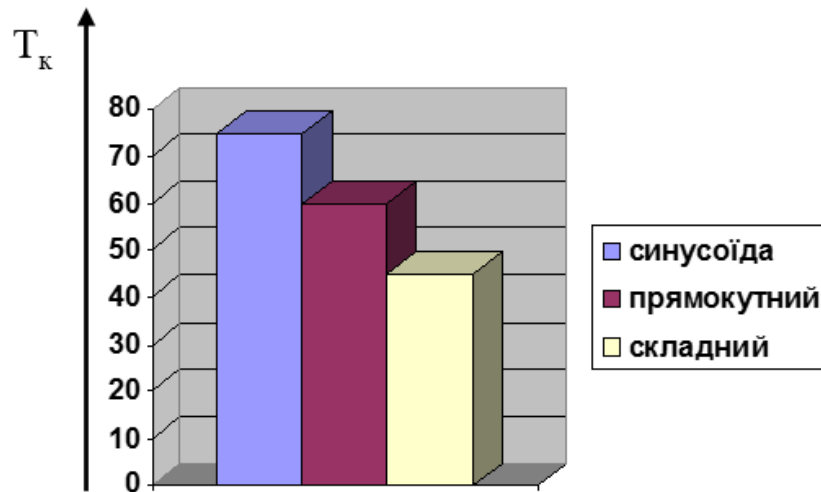


Рисунок 6.14 – Час контролю передавача різними формами сигналів

Аналіз рисунку 6.13 і діаграми (рис. 6.14) доводить перевагу синтезованого сигналу у зменшенні часу контролю, тобто підвищення оперативності.

Результати комп'ютерного моделювання запропонованих методів синтезу тестових сигналів і обробки відгуків на них довели, що мета роботи, направлена на підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту за рахунок розробки методів синтезу та обробки тестових сигналів складної форми, досягнута.

## Висновки до розділу 6

1. Представлено вдосконалений метод визначення похибок координат засобів водного транспорту залежно від процедур контролю технічного стану РНК. Цей метод дозволяє оптимізувати час контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту при збереженні достовірності за рахунок врахування функції втрат і автоматизації процедур контролю.

2. У розділі запропоновано та досліджено метод оптимізації параметрів складних тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів

водного транспорту зі складним законом модуляції тривалості імпульсів, що дозволяє більш гнучко керувати спектральним складом та отримувати тестові сигнали з наперед заданими параметрами.

3. Поставлена та розв'язана задача знаходження аналітичного апарату, що пов'язує амплітудний спектр складного сигналу, що має довільний закон модуляції тривалості імпульсів, з набором значень точок перемикання. Причому, амплітуди гармонік першої та вищих однозначно визначаються вектором точок перемикань і значенням рівня сигналу, а обчислення постійної складової вимагає, крім цього, додаткового знання про знак сигналу на першому інтервалі аналізу (знаку першого імпульсу).

4. Синтезовано тестовий сигнал для контролю технічного стану аперіодичного ланцюга РНК засобів водного транспорту, проведено дослідження його характеристик. Застосування запропонованих тестових сигналів, порівняно з відомим синусоїдним, надає вигаш у чутливості до 20% при незначному часі контролю і до 10% при збільшенні часу контролю. Порівняно з відомими прямокутними сигналами вигаш від застосування запропонованих сигналів є ще більшим: до 40% при незначному часі контролю та до 20% при підвищенні часу контролю.

Наукові результати даного розділу опубліковані в [38, 53, 56, 57, 61, 90, 118, 154– 56].

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі запропоновано розв'язання протиріччя, яке виникає при здійсненні контролю технічного стану складних систем: забезпечення заданої достовірності та оперативності отримання інформації про технічний стан РНК засобів водного транспорту потребує збільшення обсягу та точності вимірювань при оцінюванні їх характеристик з одного боку, а з іншого – відсутність методів автоматизації процесів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

Основні результати дисертаційної роботи полягають у наступному.

*1. Проведено аналіз методів і засобів формування тестових сигналів для контролю РНК засобів водного транспорту, виділено переваги та недоліки кожного з методів. Результати проведеного аналізу дозволили обґрунтувати актуальність наукової проблеми, визначити часткові завдання дослідження та запропонувати методи проведення дослідження.*

*2. У дисертації наведено теоретичне узагальнення та нове розв'язання наукової проблеми розроблення методів синтезу тестових сигналів і обробки відгуків на них для підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту. Ця проблема розв'язується на базі розробки методів синтезу та обробки тестових сигналів і обґрунтування варіантів створення гнучких програмнокерованих калібраторів сигналів з нормованими характеристиками для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.*

У рамках поставленої проблеми розв'язані часткові завдання: проведено аналіз відомих методів синтезу тестових сигналів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту; вдосконалено метод обґрунтування критеріїв (кількісних оцінок) оптимальності синтезу тестових сигналів для автоматичного контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту; розроблено методи синтезу тестових сигналів для контролю

технічного стану РНК засобів водного транспорту, які працюють при пасивній і активній радіонавігації; вдосконалено метод обробки відгуку тестового сигналу (вихідного сигналу) РНК засобів водного транспорту; вдосконалено метод визначення технічного стану РНК засобів водного транспорту при їх автоматичному контролі; розроблено метод синтезу тестових сигналів з потрібним спектром для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту; проведено перевірку отриманих теоретичних результатів і розроблено рекомендації щодо їх впровадження для автоматичного контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту.

*3. Найбільш важливі наукові результати, які отримано в роботі:*

– отримав подальший розвиток метод обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу вимірювальних сигналів, який відрізняється від відомих запропонованою реалізацією умовної апостеріорної функції розподілу параметрів контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту та дозволяє автоматизувати наявні процедури контролю їх технічного стану за рахунок врахування радіоелектронних завад;

– вперше отримано методи синтезу вхідних тестових сигналів, які дозволяють підвищити ефективність контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту за рахунок використання методів варіаційного числення і застосування в умовах пасивної та активної радіонавігації;

– отримали подальший розвиток методи обробки відгуку тестового сигналу для РНК засобів водного транспорту, які відрізняються від існуючих урахуванням характеристик розробленої апостеріорної функції розподілу параметрів контролю і вхідних вимірювальних сигналів та дозволяють автоматизувати процес визначення технічного стану РНК;

– отримав подальший розвиток метод синтезу тестових сигналів з потрібним спектром з використанням функції Лагранжа, який відрізняється від відомих оптимальним формуванням спектрального складу тестового сигналу та дозволяє забезпечити ефективний контроль технічного стану РНК засобів водного транспорту;

– отримав подальший розвиток метод визначення похибок координат засобів водного транспорту залежно від технічного стану РНК, який, на відміну від відомих, враховує функції втрат від помилок у визначенні маршруту руху і дозволяє оптимізувати час контролю при необхідному рівні достовірності та спростити процедуру для автоматичного контролю технічного стану РНК.

Запропоновані в роботі теоретичні основи і практичні методи синтезу тестових сигналів дозволили розробити алгоритми генерування тестових сигналів складної форми і обробки відгуків на них залежно від процедур контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту. Це дозволяє створити автоматичні прилади контролю. Автоматизація зменшить витрати часу на проведення контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту та підвищить його достовірність.

Результати імітаційного моделювання отриманих результатів показали, що для підвищення показників контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту (чутливості та достовірності контролю) необхідно використовувати сумарний синусоїдний сигнал, який складається з декількох гармонік (складний за формою сигнал). Кількість гармонік такого сигналу дорівнює половині параметрів, що контролюються. Наприклад, для аперіодичного ланцюга РНК застосування запропонованих тестових сигналів порівняно з відомим синусоїдним надає вигоду у чутливості до 20% при незначному часі контролю і до 10% при збільшенні часу контролю. За рахунок підвищення чутливості збільшується достовірність контролю. Порівняно з відомими прямокутними сигналами вигода за оперативністю контролю від застосування запропонованих сигналів є ще більшим: до 40% при незначному часі контролю та до 20% при збільшенні часу контролю.

Показано, що збільшення чутливості контролю дозволяє підвищити достовірність контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту до (10...15)% при незначному часі контролю та до (5...10)% при значному часі контролю. Це свідчить також про підвищення оперативності контролю

технічного стану РНК засобів водного транспорту при використанні розроблених тестових сигналів (підвищенні коефіцієнта готовності РНК засобів водного транспорту до функціонування за призначенням). Крім того, отримані тестові сигнали за рахунок автоматизації операцій контролю збільшують кількість інформації про технічний стан РНК засобів водного транспорту, що контролюються. Це дозволяє зменшити імовірності помилок першого та другого роду, тобто підвищити достовірність контролю технічного стану РНК.

Отже, мета роботи, направлена на підвищення достовірності та оперативності контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту за рахунок розробки методів синтезу та обробки тестових сигналів складної форми, досягнута.

*4. Значення розв'язаної у дисертації задачі для науки та практики* полягає в розвитку теоретичних та прикладних основ обґрунтування складової системи технічного контролю РНК засобів водного транспорту – методів синтезу тестових сигналів і методів обробки відгуків на них.

*5. Методи дослідження.* Методологічною основою дисертаційного дослідження є системний підхід при розробленні теоретичних основ синтезу тестових сигналів і обробки відгуків на них. Для розв'язання поставлених часткових завдань у дисертації використано теорію чутливості динамічних систем, теорію контролю технічних систем, методи варіаційного числення та динамічного програмування, теорію оптимізації функцій і теорію матриць, методи математичного моделювання.

*6. Достовірність і обґрунтованість отриманих наукових результатів* підтверджується збігом певних часткових результатів дисертації з висновками, отриманими в попередніх працях дослідників: коректним використанням адекватного математичного апарата для розв'язання часткових задач, поставлених у роботі. Основні теоретичні положення дисертаційної роботи базуються на початкових посилках і допущеннях, які

виходять із існуючого стану робіт у цій області та не суперечать відомим положенням і результатам досліджень, наведеним у літературі.

*7. Наукові та прикладні результати досліджень, отримані в дисертації, доцільно використовувати таким чином.*

Теоретичні та практичні результати можуть бути застосовані при створенні мобільних автоматичних контрольно-діагностичних комплексів для контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту, а також поширені на інші системи транспорту. Це дозволить скоротити витрати часу на проведення контролю технічного стану РНК засобів водного транспорту та підвищити його достовірність, скоротити витрати на експлуатацію таких засобів. Запропоновані в роботі методи синтезу та обробки, а також алгоритми роботи калібраторів (мір) і аналізаторів розроблених тестових сигналів можуть бути застосовані при створенні автоматичних приладів для перспективних інформаційних вимірювальних систем (комплексів).

Дисертаційна робота завершена, а її мета досягнута.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алексишин В.Г. Обеспечение навигационной безопасности плавания / В.Г. Алексишин, Л.А. Козырь, С.В. Симоненко. – Одесса: Феникс; М.: ТрансЛит, 2009. – 518 с.
2. Бабанин И.Г. Общая теория связи. Сигналы и аналоговые системы передачи информации / И.Г. Бабанин, Д.С. Коптев. – Курск: Юго-Зап. гос. ун-т, 2018. – 110 с.
3. Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах / Бабич О.А. – М.: Наука, 1991. – 512 с.
4. Байрашевский А.М. Судовая радиоэлектроника и радионавигационные приборы / А.М. Байрашевский, А.В. Жерлаков. – М.: Транспорт, 1988. – 271 с.
5. Бакулев П.А. Радионавигационные системы / П.А. Бакулев. – М.: Радиотехника, 2011. – 269 с.
6. Баранов Г.Л. Аналітична модель траєкторії електронного курсу транспортного засобу у зонах з підвищеним ризиком плавання / Г.Л. Баранов, І.В. Тихонов // Системи управління, навігації та зв'язку. – К: ЦНДІНіУ. – 2007. – Вип. 4. – С. 11-14.
7. Баранов Г.Л. Аналітичний зв'язок навігаційних параметрів стану і сигналів адаптивного управління на програмних траєкторіях руху високошвидкісних транспортних засобів / Г.Л. Баранов, І.В. Тихонов, С.А. Банішевський // Системи управління, навігації та зв'язку. – К: ЦНДІНіУ. – 2008. – Вип. 3(7). – С. 19-23.
8. Баранов Г.Л. Узгодження точності навігації та прогнозування параметрів траєкторії руху транспортних засобів на водних шляхах / Г.Л. Баранов, І.В. Тихонов // Системи управління, навігації та зв'язку. – К: ЦНДІНіУ. – 2007. – Вип. 3. – С. 8-10.
9. Баранов Ю.К. Навигация / Ю.К. Баранов, М.И. Гаврюк. – С-Пб.: «Лань», 1997. – 512 с.

10. Баранов Ю.К. Использование радиотехнических средств в морской навигации / Ю.К. Баранов. – М.: Транспорт, 1988. – 208 с.
11. Баранов Г.Л. Ефективність інтелектуалізації інтегрованих систем навігації і управління рухомими транспортними засобами / Г.Л. Баранов, І.В. Тихонов // Наукове періодичне видання Центрального науково-дослідного інституту навігації і управління. – К: ЦНДІНіУ. – 2010. – Вип. 1. – С. 13-20.
12. Барзилович Е.Ю. Модели технического обслуживания сложных систем / Е.Ю. Барзилович. – М.: Высшая школа, 1982. – 231 с.
13. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. – М.: ЛЕНАНД, 2016. – 528 с.
14. Белоус И.А. Теория сигналов / И.А. Белоус, Ю.А. Левашов. – Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 2017. – 100 с.
15. Беляєвський Л.С. Теоретичні основи радіонавігації та радіонавігаційних систем / Л.С. Беляєвський. – К.: КМУЦА, 1997. – 408 с.
16. Беляєвський Л.С. Основи радіонавігації / Л.С. Беляєвський, Б.С. Новиков, П.В. Олянюк. – К.: Наукова думка, 1997. – 316 с.
17. Беляєвський Л.С. Глобальні супутникові системи навігації та зв'язку на транспорті / [Беляєвський Л.С., Ткаченко А.М., Левковець П.Р. та інші.]. – К.: В-во «Даж Бог», 2009. – 216 с.
18. Берикашвили В.Ш. Радиотехнические системы: основы теории / В.Ш. Берикашвили. – М.: Издательство Юрайт, 2018. – 105 с.
19. Бочкарев В.В. Автоматизированное управление движением авиационного транспорта / В.В. Бочкарев, Г.А. Крыжановский, Н.Н. Сухих. – М.: Транспорт, 1999. – 320 с.
20. Богом'я В.І. Аналіз методів синтезу вимірювальних сигналів для контролю технічного стану РНК управління рухом засобів водного транспорту / В.І. Богом'я, О.А. Дакі // Збірник наукових праць ДУІТ. Серія «Транспортні системи і технології». – 2019. – Вип. 33. – Том. 1. – С. 96-106. – DOI: <https://doi.org/10.32703/2617-9040-2018-33-1-9>.

21. Богом'я В.І. Аналіз вимірювальних сигналів для контролю технічного стану РНК управління рухом засобів водного транспорту / В.І. Богом'я, О.А. Дакі, О.М. Тимощук // Вчені записки Таврійського національного університету ім. В.І. Вернадського. – 2019. – Том 30(69). – № 3. – Ч. 2. – С. 137–142. – DOI: <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2019.3-2/24>.

22. Богом'я В.І. Теоретичні основи синтезу вимірювальних сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту / В.І. Богом'я, О.М. Тимощук, О.А. Дакі // Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету. – Вип. – Т. 1. DOI: <https://doi.org/10.31388/2220-8674-2019-1-16>.

23. Буравлев А.И. Управление техническим состоянием динамических систем / А.И. Буравлев, Б.И. Доценко, И.Е. Казаков; под общ. ред. И.Е. Казакова. – М.: Машиностроение, 1995. – 240 с.

24. Бутенко В.В. Проблемы совместного функционирования радиоэлектронных систем космического и наземного базирования / В.В. Бутенко. – М.: СИП РИА, 2004. – 384 с.

25. Быков В.И. Судовые радионавигационные системы / В.И. Быков, Ю.И. Никитенко, Ю.М. Устинов. – М.: Изд. Транспорт, 1992. – 336 с.

26. Вагущенко Л.Л. Электронные системы отображения навигационных карт / Л.Л. Вагущенко, В.А. Данцевич, А.А. Кошевой. – Одесса: ОГМА, 2000. – 120 с.

27. Вагущенко Л.Л. Системы автоматического управление движением судна / Л.Л. Вагущенко, Н.Н. Цымбал. – Одесса: Феникс, 2007. – 367 с.

28. Варжапетян А.Г. Системы управления / А.Г. Варжапетян, Д.В. Глущенко. – М.: Вузовская книга, 2000. – 328 с.

29. Васьков А.С. Методы управления движением судна и конфигурацией зоны навигационной безопасности / А.С. Васьков. – Новороссийск, 1997. – 423 с.

30. Васьков А.С. Управление движением судна и конфигурацией зоны навигационной безопасности / А.С. Васьков. – Новороссийск, 1996. – 273 с.

31. Величко О.М. Основи метрології та метрологічна діяльність / О.М. Величко, А.М. Коцюба, В.М. Новиков. – К: Техніка, 2000. – 228 с.
32. Вихров Н.М. Управление и оптимизация производственно-технологическими процессами / [Вихров Н.М., Гаскаров Д.В., Грищенков А.А., Шнуренко А.А.]; под ред. Гаскарова Д.В. – С-Пб.: Изд. Энергоатомиздат, 1995. – 301 с.
33. Власов П.П. Радионавигационные системы / П.П. Власов. – Мурманск, 1994. – 37 с.
34. Воробей В.И. Судовые навигационные радиолокационные станции / В.И. Воробей, В.В. Доронин, Р.А. Роднянский. – К.: КГАВТ, 2005. – 76 с.
35. Гагарский Д.А. Электронные картографические системы в современном судовождении / Д.А. Гагарский. – С-Пб.: Изд-во ГМА им. адм. С.О. Макарова, 2007. – 124 с.
36. Ганношина І.М. Метод автоматизації процесу визначення маршруту судна при плануванні переходу / І.М. Ганношина, О.А. Дакі // Системи обробки інформації. – 2019. – № 2(157). – С. 84-89. – DOI: <https://doi.org/10.30748/soi.2019.157.11>.
37. Герасимов С.В. Метрологічна надійність засобів вимірювальної техніки / С.В. Герасимов, В.Є. Козлов, Ю.П. Шамаєв. – Х.: ХВУ, 2006. – 175 с.
38. Герасимов С.В. Синтез полігармонійного вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикавання / С.В. Герасимов, М.Ю. Яковлев, О.А. Дакі // Вимірювальна техніка та метрологія. – 2018. – № 79(2). – С. 73-76. – DOI: <https://doi.org/10.23939/istcmtm2018/02/073>.
39. Герасимов С.В., Дакі О.А. Вимоги до генераторів сигналів для контролю технічного стану радіоелектронного обладнання / С.В. Герасимов, О.А. Дакі // Проблеми інформатизації: тези доп. 10-ї Міжнародної наук.-техн.конф. – Київ, 2018. – С. 134.
40. Герасимов С.В. Калібратори полігармонічних сигналів для контролю технічного стану радіотехнічних систем / С.В. Герасимов, О.А. Дакі // XXII Всеукраїнська науково-практична конф. «Теорія та

практика створення, розвитку і застосування високотехнологічних систем спеціального призначення з урахуванням досвіду антитерористичної операції». – Житомир: ЖВІ. – 2018. – С. 124-125.

41. Глуценко П.В. Техническая диагностика: моделирование в диагностировании и прогнозировании состояния технических объектов / П.В. Глуценко. – М.: Вузовская книга, 2004. – 162 с.

42. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский, М.П. Демин. – М.: Радио и связь, 1994. – 481 с.

43. Гордеев О.И. Оценка напряженности управления судном на различных участках рек / О.И. Гордеев. – М., 1996. – 261 с.

44. Гофман-Велленгоф Б. Навігація. Основні визначення місцеположення та скеровування / Б. Гофман-Велленгоф, К. Легат, М. Візер: пер. с англ. за ред. Я.С. Яцківа. – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. – 443 с.

45. Гришин Ю.П. Радиотехнические системы / Ю.П. Гришин, В.П. Ипатов, Ю.М. Казаринов; под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Академия, 2008. – 590 с.

46. Дакі О.А. Метод синтезу вимірювального сигналу для контролю технічного стану суднових радіонавігаційних комплексів / [О.А. Дакі, А.В. Асланов, Р.М. Билима, А.А. Дениченко, В.В. Дехтяр] // *Новітні технології*. – 2019. – Вип. 2(9). – С. 32-40. – DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.2.09.04>.

47. Дакі О.А. Метод розрахунку критерію чутливості контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту / О.А. Дакі // *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. – 2019. – № 2(35). – С. 184-189. – DOI: <https://doi.org/10.30748/nitps.2019.35.24>.

48. Дакі О.А. Автоматичні прилади контролю параметрів систем управління та навігації засобів водного транспорту / О.А. Дакі // *Новітні технології*. – 2019. – Вип. 1(8). – С. 96-104. – DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.1.08.12>.

49. Дакі О.А. Аналіз методів формування вимірювальних сигналів для контролю систем навігації та управління рухом засобів водного транспорту /

О.А. Дакі, В.В. Штрибець, А.О. Трофименко // Наукоємні технології. – 2019. – № 1(41). – С. 88-94. – DOI: <https://doi.org/10.18372/2310-5461.41.13534>.

50. Дакі О.А. Розробка автомата контролю лінійних і нелінійних систем управління та навігації засобів водного транспорту / О.А. Дакі, Ф.О. Кривошей, С.Л. Панов // Наукоємні технології. – 2018. – № 4(40). – С. 458-464. DOI: <https://doi.org/10.18372/2310-5461.40.13272>.

51. Дакі О.А. Принципи побудови автоматичних приладів для контролю параметрів систем управління та навігації засобів водного транспорту. *Інформаційна безпека та інформаційні технології*: монографія / О.А. Дакі, А.О. Трофименко; за заг. ред. В.С. Пономаренко. – Харків, 2019. – С. 77-91.

52. Дакі О.А. Метод розрахунку функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту / О.А. Дакі // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2019. – № 2(154). – С. 76-84. – DOI: <https://doi.org/10.32620/aktt.2019.2.10>.

53. Дакі О.А. Методи синтезу вимірювальних сигналів з нормованим спектром / О.А. Дакі // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2019. – № 2 (90). – С. 89-98. – DOI: <https://doi.org/10.32620/reks.2019.2.08>.

54. Дакі О.А. Метод розрахунку критерію інформативності про технічний стан радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту / О.А. Дакі // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2019. – № 2(54). – С. 7-11. – DOI: <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2019.2.007>.

55. Дакі О.А. Метод динамічного програмування щодо синтезу вхідного вимірювального сигналу для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів / О.А. Дакі // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2019. – № 3 (155). – С. 57-63. DOI: <https://doi.org/10.32620/aktt.2019.3.07>.

56. Дакі О.А. Методологія синтезу полігармонійних вимірювальних сигналів з нормованим спектром / О.А. Дакі, О.М. Тимощук, В.І. Богом'я // Новітні технології: збірник наукових праць. – 2018. – Вип. 3(7). – С. 33-44. – DOI: [10.31180/2524-0102/2018.3.07.05](https://doi.org/10.31180/2524-0102/2018.3.07.05).

57. Дакі О.А. Методи прогнозування технічного стану параметрів суднового обладнання / О.А. Дакі // Стандартизація, сертифікація, метрологія та менеджмент: тези доп. наук.-практ. конф. – К.: ДП «УкрНДНЦ», 2016. – С. 17.

58. Дакі О.А. Обґрунтування принципів побудови автоматичних приладів для контролю параметрів систем управління та навігації засобів водного транспорту / О.А. Дакі, А.О. Трофименко // Інформаційна безпека та інформаційні технології: тези доп. міжн. наук.-практ. конф. – Х.: ХНЕУ, ЦУНТУ, 2019. – С. 5.

59. Дакі О.А. Теоретичні основи синтезу оптимальних вимірювальних сигналів для оцінювання точності вимірювань параметрів руху засобів водного транспорту / О.А. Дакі // Водний транспорт: сучасний стан та перспективи розвитку: тези доп. міжн. наук.-практ. конф. – К.: ДУІТ, 2019. – С. 380-381.

60. Дакі О.А. Підхід до розрахунку функції розподілу параметрів контролю систем навігації та управління засобів водного транспорту / О.А. Дакі // Матеріали дев'ятої міжнародної науково-технічної конференції «Сучасні напрями розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та засобів управління». – Баку – Харків – Жиліна. – 2019. – С. 20.

61. Данік О.В. Верифікація технології експертного визначення уступки між вартістю та ефективністю системи навігації та управління рухом / [Данік О.В., Дакі О.А., Коломієць О.М., Горбань А.В.] // Новітні технології: збірник наукових праць. – 2018. – Вип. 1 (5). – С. 29-42.

62. Данилов А.А. Метрологическое обеспечение измерительных систем / А.А. Данилов. – Пенза: Профессионал, 2008. – 63 с.

63. Дахнович А.А. Радиотехнические цепи и сигналы / А.А. Дахнович. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2009. – 176 с.

64. Демиденко П.П. Судовые радиолокационные и радионавигационные системы / П.П. Демиденко. – Одесса: ОНМА, 2008. – 334 с.

65. Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики / Б.П. Демидович, В.А. Кудрявцев. – М.: Астрель, 2001. – 655 с.
66. Денисенко А.Н. Сигналы. Теоретическая радиотехника / А.Н. Денисенко. – М.: Академия, 2005. – 704 с.
67. Дмитриев А.К. Основы теории построения и контроля сложных систем / А.К. Дмитриев, П.А. Мальцев. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 192 с.
68. Дмитриев А.С. Радиосвязь с использованием хаотических сигналов / Дмитриев А.С. – М.: Изд. Связь, 1997. – 321 с.
69. Дмитриев В.И. Судовождение на уровне управления / В.И. Дмитриев. – СГТГУВК, 2008. – 330 с.
70. Довбня В.Г. Помехоустойчивость радиоприёмных систем цифровых линий связи / В.Г. Довбня, В.Е. Азиатцев, С.Н. Михайлов. – Курск: Юго-Зап. гос. ун-т, 2017. – 175 с.
71. Доронин В.В. Радионавигационные приборы и системы / В.В. Доронин. – К: КГАВТ, 2006. – 472 с.
72. Доценко Б.И. Диагностирование динамических систем / Б.И. Доценко. – К.: Техніка, 1983. – 159 с.
73. ДСТУ 2389-94. Технічне діагностування та контроль технічного стану: Терміни та визначення. Чинний з 01.01.1995. – К.: Держстандарт України, 1994. – 24 с.
74. ДСТУ 2708 – 94. Повірка засобів вимірювань. Організація і порядок проведення. – Чинний з 01.01.95. – К.: Держстандарт України, 1994. – 12 с.
75. ДСТУ 2681 – 94. Метрологія. Терміни та визначення. – Чинний з 01.01.95. – К.: Держстандарт України, 1994. – 68 с.
76. Дуров А.А. Судовая радиолокация / Дуров А.А., Кан В.С., Ничипоренко Н.Т., Устинов Ю.М.; под редакцией Ю.М. Устинова. – Петропавловск-Камчатский: КГТУ, 2000. – 280 с.
77. Егоров Г.В. Проектирование судов ограниченных районов плавания на основании теории риска / Г.В. Егоров. – СПб.: Судостроение, 2007. – 384 с.

78. Егупов Н.Д. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под редакцией Н.Д. Егупова. – Том 3. Методы современной теории автоматического управления. – М.: Изд. МГТУ, 2000. – 748 с.
79. Задирака В.К. Теория вычисления преобразования Фурье / В.К. Задирака. – К.: Наукова думка, 1983. – 216 с.
80. Железний Г.М. Судоводителям: Опыт и знание. Практическое пособие / Г.М. Железний, А.И. Задорожний, В.Н. Щербак. – Одесса: Изд-во КП ОГТ, 2008. – 522 с.
81. Железний Г.М. Судоводителям. Практическое пособие / Г.М. Железний, А.И. Задорожний. – Одесса: Изд-во КП ОГП, 2004. – 436 с.
82. Железний Г.М. Судоводителям. Что должен знать судоводитель. Практическое пособие / Г.М. Железний, А.И. Задорожний, В.Н. Щербак. – Одесса: Изд-во КП ОГП, 2005. – 444 с.
83. Жилин В.А. Международная спутниковая система морской связи ИНМАРСАТ / В.А. Жилин. – М.: 1988. – 213 с.
84. Иванов М.Т. Теоретические основы радиотехники / М.Т. Иванов, А.Б. Сергиенко, В.Н. Ушаков. – М.: Высш. шк., 2002. – 306 с.
85. Измерительные информационные системы / Под общей ред. Н.А. Рубичева. – М.: Дрофа, 2010. – 334 с.
86. Информационно-измерительная техника и электроника / Под ред. Г.Г. Раннева. – М.: Академия, 2006. – 512 с.
87. Измерения в электронике: справочник / В.А. Кузнецов, В.А. Долгов, В.М. Коневских и др.; под ред. В.А. Кузнецова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 512 с.
88. Казаринов Ю.М. Радиотехнические системы / Ю.М. Казаринов. – М.: Академия, 2006. – 592 с.
89. Казиев В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем / В.М. Казиев. – М.: БИНОМ, 2006. – 244 с.
90. Коломієць О.М. Верифікація технології експертного визначення уступки між вартістю та ефективністю / О.В. Данік, О.А. Дакі,

О.М. Коломієць // Інноваційні аерокосмічні технології в екологічному моніторингу: тези доп. наук.-техн. конф. – К.: ДЕА, 2018. – С. 59-60.

91. Коптев Д.С. Теория радиотехнических сигналов / Д.С. Коптев, И.Г. Бабанин, В.Г. Довбня. – Курск: Юго-Зап. гос. ун-т, 2019. – 240 с.

92. Крещук В.В. Метрологическое обеспечение эксплуатации сложных изделий / В.В. Крещук. – М.: Из-во стандартов, 1989. – 200 с.

93. Крыштын Л.К. Техническая эксплуатация танкера / Л.К. Крыштын, О. И. Тимченко. – М.: Транспорт, 1980. – 206 с.

94. Кудрявцев Е.М. Mathcad 2000 Pro / Е.М. Кудрявцев. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 576 с.

95. Кудряков С.А. Радиотехнические цепи и сигналы / С.А. Кудряков. – С.Пб.: Изд-во «Свое Издательство», 2015. – 340 с.

96. Кузенков В.Д. Спутниковые системы радионавигации / В.Д. Кузенков. – Куйбышев, 1987. – 108 с.

97. Кунцевич В.М. Управление и идентификация в условиях неопределенности: результаты и нерешенные проблемы / В.М. Кунцевич // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2007. – № 5. – С. 34-46.

98. Ланчуковский В.И. Риск менеджмент судовой машинной команды / В.И. Ланчуковский, А.А. Бондаренко // Автоматика-2008: Доклады XV міжнародної конференції з автоматичного управління. – Одеса: ОНМА. – 2008. – С. 74-77.

99. Лесков М.М. Навигация / М.М. Лесков, Ю.К. Баранов, М.И. Гаврюк. – М.: Транспорт, 1986. – 360 с.

100. Лукомский Ю.А. Управление морскими подвижными объектами / Ю.А. Лукомский, В.М. Корчанов. – СПб.: Элмор, 1996. – 320 с.

101. Мальцев А.С. Управление движением судна / А.С. Мальцев. – Одесса: Весть, 1995. – 235 с.

102. Маринич А.Н. Судовые радионавигационные приборы. Часть 2. Оборудование радионавигационных систем / А.Н. Маринич, И.Г. Проценко, В.Ю. Резников, Ю.М. Устинов. – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2010. – 252 с.

103. Маринич А.Н. Автоматизированные системы мониторинга судоходства / [Маринич А.Н., Проценко И.Г., Резников В.Ю., Устинов Ю.М., Шигабутдинов А.Р.]; под общей редакцией Ю.М. Устинова. – СПб.: Судостроение, 2003. – 248 с.
104. Маринич А.Н. Судовая автоматическая идентификационная система / [Маринич А.Н., Проценко И.Г., Резников В.Ю., Устинов Ю.М., Черняев Р.Н., Шигабутдинов А.Р.]; под общей редакцией Ю.М. Устинова. – СПб.: Судостроение, 2004. – 180 с.
105. Марченко А.Л. Основы преобразования информационных сигналов / А.Л. Марченко, Е.А. Марченко. – М.: Горячая линия – Телеком, 2010. – 286 с.
106. Махутов Н.А. Диагностика и мониторинг состояния сложных технических систем / [Н.А. Махутов, В.Н. Пермяков, Р.С. Ахметханов и др.]. – Тюмень: ТИУ, 2017 – 632 с.
107. Международная конвенция по охране человеческой жизни на море СОЛАС. – С-Пб.: ЦНИИМФ, 2008. – 984 с.
108. Международная конвенция по предупреждению столкновения судов в море 1972 г. (МППСС-72). – СПб: ЗАО ЦНИИМФ. – 2004. – 118 с.
109. Мелещенко Ю.С. Техніка й закономірності її розвитку / Ю.С. Мелещенко. – К.: Наука, 2005. – 176 с.
110. Метрологическое обеспечение систем передачи / Б.П. Хромой, В.Л. Серебрин, А.Л. Синявский и др.: под ред. Б.П. Хромого. – М.: Радио и связь, 1991. – 392 с.
111. Мирошник И.В. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами / И.В. Мирошник, А.Л. Никифоров, А.Л. Фрадков. – С-Пб.: Наука, 2000. – 549 с.
112. Михайлов В.С. Разработка методологических основ и принципов построения радионавигационного обеспечения на внутренних водных путях Украины: дис. на соискание ученой степени доктора технических наук: 22.02.2005 / Михайлов Василь Сергійович. – К., 2005. – 294 с.

113. Михайлов В.С. Навигация и лоция / В.С. Михайлов, В.Г. Кудрявцев, В.С. Давыдов. – К.: Компас, 2010. – 832 с.
114. Монзинго Р.А. Адаптивные антенные решетки / Р.А. Монзинго, Т.У. Миллер – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
115. Морозов А.А. Ситуационные центры – основа стратегического управления / А.А. Морозов, В.А. Яценко // Математические машины и системы. – 2003. – № 1. – С. 3-14.
116. Морозов А.А. Построение сценариев развития событий – основа функционирования информации на аналитических системах типа ситуационные центры / А.А. Морозов, Г.Е. Кузьменко. – С-Пб., 2005. – С. 42-44.
117. Мусорин А.А. Анализ методов прогнозирования для определения технических параметров судового оборудования / А.А. Мусорин, Ю.Э. Шапран., И.В. Трофименко // Proceedings of Azerbaijan State Marine Academy. – 2017. – № 2. – С. 115-119.
118. Мусорин А.А. Методы прогнозирования для определения технических параметров судового оборудования / А.А. Мусорин, И.В. Трофименко, Е.А. Даки // Новітні технології. – 2017. – Вип. 1 (3). – С. 64-68.
119. Надольский А.Н. Теоретические основы радиотехники / А.Н. Надольский. – Мн.: БГУИР, 2005. – 232 с.
120. Науково-дослідна робота «Розробка комплексного показника якості пасажирських круїзних суден змішаного плавання в системі безпересадкових круїзних перевезень між портами Дніпра, Чорного моря та Дунаю» (номер держреєстрації 0116U03946).
121. Науменко А.П. Теория и методы мониторинга и диагностики / А.П. Науменко. – Омск: ОмГТУ, 2017. – 154 с.
122. Никитенко Ю.Н. Глобальная радионавигационная спутниковая система NAVSTAR / Ю.Н. Никитенко, Ю.М. Устинов. – М.: Мортехинформреклама, 1991. – 80 с.

123. Никольский Б.А. Основы радиотехнических систем / Б.А. Никольский. – Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П. Королева, 2013. – 469 с.
124. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.В. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 245 с.
125. Обоснование варианта построения адаптивной антенно-приемной системы СРНС // Межотраслевая научно-исследовательская лаборатория при ЦНИИ НиУ и НАУ. – К. – 2002. – 60 с.
126. Оптические, сотовые и спутниковые сети и системы связи // Научно-техническая конференция. – Пушкин. – 1996. – 56 с.
127. Основы автоматизации измерений / Под ред. В.Б. Коркина. – М.: Издательство стандартов, 1991. – 253 с.
128. Охтилев М.Ю. Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов / М.Ю. Охтилев, Б.В. Соколов, Р.М. Юсупов. – М.: Наука, 2006. – 40 с.
129. Павленко Ю.Ф. Вопросы метрологического обеспечения анализаторов спектра / Ю.Ф. Павленко, С.И. Славинский // Український метрологічний журнал. – 1999. – №3. – С. 35-42.
130. Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам (4-я конф.). – С-Пб. – 1997. – 128 с.
131. Песков Ю.А. Морская навигация с ГЛОНАСС – GPS / Ю.А. Песков. – М.: Моркнига, 2010. – 148 с.
132. Пліта Л.Л. Особливості організації процесу експлуатації засобів річкового та морського транспорту / Л.Л. Пліта, А.П. Шевченко, О.А. Дакі // Новітні технології. – 2019. – Вип. 3(10). – С. 6-12. – DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.3.10.01..>
133. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений / Г.Е. Пухов – К.: Наукова думка, 1980. – 419 с.
134. Пухов Г.Е. Дифференциальные спектры и модели / Г.Е. Пухов – К.: Наукова думка, 1990. – 184 с.

135. Пухов Г.Е. Приближенные методы математического моделирования, основанные на применении дифференциальных Т-преобразований / Г.Е. Пухов. – К.: Наукова думка, 1988. – 216 с.
136. Пярнпуу А.А. Программирование на современных алгоритмических языках / А.А. Пярнпуу. – М.: Наука, 1990. – 384 с.
137. Радионавигационные приборы и системы / В.А. Василенко, Б.С. Розен, В.В. Серегин. – М.: Агропромиздат, 1986. – 319 с.
138. Радиосистемы управления / Под ред. В.А. Вейцеля. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.
139. Радиотехнические средства навигационного оборудования европейской части СССР. Адмиралтейский № 3003. – Министерство обороны СССР. Главное управление навигации и океанографии. – 1991. – 128 с.
140. Ричард А. Кейхилл. Столкновения судов и их причины / Ричард А. Кейхилл; пер. с англ. – М.: Транспорт, 1987. – 240 с.
141. Роцин Б.В. Методы повышения эффективности радиосистемы связи / Б.В. Роцин. – М.: Наука, 1994. – 145 с.
142. Рудой В.М. Системы передачи информации / В.М. Рудой. – М.: МГОУ, 2004. – 172 с.
143. Сергеев А.Г. Метрология, стандартизация и сертификация / А.Г. Сергеев, В.В. Терегеря. – М.: Изд-во «Юрайт», 2011. – 820 с.
144. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 751 с.
145. Соловьев И. Морская радиоэлектроника / И. Соловьев. – СПб.: Политехника, 2003. – 185 с.
146. Соловьев Ю.А. Спутниковая навигация и ее приложения / Ю.А. Соловьев. – М.: Эко-Трендз, 2003. – 326 с.
147. Солонина А.И. Основы цифровой обработки сигналов / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 753 с.

148. Степанов О.А. Методы оценки потенциальной точности в корреляционно-экстремальных навигационных системах / О.А. Степанов. – Новороссийск, 1993. – 321 с.
149. Стеценко О.А. Радиотехнические цепи и сигналы / О.А. Стеценко. – М.: Высш. шк., 2007. – 432 с.
150. Судоходство и судостроение (статистика, экономика, цены). ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. – Вып. 8 (35). – СПб, 2006. – 260 с.
151. Теоретические основы испытаний и экспериментальная отработка сложных технических систем / Л.Н. Александровская, В.И. Круглов, А.Г. Кузнецов и др. – М.: Логос, 2003. – 736 с.
152. Тимощук О.М. Структурний синтез просторово-розподілених надширококутових радіометричних комплексів: дис. на здоб. наук. ступеня докт. техн. наук, 05.12.17 – радіотехнічні та телевізійні системи / Тимощук Олена Миколаївна. – К.: КДАВТ, 2017. – 265 с.
153. Тимощук О.М. Прикладні аспекти застосування пасивних радіотехнічних комплексів для вирішення задач контролю водних акваторій / [Тимощук О.М., Коломієць О.М., Горбань А.В., Дакі О.А.] // Новітні технології: збірник наукових праць. – 2017. – Вип. 2 (4). – С. 87-99.
154. Тимощук О.М. Критерій оптимальності процесу технічного обслуговування суднових комплексів / [О.М. Тимощук, О.А. Дакі, О.М. Коломієць, І.В. Трофименко] // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. – 2017. – № 4(29). – С. 132-136. – DOI: 10.30748/nitps.2017.29.18.
155. Тимощук О.М. Обґрунтування застосування сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану радіонавігаційних приладів засобів водного транспорту / О.М. Тимощук, О.А. Дакі, О.М. Коломієць // Новітні технології: збірник наукових праць. – 2018. – Вип. 2 (6). – С. 39-45. – DOI:10.31180/2524-0102/2018.2.06.05.
156. Тимощук О.М. Пропозиції щодо удосконалення методів оцінки ефективності системи контролю технічного стану радіотехнічних систем

засобів водного транспорту / О.М. Тимощук, О.А. Дакі // Прикладна радіоелектроніка. – 2019. – Вип. 18. – № 3, 4. – С. 116-122.

157. Тимощук О.М. Метод оптимізації параметрів вимірювального полігармонійного сигналу з використанням функції Лагранжа / О.М. Тимощук, О.А. Дакі // Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля. – 2019. – № 2 (250). – С.89-94.

158. Тимощук О.М. Метод синтезу вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикання / О.М. Тимощук, О.А. Дакі // Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля. – 2019. – № 3 (251). – С. 176-180.

159. Тимощук Е.Н. Постановка задачі обоснования критериев синтеза измерительных сигналов для контроля радионавигационных комплексов управления движением средств водного транспорта / Е.Н. Тимощук, Е.А. Даки // XIV Международная научно-техническая конференция «Проблемы водного транспорта» (XIV International scientific-technical conference on “Water transport problems”; Azərbaycan Xəzər Dəniz Gəmiçiliyi” QSC Azərbaycan Dövlət Dəniz Akademiyası). – Bakı – 2019. – С. 14.

160. Тимощук О.М. Критерії синтезу вимірювальних сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів управління рухом / О.М. Тимощук, О.А. Дакі // МНТК «Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ». – Львів: НАСВ. – 2019. – С. 269.

161. Тимощук О.М. Автоматичні прилади контролю систем управління та навігації засобів руху / О.М. Тимощук, О.А. Дакі // XV міжнародна наук. конф. Харківського національного університету Повітряних Сил «Новітні технології – для захисту повітряного простору». – Х.: ХНУПС. – 2019. – С. 316.

162. Тихонов І.В. Аналітична модель інформаційної технології підвищення безпеки руху на внутрішніх водних шляхах / І.В. Тихонов, Г.Л. Баранов, С.А. Банішевський // «Автоматика – 2008». Доклади XV Міжнародної конференції з автоматичного управління. – Одеса: ОНМА. – 2008. – С. 945-946.

163. Тихонов І.В. Методика підвищення ефективності навігаційного забезпечення плавання на внутрішніх водних шляхах / І.В. Тихонов // Вісник Національного технічного університету України «КПІ». – Серія «Радіотехніка. Радіоапаратобудування» – К.: 2010. – Вип. № 40. – С. 199-201.

164. Тихонов И.В. Пособие судоводителя малотонажного судна / [Тихонов И.В., Корнилов Э.В., Корнилов Э.В. и др.]. – Одесса: Феникс, 2007. – 302 с.

165. Трегубов И.С. Развитие радионавигации в Китае / И.С. Трегубов // Морской транспорт. Экспресс-информация. Серия Судовождение, связь и безопасность мореплавания. – М. – Выпуск 9.– 1996. – 328 с.

166. Трегубов И.С. Развитие радионавигации в Северо-западном регионе Европы / И.С. Трегубов // Морской транспорт. Экспресс-информация. Серия Судовождение, связь и безопасность мореплавания. – М. – Выпуск 5.– 1996. – 324 с.

167. Трояновский А.Д. Бортовое оборудование радиосистем ближней навигации / А.Д. Трояновский, А.М. Клуга, Б.Я. Цилькер. – М.: Транспорт, 1990. – 182 с.

168. Тучин Д.А. Кодовые измерения псевдодальности системы GPS. Модель ошибок и априорная оценка точности определения вектора положения / Д.А. Тучин // Российская Академия Наук, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша. – М.: 2002. – 17 с.

169. Харисов В.А. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС / В.А. Харисов, А.И. Перов, В.А. Болдин. – М.: ИПРЖР, 1998. – 400 с.

170. Чарльз Калверт. Delphi 5. Энциклопедия пользователя / Чарльз Калверт. – К.: Изд. ДиаСофт Лтд. – 1996. – 736 с.

171. Чинков В.М. Аналіз сучасного стану та перспективні напрямки синтезу оптимальних полігармонічних сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки / В.М. Чинков, Ю.О. Крихтін // Системи обробки інформації. – 2002. – Вип. 5 (21). – С. 214-217.

172. Чинков В.Н. Адаптивный метод нахождения модуля амплитудного значения полигармонического сигнала / В.Н. Чинков, Ю.А. Крыхтин // Системи обробки інформації. – 2005. – Вип. 2(42). – С. 141-145.

173. Чинков В.М. Варіаційний метод і методики синтезу оптимального вимірювального сигналу для контролю технічного стану системи автоматичного управління / В.М. Чинков, С.В. Герасимов // Український метрологічний журнал. – 2014. – № 1. – С. 59-64.

174. Чинков В.М. Синтез бінарного сигналу з рівномірним спектром за критерієм мінімуму розкиду амплітуд корисних гармонік методом послідовного квадратичного програмування / В.М. Чинков, Ю.О. Крихтін // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – 2006. – Вип. 3(9). – С. 144-147.

175. Фридман А.Э. Основы метрологии. Современный курс / А.Э. Фридман. – С.Пб.: НПО «Профессионал», 2008. – 284 с.

176. Шебшаевич В.С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В.С. Шебшаевич, П.П. Дмитриев, Н.В. Иванцевич. – М.: Радио и связь, 1982. – 272 с.

177. Шестеркин А.Н. Система моделирования и исследования радиоэлектронных устройств Multisim 10 / А.Н. Шестеркин. – М.: ДКМ Пресс, 2012. – 360 с.

178. Шильман С.В. Адаптивные фильтры Кальмана / С.В. Шильман // Докл. РАН. – 1994. – Т. 338. – № 6. – С. 724-744.

179. Шишкин А.В. Глобальная морская система связи при бедствии и для обеспечения безопасности мореплавания / А.В. Шишкин, В.М. Кошевой, В.И. Купровський, С.Л. Ефимов. – С-Пб.: РосКонсульт, 2001. – 272 с.

180. Шорохов М.Н. Вибросейсмическая полевая приемо-регистрирующая станция / М.Н. Шорохов // Труды Международной конференции “Информационные системы и технологии” (ИСТ 2003). – Том 2. – Новосибирск: НГТУ. – 2003. – С. 182-187.

181. Admiralty list of radio signals “Coast radio stations”. – Vol. 1(2). – NP 281(2). – 2000. – P. 361.

182. Admiralty list of radio signals “Global maritime distress and safety system (GMDSS)”. – Vol 5. – NP 285. – 2000. – P. 338.

183. Admiralty list of radio signals “Meteorological observation stations”. – Vol 4. – NP 284. – 1998. – P. 148.

184. Admiralty list of radio signals “Radio navigational aids electronic position fixing systems and radio time signals”. – Vol 2. – NP 282. – 1999. – P. 368.

185. Admiralty list of radio signals “Satellite navigation systems”. – Vol 8. – NP 288. – 1999. – P. 82.

186. Anthonis J., Ramon H. SVD  $H_{\infty}$  controller design for an active horizontal spray boom suspension // Proc. 7th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED99). – Haifa (Israel). – 1999. – P. 90-102.

187. Barton D.K. Radar Equations for Modern Radar. – London: Artech House, 2012. – 264 p.

188. Chang G.W., Cheng-I Chen. Measurement techniques for stationary and time-varying harmonics // Power and Energy Society General Meeting. – 2010. – P. 1-5.

189. Chiras N., Evans C., Rees D., Solomou M. Nonlinear system modeling: how to estimate the highest significant order // Proc. IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference. – Vol. 1. – Anchorage (USA). – 2002. – P. 353-358.

190. Clarke F. Functional analysis, Calculus of Variations and Optimal Control. – New York: Springer, 2013. – 606 p.

191. Daki O., Nguen Van Huu, Pavlikov V., Sobkolov A., Tymoshchuk O. Imaging by aerospace radar systems with active aperture synthesis // Telecommunications and Radio Engineering, – 2019. – Vol. 78, No. 14. – P. 1233-1247. – DOI: <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v78.i14.20>.

192. Fomin O., Lovska A., Daki O., Bohomia V., Tymoshchuk O., Prokopenko P. The substantiation of the concept of creating containers with viscous-elastic connections in fitting // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2019. – Vol. 14, No. 15. – P. 2771-2776.

193. Fomin O., Lovska A., Daki O., Bohomia V., Tymoshchuk O., Tkachenko V. Determining the dynamic loading on an open-top wagon with a two-pipe girder beam // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.* – 2019. – Vol. 3, No.7 (99). – P. 18-25. – DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.166329>.
194. Grewal M.S., Weill L.R., Andrews A.P. *Global Positioning Systems, Inertial navigation and integration.* – New York: Wiley, 2007. – 118 p.
195. Herasimov S. Measures of efficiency of dimensional control under technical state designation of radio-technical facilities / S. Herasimov, Yu. Shapran, M. Stakhova // *Системи обробки інформації.* – Х.: ХНУПС. – 2018. – Вип. 1 (152). – С. 148-154.
196. Iasechko M., Atamanenko I., Daki O., Martynov I., Samsonov Yu., Mudryk V. The Use of the Solid-State Plasma-based Material for the Protection of Radio-electronic Means of Laser Emission // *XVI Scientific Workshop “Measurement Uncertainty: Scientific, Normative, Applied and Methodical Aspects” UM\*2019 CAOL\*2019, September 6-8 |SOZOPOL, BULGARIA.* – P. 614.
197. IMO, SN/Circ. 213. – *Guidance on Chart Datum and Accuracy of Positions on Charts.* – 31 May, 2000.
198. ISO 9000:2005. *Quality management systems – Fundamentals and Vocabulary.* – Third edition 2005-05-15.
199. Kollár I. *Frequency Domain System Identification Toolbox. For Use with MATLAB.* – MA: The MathWorks, Inc., 1995. – 232 p.
200. Lutchen K.R., Sullivan A., Arbogast F.T., Celli B.R., Jackson A.C. Use of transfer impedance measurements for clinical assessment of lung mechanics // *American Journal on Respiratory and Critical Care Medicine.* – 1998. – Vol. 157, № 2. – P. 435-446.
201. Maertens K., Reyniers M., De Baerdemaeker J. Design of a dynamic grain flow model for a combine harvester. <http://cigr-ejournal.tamu.edu/submissions/volume3/PM%2001%20005%20Maertens.pdf>.

202. Mozeson E., Levanon N. Multicarrier radar signals with low peak-to-mean envelope power ratio // IEE Proc.-Radar Sonar Navig. – 2003. – Vol. 150, № 2. – P. 71-77.
203. Mpanda Mabwe Badileshi A., Cristian D., Capolino G. - A., Henaio H.T. Detection of induction machines anomalies using stand-still tests // Proc. Industry Applications Conference. 38th IAS Annual Meeting. – Vol. 3. – Salt Lake City (USA). – 2003. – P. 1855-1860.
204. Natarajan B., Nassar C.R. Crest factor reduction in MC-CDMA employing carrier interferometry codes // EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking. – 2004. – Vol. 2. – P. 374-379.
205. Nocedal J., Wright S.J. Numerical Optimization. – New York: Springer-Verlag, 1999. – 634 p.
206. Norman Friedman. The Naval Institute Guide to World Naval Weapon System. – New York: Naval Institute Press, 2006. – 858 p.
207. O’Neill C.R., Arena A.S.Jr. Time-domain training signals comparison for computational fluid dynamics based aerodynamic identification // Journal of Aircraft. – 2005. – Vol. 42, № 2. – P. 421-428.
208. Ramakrishnan C.R., Sekar R. Model-Dased Analysis of Configuration Vulnerabilities – [електронний ресурс] – Режим доступа: [http://seclab.cs.sunisb.edu/sec lab1/pubs/papers/widsoo.pdf](http://seclab.cs.sunisb.edu/sec%20lab1/pubs/papers/widsoo.pdf)
209. Recio A., Rhode W.S. Basilar membrane responses to broadband stimuli // The Journal of the Acoustical Society of America. – 2000. – Vol. 108, № 5. – P. 2281-2298.
210. Rybin Yu. Barkhausen Criterion for Pulses Oscillators // International Journal of Electronics. – 2012. – Vol. 99. – No. 11. – P. 1547-1556.
211. Rybin Yu. Measuring Signal Generators. Theory and Design. – Dordrecht, Heidelberg, London, New York: Springer; 2014. – 488 p.
212. Pavlenko M. Arithmetic model «radiotechnical facilities – control system» according to Petri net model / M. Pavlenko, Yu. Shapran, M. Stakhova // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. – 2018. – № 1. – С. 66-72.

213. Sheyner O., Wing J., Lippman R., Haines J. Automated Generation and Analysis of Attak Graphs // In 2002 IEEE Symposium on Security and Privacy. – Oakland, California, 2002. – <http://csse.usc.edu>.

214. Shirley F.Y., Dyke J., Caicedo J.M., Carlson J.D. Experimental verification of multi-input seismic control strategies for smart dampers // ASCE Journal of Engineering Mechanics. – 2001. – Vol. 127, № 11. – P. 1152 – 1164.

215. Simon G., Schoukens J. Robust broadband periodic excitation design // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2000. – Vol. 49, № 2. – P. 270-274.

216. The Math Works – MATLAB and Simulink for Technical Computing // [электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.mathworks.com>.

217. Tymoshchuk O.M., Daki O.A., Bohomia V.I., Bukariev A.O. Passive doppler navigation system using measurements of ship-based millimeter-wave radiometer // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. – 2019. – Vol.7. – Issue 2. – P. 89–103.

218. Topor Z.L., Johannson L., Kasprzyk J., Remmers J.E. Dynamic ventilatory response to CO<sub>2</sub> in congestive heart failure patients with and without central sleep apnea // Journal of Applied Physiology. – 2001. – Vol. 91, № 1. – P. 408-416.

219. Valenzuela J., Pontt J. Real-time interharmonics detection and measurement based on FFT algorithm // Electronics. – 2009. – Vol. 9-10. – P. 259-264.

220. Verba V.S., Neronsky L.B., Osipov I.G., Turuk V.E. Earth-boring space radar systems. Moskov: Radiotechnics, 2010. – 680 p.

221. Wernholt E., Hanssen S., Moberg S., Gunnarsson S. On the use of a multivariable frequency response identification method in the presence of periodic disturbances. Technical reports from the Control & Communication group in Linköping. <http://www.control.isy.liu.se/publications>.

222. Williams D., Clark S., Clark J. Four-Element Adaptive Array Evaluation for United States Navy Airborne Applications. ION GPS 2000, 19-22 September 2000, Salt Lake City, UT.

## ДОДАТОК А

### АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ



#### ВЕРХОВНА РАДА УКРАЇНИ

Комітет з питань транспорту

01008, м. Київ-8, вул. М. Грушевського, 5, тел. 255-34-71

№ 04-36/18-232/106181

„04.. червня 2019 р.

**Спеціалізована вчена рада  
для захисту докторських  
дисертацій  
Харківського національного  
університету радіоелектроніки**

*щодо впровадження результатів  
дисертаційних досліджень*

Цим повідомляємо, що в Комітеті Верховної Ради України з питань транспорту ознайомились з базовими положеннями дисертаційної роботи Дакі Олени Анатоліївни «Теоретичні основи синтезу вимірювальних сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту».

Результати дисертаційних досліджень Дакі О.А. заслуговують на увагу при виконанні науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт зі створення або модернізації засобів водного транспорту у процесі реалізації Морської доктрини України на період до 2035 року, затвердженої постановою Кабінету Міністрів України від 7 жовтня 2009 р. № 1307.

Використання результатів досліджень Дакі О.А. дає можливість створити якісно нові види приладів контролю технічного стану засобів транспорту і, тим самим, зробити вагомий крок в просуванні інформації, отриманої від цих приладів на світовий ринок транспортних послуг.

Крім того, результати досліджень можуть бути використані при створенні автоматизованих приладів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів управління рухом водного транспорту. Це дозволить скоротити витрати часу на проведення заходів з технічного обслуговування та підвищити його якість.

Результати та положення дисертаційної роботи будуть застосовані в практичній діяльності Комітету.

Голова Комітету

Я.Дубневич

## ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. ректора Державного університету  
інфраструктури та технологій  
д.т.н., професор **В.В. ПАНІН**

«21» жовтня 2019 року



АКТ № 2/9

впровадження результатів дисертаційних досліджень  
**Дакі Олени Анатоліївни**

Комісія у складі: голови – завідувача кафедри експлуатації засобів транспорту на внутрішніх водних шляхах Войченко Т.О. та членів: Даніка О.В., Ганношиної І.М., встановила, що результати наукових досліджень автора, а саме:

метод обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу вимірювальних сигналів, що відрізняється від відомих запропонованою реалізацією умовної апостеріорної функції розподілу параметрів контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту при врахуванні перешкод радіоелектронного змісту;

методи синтезу вхідних вимірювальних сигналів, засновані на використанні методів варіаційного числення, які застосовуються при різних умовах функціонування радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту – при пасивній і активній радіонавігації;

метод обробки вихідного сигналу (відгуку) радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту, який відрізняється від існуючих врахуванням характеристик розроблених апостеріорної функції розподілу параметрів контролю та вхідних вимірювальних сигналів та дозволяє автоматизувати процес визначення технічного стану радіонавігаційних комплексів,

використовувались в навчальному процесі при підготовці з освітніх програм бакалаврів і магістрів «Управління судновими технічними системами і комплексами», «Експлуатація суднових енергетичних установок», «Судноводіння», «Навігація та управління морськими суднами» спеціальності 271 «Річковий та морський транспорт» при створенні курсу лекцій з дисциплін «Технічні засоби судноводіння», «Лоція та навігаційно-гідрографічне обладнання внутрішніх водних шляхів та акваторій», «Експлуатація засобів водного транспорту».

Також, результати дисертаційних досліджень Дакі О.А. впроваджені у науково-дослідній роботі: «Розробка комплексного показника якості пасажирських круїзних суден змішаного плавання в системі безпересадкових круїзних перевезень між портами Дніпра, Чорного моря та Дунаю» (номер держреєстрації 0116U03946), яка виконувалася у Київській державній академії водного транспорту, в якій автор приймала участь як виконавець.

Акт не є підставою для фінансових розрахунків.

Голова:

Т.О. Войченко

Члени:

О.В. Данік

І.М. Ганношина



АКТ № 1981/6  
впровадження результатів дисертаційного дослідження  
Дакі Олени Анатоліївни

Комісія у складі:

голова комісії – заступник директора з експлуатації Власенко Ю.В.;

члени комісії:

начальник портового флоту Романюк А.К.;

головний інженер Вітошко І.І.

склала цей акт в підтвердження того, що результати наукових студій Дакі О.А., а саме:

запропоновані авторкою методи синтезу вхідних вимірювальних сигналів, які застосовуються при різних умовах функціонування радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту – при пасивній і активній радіонавігації;

метод обробки вихідного сигналу радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту, який відрізняється від існуючих урахуванням характеристик розроблених апостеріорної функції розподілу параметрів контролю та вхідних вимірювальних сигналів використовувалися під час контролю технічного стану радіонавігаційного обладнання суден ДП «Ізмаїльський морський торговельний порт».

Дослідження Дакі О.А. виявилось актуальним та важливим напрямом у сфері автоматизованого контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту. Зокрема, для аперіодичного ланцюга радіонавігаційного комплексу застосування запропонованих авторкою вимірювальних сигналів порівняно з відомим синусоїдним надає вигреш у чутливості до 20% (при незначному часі контролю) і до 10% при збільшенні часу контролю. Порівняно з відомими прямокутними сигналами вигреш від застосування запропонованих сигналів є ще більшим: до 40% при незначному часі контролю та до 20% при підвищенні часу контролю.

Це свідчить також про підвищення оперативності контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту та можливості автоматизації процесу визначення технічного стану радіонавігаційних комплексів. Нові технічні рішення, запропоновані Дакі О.А., дозволяють створити перспективні види приладів контролю.

Даний акт не може бути підставою для фінансових розрахунків.

Заступник директора з експлуатації

Ю.В. Власенко

Начальник портового флоту

А.К. Романюк

Головний інженер

І.І. Вітошко

ЗАТВЕРДЖУЮ

АКТ № 21-01/1

впровадження результатів дисертаційних досліджень

Дакі Олени Анатоліївни

Ми, що нижче підписалися:

Виконуючий директор Купрієнко В.М.

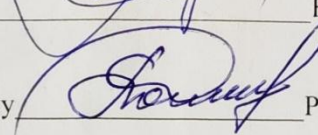
Головний інженер Бузань В.О.

Керівник тех. відділу Ромашок О.Л.

склали цей акт про те, що результати науково-дослідної роботи Дакі О.А. були апробовані під час ремонтних та відновлювальних робіт на суднах, які обслуговуються ПрАТ «Дунайсудноремонт».

Зауважимо, що застосування запропонованого автором методу обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу вимірювальних сигналів, що відрізняється від відомих запропонованою реалізацією умовної апостеріорної функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту при врахуванні перешкод радіоелектронного змісту дозволяє підвищити достовірність контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту до 10% при незначному часі контролю та до 5% при значному часі контролю.

Акт виданий без фінансових зобов'язань підприємства перед автором.

Виконуючий директор  Купрієнко В.М.Головний інженер  Бузань В.О.Керівник тех. відділу  Ромашок О.Л.



УЧБОВО-ТРЕНАЖЕРНИЙ  
ЦЕНТР  
«АЛЬФА-ТРЕЙНІНГ»

м. Ізмаїл  
вул. Кулікова, 31  
Тел./факс: (04841)6-33-66, 2-47-87  
Тел.: (096)622-30-33

м. Одеса  
вул. Жуковського, 26/28  
Тел.: (048)700-18-88  
Тел.: (094)952-48-88

e-mail: info@alfa-training.com.ua  
web: alfa-training.com.ua

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Директор ТОВ «Учебно-тренажерний центр  
«Альфа-Трейнінг»

  
підпис: О. Д. Кутафіна

« 21 » лютого 2017 р.



АКТ № 2

впровадження результатів дисертаційних досліджень  
Дакі Олени Анатоліївни

Комісія у складі:

голова комісії: Начальник учбової частини Шокарева Л.Г.;

члени комісії: Викладач - інструктор Поляков Ф.Ф.

Методст – Лебедева К.В.

цим актом засвідчує, що результати наукових досліджень Дакі Олени Анатоліївни, зокрема: метод визначення помилок маршруту руху засобів водного транспорту залежно від технічного стану радіонавігаційних комплексів, який, на відміну від відомих, враховує функції втрат від помилок у визначенні маршруту руху, були впроваджені в навчальний процес та використовувалися під час навчання, підготовки та перепідготовки судноводіїв.

Зауважимо, що запропонований автором метод визначення помилок маршруту руху засобів водного транспорту дозволяє оптимізувати час контролю при необхідному рівні достовірності та спростити процедуру для автоматизованого контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту.

Акт не є підставою для фінансових розрахунків.

1. Начальник учбової частини
2. Викладач-інструктор
3. Методист



Л.Г. Шокарева  
Ф.Ф. Поляков  
К.В. Лебедева



## ДОДАТОК Б

**ПЕРЕЛІК ПАРАМЕТРІВ КОНТРОЛЮ ПРИ ТЕХНІЧНОМУ  
ОБСЛУГОВУВАННІ ТА ДІАГНОСТУВАННІ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ  
КОМПЛЕКСІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ**

Таблиця Б.1 – Перелік параметрів контролю при технічному обслуговуванні та діагностуванні РНК засобів водного транспорту

№ з/п	Найменування параметра, що контролюється	Діапазон вимірювання
1	2	3
1.	Азимут	360 <sup>0</sup>
2.	Амплітуда імпульсів	(2,4-4)В, (0-5)В, 8В, (30-50)В, (0-40)В, (80-90)В
3.	Амплітудність імпульсів	(0,15-1,15) мкс
4.	Амплітуда імпульсних сигналів	0,75В
5.	Взаємний вплив каналів кутів супроводження за сигналами	≤15%
6.	Вихідна імпульсна потужність	(100-250)Вт
7.	Динамічний діапазон	(80-45) дБ/Вт
8.	Динамічний діапазон регулювання	100дБ
9.	Диференціальність максимальних кутів	≤2,0 <sup>0</sup>
10.	Тривалість імпульсу	(0,32-500) мкс, (2-590) мс
11.	Ємність	0,01 мкФ
12.	Затримка імпульсу відповіді	(1,45-1,8) мкс, (1,65-0,15) мкс
13.	Змінна напруга	Від 3 В до 250 В
14.	Інерційність ланцюга	≥100 мкс
15.	Імпульсна напруга	(0-10) В
16.	Крутизна	0,25 ма/ма вит
17.	Опір	від 0,005 Ом до 20 МОм
18.	Постійна напруга	від 50 мВ до 430 В
19.	Потужність	(0-50) Вт, (0-3) кВт, 0,5 кВт, (0,435-2,0) кВт, (40-70) кВт, (65-320) Вт

Кінець таблиці Б.1

1	2	3
20.	Потужність високочастотних сигналів	(100-200) Вт, (2-70) Вт, ≥200Вт
21.	Проміжні частоти	(40-1250) Гц, (0,25-10,55) мГц
22.	Робочий діапазон доплеровських частот	(-10 – +325) кГц
23.	Струм	від 1мкА до 70А
24.	Температура	-25 <sup>0</sup> С – +30 <sup>0</sup> С
25.	Тиск	(0,4-360) кг/см <sup>2</sup> , (12-360) кг/см <sup>2</sup> , (240-350) кгс/см <sup>2</sup> , (6-350) кг/см <sup>2</sup> , (0,4-350) кгс/см <sup>2</sup> , (0-370) кг/см <sup>2</sup> , (0,018-370) кгс/см <sup>2</sup> , 25кгс/см <sup>2</sup>
26.	Часовий інтервал	(0,2-2) мкс, 1мс-1500с, (0,57-0,59) мкс, (6-50) мс, (0,5-1) мк, 256 мкс, (20-76) мс, 5мс-45с, (0,15-120) с, (0,75-2) мкс, 1мс-30с, (37-80) мс, (0,2-120) с, (2,8-1500) с
27.	Частота	від 30Гц до 40МГц
28.	Частота вібрацій	(16-18)Гц, (400-700)Гц, (42-2)кГц, (1200-2000)Гц
29.	Частота Доплера	(300-600)Гц, 90кГц
30.	Частота імпульсних сигналів	(380-440)Гц, 5кГц, (1-5) МГц, (8-12)МГц
31.	Швидкість	(80-180)м/с

## ДОДАТОК В

### КРИТЕРІЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕСТОВОГО СИГНАЛУ ТА СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ НИМИ

Як видно з результатів дослідження, наведених у розділі 2, точність, кількість інформації та чутливість контролю визначаються матричними елементами операторів  $\frac{1}{\alpha} \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T$  і  $\tilde{\mathbf{R}}'_y = \frac{1}{\alpha} \tilde{\mathbf{R}}_y \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T$ , які являють собою відповідно оператори  $\tilde{\mathbf{R}}_y^{-1}$  і  $\tilde{\mathbf{R}}_y$ , спроектовані з простору  $q$  у підпростір  $z$ . Суттєвим є те, що ці оцінки є інваріантними, тобто не залежать від вибору ортонормованого базису в просторі  $q$  і підпросторі  $z$ . Саме це дозволяє вважати точність, кількість інформації та чутливість об'єктивними оцінками якості контролю, які не залежать від вибору початкової системи змінних  $q$  і  $z$ .

Викликає інтерес питання про існування інших інваріантних оцінок. Розглянемо з цією метою характеристичне рівняння для матриці  $\tilde{\mathbf{R}}'_y$ , тобто рівняння, яке визначає власні значення  $\lambda'_i$  цієї матриці:

$$\begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{R}}'_{y11} - \lambda & \tilde{\mathbf{R}}'_{y12} & \dots & \tilde{\mathbf{R}}'_{y1m} \\ \tilde{\mathbf{R}}'_{y21} & \tilde{\mathbf{R}}'_{y22} - \lambda & \dots & \tilde{\mathbf{R}}'_{y2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\mathbf{R}}'_{ym1} & \tilde{\mathbf{R}}'_{ym2} & \dots & \tilde{\mathbf{R}}'_{ymm} - \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Це рівняння є алгебраїчним рівнянням ступеня  $m$  відносно  $\lambda$  і його  $m$  коренів  $\lambda'_1 \dots \lambda'_m$ , які є власними значеннями матриці  $\tilde{\mathbf{R}}'_y$ . Детермінант матриці у вигляді полінома до ступеня  $\lambda$  запишемо так:

$$\lambda^m - J_{m-1} \lambda^{m-1} + \dots + (-1)^m J_0 = 0. \quad (\text{B.1})$$

Величини  $J_0, J_1, \dots, J_{m-1}$  розраховуються через елементи матриці  $\tilde{\mathbf{R}}'_{ij}$  так:

$$J_k = \sum_i \Delta_{12\dots k} ; k \neq 0,$$

де  $J_0 = \Delta_0$ ,  $\Delta_0$  – детермінант матриці  $\tilde{R}'_y$ :

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} \tilde{R}'_{y11} & \tilde{R}'_{y12} & \dots & \tilde{R}'_{y1m} \\ \tilde{R}'_{y21} & \tilde{R}'_{y22} & \dots & \tilde{R}'_{y2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{R}'_{ym1} & \tilde{R}'_{ym2} & \dots & \tilde{R}'_{ymm} \end{vmatrix}, \quad (B.2)$$

де  $\Delta_{12\dots k}$  – детермінант, який отримуємо з (B.2) шляхом викреслювання в ньому  $k$  стовпців і строк.

$$\text{Наприклад, } \Delta_{23\dots m} = \tilde{R}'_{y11}; \Delta_{34\dots m} = \begin{vmatrix} \tilde{R}_{11} & \tilde{R}_{12} \\ \tilde{R}_{21} & \tilde{R}_{22} \end{vmatrix}; \Delta_{14\dots m} = \begin{vmatrix} \tilde{R}_{22} & \tilde{R}_{23} \\ \tilde{R}_{32} & \tilde{R}_{33} \end{vmatrix}.$$

Якщо розкласти багаточлен у рівнянні (B.1) на множники, можна, з іншого боку, записати:

$$\lambda^m - J_{m-1}\lambda^{m-1} + \dots + (-1)^m J_0 = (\lambda - \lambda'_1)(\lambda - \lambda'_2)\dots(\lambda - \lambda'_m).$$

Порівняємо в цьому рівнянні коефіцієнти при однакових ступенях  $\lambda$ :

$$J_{m-1} = \sum_{i=1}^m \Delta_{i_1\dots i_{m-1}} = \sum_{i=1}^m \tilde{R}'_{ii} = \sum_{i=1}^m \lambda'_i;$$

$$J_{m-2} = \sum_{i=1}^m \Delta_{i_1\dots i_{m-2}} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^m \lambda'_i \lambda'_j;$$

$$J_0 = \Delta_0 = \lambda'_1 \lambda'_2 \dots \lambda'_m.$$

Оскільки власні значення матриці є інваріантами, то будуть інваріантами й вирази  $J_0, J_1, \dots, J_{m-1}$ , які складені з коефіцієнтів матриць  $\tilde{R}'_y$ . Ці  $m$  інваріантів є незалежними. Інших інваріантів, незалежних від них, з

коефіцієнтів матриці  $\tilde{\mathbf{R}}'_y$  скласти неможливо. Тоді, чутливість  $S'$  дорівнює

інваріанту  $J_{m-1}$  матриці  $\tilde{\mathbf{R}}'_y = \frac{1}{\alpha} \tilde{\mathbf{R}}_y \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T$ , точність – інваріанту  $J_{m-1}$  матриці

$\mathbf{H} = \frac{1}{\alpha} \tilde{\mathbf{R}}_y^{-1} \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T$ , а кількість інформації – логарифму інваріанта  $J_0$  матриці  $\mathbf{H}$ .

Власні значення матриці також є її незалежними інваріантами. Проте ці величини не є зручними оцінками, оскільки вони або зовсім не можуть бути алгебраїчно визначені через матричні елементи, або ці вирази є дуже громіздкими. Дійсно, щоб виразити  $\lambda_i$  через коефіцієнти матриці  $\mathbf{H}$  необхідно вирішити рівняння (В.1) ступеню  $m$ . При  $m > 4$  розв'язання такого рівняння не може бути отримане у вигляді алгебраїчного виразу, а при  $m = 2, 3, 4$  розв'язання може бути виражено через радикали 2-го, 3-го, 4-го ступенів.

Усі розглянуті вище оцінки  $J_0, J_1, \dots, J_{m-1}$  характеризують розміри апостеріорної області «невизначеності» параметрів  $z_i$ , оскільки усі вони залежать від власних чисел  $\lambda_i$ . Величини  $\lambda_i$  дорівнюють головним півосям еліпсоїду, який породжується відповідною матрицею, і область всередині цього еліпсоїду є областю апостеріорної «невизначеності» параметрів  $z_i$ . Самі величини  $J_0, J_1, \dots, J_{m-1}$  надають різні геометричні характеристики розмірів цього еліпсоїда. Так, величина  $J_{m-1}$  описує лінійні розміри еліпсоїда,  $J_{m-2}$  зв'язана з поверхневими розмірами, величина  $J_{m-k}$  пропорційна сумі «об'ємів» всіх еліпсоїдів  $k$ -го порядку, отриманих у головних перетинах початкового еліпсоїду. Отже, вищевикладене можна пояснити для випадку  $m = 3$ , тобто коли початковий еліпсоїд представляє фігуру в трьох взаємно перпендикулярних напрямках, величина  $J_2$  – пропорційна сумі площин його головних перетинів, а величина  $J_0$  пропорційна об'єму еліпсоїда.

Коли величини  $\lambda'_i$  є величинами одного порядку, тобто  $\lambda'_i = \alpha_i \lambda$ , де  $\alpha_i$  порядку одиниці, всі інваріанти будуть пропорційні відповідним ступеням  $\lambda: J_k \approx \lambda^{m-k}$ . При цьому розміри апостеріорної області можна

охарактеризувати будь-яким з інваріантів. Така ситуація виникає, якщо в результаті вимірювання похибки різних величин мають один порядок.

У загальному випадку, коли похибки будуть величинами різного порядку, ні одна з цих оцінок сама по собі не є повною характеристикою розмірів апостеріорної області «невідповідності» параметрів. Тільки вся їх сукупність  $J_0, J_1, \dots, J_{m-1}$  є такою повною характеристикою.

Коли похибки різних величин будуть одного порядку, то оцінки якості контролю за точністю, чутливістю і кількістю інформації практично еквівалентні. Якщо одна з величин визначена з дуже високою точністю, а інші – з досить низькою, то інформаційна оцінка дає нескінченно велику кількість інформації, тобто, контроль проведено дуже добре. Але сумарна точність контролю буде досить поганою. Така «конфліктна» ситуація може виникнути і при використанні інших інваріантних оцінок. Тому при виборі будь-якої одної з можливих оцінок контролю потрібно бути обережними. При застосуванні методів контролю, основаних на якійсь одній оцінці, необхідно перевірити їх на протиріччя.

Нехай еліпсоїд, який породжується матрицею  $H = \frac{1}{\alpha} \tilde{R}_y^{-1} \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T$ , є одним з головних перетинів еліпсоїда, який породжений матрицею  $\tilde{R}_y$ . Така ситуація може виникнути, якщо параметри  $z_i$ , які до контролю не були скориговані, залишаються не скоригованими й після контролю. У цьому випадку власні значення матриці  $H$ , які раніше позначалися  $1/\lambda_i$ , будуть дорівнювати зворотнім власним числам  $\lambda'_i$  матриці  $\tilde{R}'_y = \frac{1}{\alpha} \tilde{R}_y \left( \frac{1}{\alpha} \right)^T$ , тобто  $\lambda_i = \lambda'_i, i = \overline{1, m}$ .

Згідно з (2.35), (2.44) і (2.52), точність, чутливість і кількість інформації контролю можуть бути в цьому випадку виражені через  $\lambda_i$  наступним чином:

$$\varepsilon_{\min} = \sigma_{\xi}^2 \sum_{i=1}^m \frac{1}{\lambda_i}; \quad I = \frac{1}{2} \ln \prod_{i=1}^m \lambda_i + \text{const}; \quad S = \sum_{i=1}^m \lambda_i.$$

Зафіксуємо величину однієї з оцінок і з'ясуємо, в яких межах можуть змінюватися величини двох оцінок. До того ж врахуємо, що виконується умова  $\lambda_i > 0$ .

При фіксованій величині  $\varepsilon_{\min}$  ( $\varepsilon_{\min} = \varepsilon_0$ ) величина  $I$  буде мінімальна при  $\lambda_i = \lambda_0 = \frac{\sigma_\xi^2 m}{\varepsilon_0}$  і дорівнювати  $I_{\min} = \frac{m}{2} \ln \frac{m\sigma_\xi^2}{\varepsilon_0} + \text{const}$ . Максимальне значення величини  $I$  дорівнює при цій умові нескінченості:

$$\frac{m}{2} \ln \frac{m\sigma_\xi^2}{\varepsilon_0} + \text{const} \leq I \leq \infty. \quad (\text{B.3})$$

Мінімальне значення величини  $S$  буде дорівнювати  $S_{\min} = \sigma_\xi^2 m^2 / \varepsilon_0$ , а максимальне – нескінченості, отже:

$$\frac{\sigma_\xi^2 m^2}{\varepsilon_0} \leq S \leq \infty. \quad (\text{B.4})$$

Методика контролю, яка приводить до максимальної точності, тобто до мінімального значення  $\varepsilon_0$ , одночасно приводить згідно (B.3) і (B.4) до мінімальної нижньої границі для величин  $I$  і  $S$ . Така методика приводить до максимальної кількості інформації та максимальної чутливості в найменш сприятливій ситуації (з чутливості та кількості інформації).

При фіксованій величині кількості інформації  $I = I_0$  величина  $\varepsilon_{\min}$  буде мінімальна при  $\lambda_0 = \text{const} \cdot e^{\frac{2}{m} I}$  і дорівнює  $\varepsilon_{\min} = \frac{m\sigma_\xi^2}{\lambda_0} = \frac{m\sigma_\xi^2}{\text{const}} e^{-\frac{2}{m} I}$ , а максимальне значення величини  $\varepsilon_{\min}$  прагне до нескінченості:

$$\frac{m\sigma_\xi^2}{\text{const}} e^{-\frac{2}{m} I} \leq \varepsilon_{\min} \leq \infty. \quad (\text{B.5})$$

Аналогічно отримаємо, що величина чутливості знаходиться в межах:

$$m \cdot \text{const} \cdot e^{\frac{2}{m} I} \leq S \leq \infty. \quad (\text{B.6})$$

Як показують співвідношення (B.5) і (B.6), методика контролю, яка забезпечує максимальне значення величини  $I$ , призводить одночасно до мінімальної похибки в найбільш сприятливій ситуації та максимальної чутливості в найменш сприятливій ситуації.

Зафіксуємо чутливість  $S = S_0$ . Мінімальне значення похибки при цьому отримаємо при  $\lambda_i = \lambda_0 = S_0/m$  і воно дорівнює  $\varepsilon_{\min} = \sigma_{\xi}^2 m^2 / S_0$ ; а максимальна похибка  $\varepsilon_{\min}$  прагне до нескінченості:

$$\frac{\sigma_{\xi}^2 m^2}{S_0} \leq \varepsilon_{\min} \leq \infty. \quad (\text{B.7})$$

Мінімальне значення кількості інформації отримується, коли одне або декілька значень  $\lambda_i$  перетворяться в нуль  $I_{\min} = -\infty$ . Максимальне значення величини  $I$  дорівнює  $I_{\max} = \frac{m}{2} \ln \frac{S}{m}$ . Отже, величина  $I$  знаходиться в границях:

$$-\infty \leq I \leq \frac{m}{2} \ln \frac{S_0}{m}. \quad (\text{B.8})$$

Співвідношення (B.7) і (B.8) показують, що метод синтезу складного тестового сигналу, оснований на максимальній чутливості, одночасно буде призводити до мінімальної похибки і максимальної кількості інформації в найбільш сприятливій ситуації, тобто, коли величини  $\lambda_i$  будуть близькими одна до одної. Це пояснює зв'язок між методами синтезу вхідних складних тестових сигналів, оснований на різних показниках оптимізації.

## ДОДАТОК Г

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

## 1. Основні наукові результати.

1.1. Тимощук О.М., Дакі О.А., Коломієць О.М., Трофименко І.В. Критерій оптимальності процесу технічного обслуговування суднових комплексів. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. 2017. № 4(29). С. 132–136. DOI: <https://doi.org/10.30748/nitps.2017.29.18>.

1.2. Мусорин А.А., Трофименко І.В., Даки Е.А. Методы прогнозирования для определения технических параметров судового оборудования. *Новітні технології*. 2017. Вип. 1(3). С. 64–68.

1.3. Тимощук О.М., Коломієць О.М., Горбань А.В., Дакі О.А. Прикладні аспекти застосування пасивних радіотехнічних комплексів до вирішення задач контролю водних акваторій. *Новітні технології*. 2017. Вип. 2(4). С. 87–99.

1.4. Данік О.В., Дакі О.А., Коломієць О.М., Горбань А.В. Верифікація технології експертного визначення уступки між вартістю та ефективністю системи навігації та управління рухом. *Новітні технології*. 2018. Вип. 1(5). С. 29–42.

1.5. Дакі О.А., Тимощук О.М., Богом'я В.І. Методологія синтезу полігармонійних вимірювальних сигналів з нормованим спектром. *Новітні технології*. 2018. Вип. 3(7). С. 33–44. DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2018.3.07.05>.

1.6. Тимощук О.М., Дакі О.А., Коломієць О.М. Обґрунтування застосування сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану радіонавігаційних приладів засобів водного транспорту. *Новітні технології*. 2018. Вип. 2(6). С. 39–45. DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2018.2.06.05>.

1.7. Дакі О.А., Кривошей Ф.О., Панов С.Л. Розробка автомата контролю лінійних і нелінійних систем управління та навігації засобів водного

транспорту. *Наукоємні технології*. 2018. № 4(40). С. 458–464. DOI: <https://doi.org/10.18372/2310-5461.40.13272>.

1.8. Дакі О.А. Автоматичні прилади контролю параметрів систем управління та навігації засобів водного транспорту. *Новітні технології*. 2019. Вип. 1(8). С. 96–104. DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.1.08.12>.

1.9. Герасимов С.В., Яковлев М.Ю., Дакі О.А. Синтез полігармонійного вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикавання. *Вимірювальна техніка та метрологія*. 2018. № 79(2). С. 73–76. DOI: <https://doi.org/10.23939/istcmtm2018/02/073>.

1.10. Дакі О.А., Штрибець В.В., Трофименко А.О. Аналіз методів формування вимірювальних сигналів для контролю систем навігації та управління рухом засобів водного транспорту. *Наукоємні технології*. 2019. № 1(41). С. 88–94. DOI: <https://doi.org/10.18372/2310-5461.41.13534>.

1.11. Богом'я В.І., Дакі О.А. Аналіз методів синтезу вимірювальних сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту. *Збірник наукових праць ДУІТ. Серія «Транспортні системи і технології»*. 2019. Вип. 33. Т. 1. С. 96–106. DOI: <https://doi.org/10.32703/2617-9040-2018-33-1-9>.

1.12. Богом'я В.І., Дакі О.А., Тимощук О.М. Аналіз вимірювальних сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту. *Вчені записки Таврійського національного університету ім. В.І. Вернадського*. 2019. Т. 30 (69). № 3. Ч. 2. С. 137–142. DOI: <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2019.3-2/24>.

1.13. Пліта Л.Л., Шевченко А.П., Дакі О.А. Особливості організації процесу експлуатації засобів річкового та морського транспорту. *Новітні технології*. 2019. Вип. 3(10). С. 6–12. DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.3.10.01>.

1.14. Дакі О.А., Трофименко А.О. Принципи побудови автоматичних приладів для контролю параметрів систем управління та навігації засобів водного транспорту. *Інформаційна безпека та інформаційні технології: монографія / за заг. ред. В.С. Пономаренко*. Харків, 2019. С. 77–91.

1.15. Дакі О.А. Метод розрахунку функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. 2019. № 2 (154). С. 76–84. DOI: <https://doi.org/10.32620/aktt.2019.2.10>.

1.16. Тимощук О.М., Дакі О.А. Пропозиції щодо удосконалення методів оцінки ефективності системи контролю технічного стану радіотехнічних систем засобів водного транспорту. *Прикладна радіоелектроніка*. 2019. Вип. 18. № 3,4. С. 116–122.

1.17. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод оптимізації параметрів вимірювального полігармонійного сигналу з використанням функції Лагранжа. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля*. 2019. № 2 (250). С. 89–94.

1.18. O. Fomin, A. Lovska, O.Daki, V. Bohomia, O. Tymoshchuk, V. Tkachenko. Determining the dynamic loading on an open-top wagon with a two-pipe girder beam. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. Vol. 3, No.7 (99). P. 18–25. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.166329>.

1.19. Богом'я В.І., Тимощук О.М., Дакі О.А. Теоретичні основи синтезу вимірювальних сигналів для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету*. Вип. 9. Т. 1. DOI: <https://doi.org/10.31388/2220-8674-2019-1-16>.

1.20. Тимощук О.М., Дакі О.А. Метод синтезу вимірювального сигналу з будь-якою кількістю точок перемикавання. *Вісник Східноукраїнського Національного університету імені В. Даля*. 2019. № 3 (251). С.176–180.

1.21. Дакі О.А. Методи синтезу вимірювальних сигналів з нормованим спектром. *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. 2019. № 2 (90). С. 89–98. DOI: <https://doi.org/10.32620/reks.2019.2.08>.

1.22. Дакі О.А. Метод розрахунку критерію інформативності про технічний стан радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту.

*Системи управління, навігації та зв'язку*. 2019. № 2(54). С. 7–11. DOI: <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2019.2.007>.

1.23. Tymoshchuk O.M., Daki O.A., Bohomia V.I., Bukariev A.O. Passive doppler navigation system using measurements of ship-based millimeter-wave radiometer. *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*. 2019. Vol. 7. Issue 2. P. 89–103.

1.24. Дакі О.А. Метод динамічного програмування щодо синтезу вхідного вимірювального сигналу для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів. *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. 2019. № 3(155). С. 57–63. DOI: <https://doi.org/10.32620/aktt.2019.3.07>.

1.25. Дакі О.А., Асланов А.В., Билима Р.М., Дениченко А.А., Дехтяр В.В. Метод синтезу вимірювального сигналу для контролю технічного стану судових радіонавігаційних комплексів. *Новітні технології*. 2019. Вип. 2(9). С. 32–40. DOI: <https://doi.org/10.31180/2524-0102/2019.2.09.04>.

1.26. Дакі О.А. Метод розрахунку критерію чутливості контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. 2019. № 2(35). С. 184–189. DOI: <https://doi.org/10.30748/nitps.2019.35.24>.

1.27. Ганношина І.М., Дакі О.А. Метод автоматизації процесу визначення маршруту судна при плануванні переходу. *Системи обробки інформації*. 2019. № 2(157). С. 84–89. DOI: <https://doi.org/10.30748/soi.2019.157.11>.

1.28. O. Fomin, A. Lovska, O. Daki, V. Bohomia, O. Tymoshchuk, P. Prokopenko, The substantiation of the concept of creating containers with viscous-elastic connections in fitting. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2019. Vol. 14, No. 15. P. 2771–2776.

1.29. O. Daki, Nguen Van Huu, V. Pavlikov, A. Sobkolov, O. Tymoschuk, Imaging by aerospace radar systems with active aperture synthesis, *Telecommunications and Radio Engineering*, 2019. Vol. 78, No. 14. P. 1233–1247. DOI: <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v78.i14.20>.

## 2. Апробація наукових результатів

2.1. Дакі О.А. Методи прогнозування технічного стану параметрів суднового обладнання. *Стандартизація, сертифікація, метрологія та менеджмент*: тези доп. наук.-практ. конф. К.: ДП «УкрНДНЦ». 2016. С. 17. (Київ, 25-29 квітня 2016 р.).

2.2. Герасимов С.В., Дакі О.А. Вимоги до генераторів сигналів для контролю технічного стану радіоелектронного обладнання. *Проблеми інформатизації*: тези доп. X-ої міжнар. наук.-техн. конф. К.: ДУТ. 2018. С. 134. (Київ, 12-13 квітня 2018 р.).

2.3. Данік О.В., Дакі О.А., Коломієць О.М. Верифікація технології експертного визначення уступки між вартістю та ефективністю. *Інноваційні аерокосмічні технології в екологічному моніторингу*: тези доп. наук.-техн. конф. К.: ДЕА. 2018. С. 59–60. (Київ, 24-25 квітня 2018 р.).

2.4. Герасимов С.В., Дакі О.А. Калібратори полігармонічних сигналів для контролю технічного стану радіотехнічних систем. *Теорія та практика створення, розвитку і застосування високотехнологічних систем спеціального призначення з урахуванням досвіду антитерористичної операції*: тези доп. XXII Всеукраїн. наук.-практ. конф. Житомир: ЖВІ. 2018. С. 124–125. (Житомир, 26-27 квітня 2018 р.).

2.5. Тимошук О.М., Дакі О.А. Автоматичні прилади контролю систем управління та навігації засобів руху. *Новітні технології – для захисту повітряного простору*: тези доп. 15-ої міжнар. наук. конф. Харківського національного університету Повітряних Сил. Х.: ХНУПС. 2019. С. 316. (Харків, 10-11 квітня 2019).

2.6. Дакі О.А. Підхід до розрахунку функції розподілу параметрів контролю систем навігації та управління засобів водного транспорту. *Сучасні напрями розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та засобів управління*: матер. 9-ої міжнар. наук.-техн. конф. Баку, Харків, Жиліна. 2019. С. 20. (Харків, 11-12 квітня 2019 р.).

2.7. Дакі О.А., Трофименко А.О. Обґрунтування принципів побудови автоматичних приладів для контролю параметрів систем управління та

навігації засобів водного транспорту. *Інформаційна безпека та інформаційні технології*: тези доп. міжнар. наук.-практ. конф. Х.: ХНЕУ, ЦУНТУ. 2019. С. 5. (Харків, 24-25 квітня 2019 р.).

2.8. Тимощук Е.Н., Даки Е.А. Постановка задачі обоснования критериев синтеза измерительных сигналов для контроля радионавигационных комплексов управления движением средств водного транспорта. *Проблемы водного транспорта (Water transport problems; Azərbaycan Xəzər Dəniz Gəmiçiliyi)*: програм. XIV междунар. науч.-техн. конф. Вакі. 2019. С. 14. (Баку, 2-3 травня 2019).

2.9. Даки О.А. Теоретичні основи синтезу оптимальних вимірювальних сигналів для оцінювання точності вимірювань параметрів руху засобів водного транспорту. *Водний транспорт: сучасний стан та перспективи розвитку*: тези доп. міжнар. наук.-практ. конф. Київ: ДУІТ. 2019. С. 380–381. (Київ, 16-17 травня 2019 р.).

2.10. Тимощук О.М., Даки О.А. Критерії синтезу вимірювальних сигналів для контролю радіонавігаційних комплексів управління рухом. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ*: тези доп. міжнар. наук.-техн. конф. Львів: НАСВ. 2019. С. 269. (Львів, 16-17 травня 2019 р.).

2.11. Iasechko M., Atamanenko I., Daki O., Martynov I., Samsonov Yu., Mudryk V. The Use of the Solid-State Plasma-based Material for the Protection of Radio-electronic Means of Laser Emission. *Measurement Uncertainty: Scientific, Normative, Applied and Methodical Aspects. XVI Scientific Workshop UM\*2019 CAOL\*2019, September 6-8 SOZOPOL, BULGARIA.* – P. 614.

### 3. Додаткові публікації

3.1. НДР «Розробка комплексного показника якості пасажирських круїзних суден змішаного плавання в системі безпересадкових круїзних перевезень між портами Дніпра, Чорного моря та Дунаю» (номер держреєстрації 0116U03946).