

Міністерство освіти і науки України  
**ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІНФРАСТРУКТУРИ ТА ТЕХНОЛОГІЙ**  
Київський інститут водного транспорту ім. Петра Конашевича-Сагайдачного

**ФАКУЛЬТЕТ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ  
НА ВОДНОМУ ТРАНСПОРТІ**

**«СХВАЛЕНО»**

на засіданні приймальної комісії ДУІТ

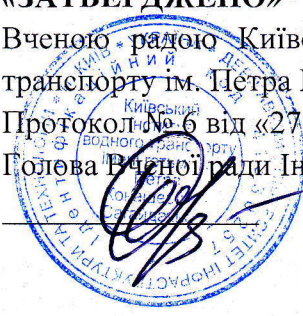
Протокол № 1 від 11 лютого 2021 р.  
В.о. ректора ДУІТ  Н.С. Брайковська



**«ЗАТВЕРДЖЕНО»**

Вченою радою Київського інституту водного транспорту ім. Петра Конашевича-Сагайдачного  
Протокол № 6 від «27» січня 2021 р.

Голова Вченої ради Інституту  
 О.М. Тимошук



## **ПРОГРАМА**

**вступного фахового випробування на навчання для здобуття  
рівня вищої освіти – першого (бакалаврського)  
зі спеціальності 113 «Прикладна математика»  
за освітньо-професійною програмою  
«Моделювання логістичних систем»  
на базі освітньо-кваліфікаційного рівня  
«МОЛОДШИЙ СПЕЦІАЛІСТ»**

Київ - 2021

**ЗМІСТ**

1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ.....	3
2. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ.....	3
3. ПРОГРАМИ ДИСЦИПЛІН.....	4
3.1 ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ «ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ».....	4
3.2 ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ» .....	6
3.3 ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА».....	9
4. ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ.....	12
4.1 ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ».....	12
4.2 ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ».....	13
4.3 ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА».....	14
5. ПРИКЛАДИ ЗАДАЧ.....	16
6. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....	21

## 1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Відповідно до Правил прийому до Державного університету інфраструктури та технологій Університет здійснює підготовку за рівнем вищої освіти – першим (бакалаврським) за освітньо-професійними програмами зі скороченим терміном навчання осіб, які здобули освітньо-кваліфікаційний рівень «молодший спеціаліст».

Програма фахових випробувань зі спеціальності 113 «Прикладна математика» (далі – Програма) є нормативним документом Державного університету інфраструктури та технологій, який розроблено кафедрою Вищої та прикладної математики на основі освітньо-професійної програми підготовки молодшого спеціаліста галузей знань 0403 «Системні науки та кібернетика», 0501 «Інформатика та обчислювальна техніка», 0402 «Фізико-математичні науки», 0701 «Транспорт і транспортна інфраструктура» та галузі знань 11 «Математика та статистика», 12 «Інформаційні технології» спеціальностей 111 «Математика», 112 «Статистика», 113 «Прикладна математика», 121 «Інженерія програмного забезпечення», 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології», 123 «Комп'ютерна інженерія», 124 «Системний аналіз», 275 «Транспортні технології (за видами)».

Програму розроблено з урахуванням рекомендацій Міністерства освіти і науки України та згідно Правил прийому на навчання до Державного університету інфраструктури та технологій.

Державний університет інфраструктури та технологій приймає на перший (зі скороченим терміном навчання) або третій курс (з нормативним терміном навчання на вакантні місця) осіб, які здобули освітньо-кваліфікаційний рівень молодшого спеціаліста, на визначену кількість місць для здобуття ступеня бакалавра.

Зарахування до Університету здійснюється за результатами вступного випробування в межах ліцензійного обсягу.

Вступники складають письмове вступне випробування з фаху, результати якого оцінюються за «двохсот бальною» шкалою.

Програма випробування включає три теоретичних питання та дві задачі з таких дисциплін:

«Лінійна алгебра та аналітична геометрія»;

«Математичний аналіз»;

«Теорія ймовірності та математична статистика».

## 2. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Відповіді оцінюються за «двісті бальною» шкалою (від 100 до 200).

Шкала оцінювання починається від 100 балів. За вірну відповідь абітурієнт отримує:

Завдання	Максимальна кількість балів
Теоретичні питання з дисциплін:	
Лінійна алгебра та аналітична геометрія, математичний аналіз, теорія ймовірності і математична статистика	3*20
Задачі	2*20
Разом	200

Мінімальний прохідний бал – 140 балів. Якщо абітурієнт здав вступне письмове випробування на 100-139 балів, він (вона) не рекомендується до навчання.

### 3. ПРОГРАМИ ДИСЦИПЛІН

#### 3.1 ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ «ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ»

##### Тема 1: Визначники.

Визначники другого та третього порядку. Визначники  $n$ -го порядку та їх властивості. Мінори та алгебраїчні доповнення елементів матриці. Розклад визначників за елементами рядка або стовпця.

##### Тема 2: Матриці та операції над ними.

Поняття матриці. Види матриць. Дії з матрицями. Властивості операції над матрицями. Поняття одиничної та оберненої матриці. Алгоритм обчислення оберненої матриці.

##### Тема 3: Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Класифікація систем алгебраїчних лінійних рівнянь. Ранг матриці. Критерій сумісності та визначеності. Метод Гауса, метод Крамера та матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь. Однорідні системи лінійних рівнянь.

##### Тема 4: Поняття вектора на площині та в просторі.

Поняття вектора на площині та в просторі. Поняття векторного простору. Лінійні операції над векторами. Декартова система координат.

##### Тема 5: Добутки векторів.

Скалярний, векторний та мішаний добуток векторів, їх властивості та застосування. Умови перпендикулярності, колінеарності та компланарності векторів.

##### Тема 6: Прямокутна декартова система координат на площині.

Перетворення прямокутних координат на площині в просторі. Полярна система координат, зв'язок між полярними та декартовими координатами

точки. Циліндричні та сферичні координати точки з декартовими координатами.

#### **Тема 7: Пряма на площині.**

Різні типи рівнянь прямої в  $\mathbb{R}^2$ . Рівняння пучка прямих. Відхилення та відстань точки від прямої. Кут між прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих на площині.

#### **Тема 8: Лінії другого порядку.**

Коло, еліпс, гіпербола і парабола, їх означення, вивід канонічних рівнянь та дослідження форми. Ексцентриситет. Директриси. Полярні рівняння еліпса, гіперболи, параболи. Зведення загального рівняння кривої другого порядку на площині до канонічного виду.

#### **Тема 9: Площина**

Різні типи рівнянь площини. Рівняння пучка площин. Дослідження неповного рівняння площини. Відхилення та відстань точки від площини. Кут між площинами. Умови паралельності та перпендикулярності площин.

#### **Тема 10: Поняття прямої у просторі.**

Поняття прямої у просторі. Пряма як перетин двох площин. Кут між двома прямими у просторі, умова паралельності та перпендикулярності, умова перетину двох прямих. Мимобіжні прямі. Кут між прямою і площиною у просторі, умови паралельності та перпендикулярності.

#### **Тема 11: Поверхні другого порядку.**

Канонічне рівняння еліпсоїда, гіперболоїдів, еліптичного конуса, параболоїдів, циліндрів другого порядку та дослідження їх форми. Поняття про спрощення загального рівняння поверхні другого порядку.

#### **Тема 12: Поняття лінійного та евклідового простору.**

Поняття лінійного та евклідового простору. Лінійний оператор та його матриця. Перетворення лінійного оператора. Добуток операторів. Обернений оператор.

#### **Тема 13: Власні значення та власні вектори лінійних операторів.**

Власні значення та власні вектори лінійних операторів. Лінійні та квадратичні форми.

#### **Тема 14: Поняття тензора та інваріанта.**

Означення тензора та інваріанта. Тензорні позначення. Просторові матриці. Алгебраїчні операції з тензорами. Тензори в евклідовому просторі. Поле-вектори та зовнішні форми.

### **3.2 ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ»**

#### **Тема 1. Функції та їх основні властивості. Елементарні функції.**

Поняття функції. Область визначення і область значень функції. Способи задання функції. Функції, які використовуються в економічних дослідженнях. Основні властивості функцій. Обернена і складена функції. Основні елементарні функції.

#### **Тема 2. Границя послідовності.**

Числові послідовності та способи їх задання. Деякі види числових послідовностей (обмежені, монотонні). Поняття границі послідовності. Збіжні і розбіжні послідовності. Основні теореми про границі послідовностей. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності.

#### **Тема 3. Границя функції.**

Поняття границі функції в точці. Односторонні границі функції. Основні теореми про границі. Розкриття невизначеностей. Важливі границі. Задача про безперервне нарахування відсотків.

#### **Тема 4. Неперервність функції.**

Поняття неперервної функції в точці та на проміжку. Різні означення неперервної функції. Основні теореми про неперервні функції. Неперервність основних елементарних функцій. Точки розриву функцій та їх класифікація.

#### **Тема 5. Похідна функції.**

Поняття похідної функції. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної. Зв'язок між неперервністю та диференційованістю функції. Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій. Таблиця похідних. Похідна складної, оберненої, неявної функцій і функції заданої параметрично. Похідні вищих порядків. Застосування похідної.

#### **Тема 6. Диференціал функції.**

Поняття диференціала функції. Правила знаходження диференціала. Зв'язок диференціала з похідною. Диференціал складної функції. Інваріантність форми диференціала. Застосування диференціала для наближених обчислень. Обчислення похибки. Диференціали вищих порядків.

#### **Тема 7. Основні теореми диференціального числення.**

Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Розкриття невизначеностей при пошуку границь. Правило Лопіталя-Бернуллі.

#### **Тема 8. Дослідження функції та побудова її графіка.**

Зростання і спадання функції. Точки екстремуму і екстремуми функції. Опуклість вгору і вниз функції. Точки перегину. Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.

### **Тема 9. Поняття функції багатьох змінних**

Поняття  $n$ -вимірного евклідового простору. Класифікація точок і множин  $n$ -вимірного евклідового простору (граничні, межові та внутрішні точки, замкнені та відкриті множини). Поняття функції багатьох змінних. Границя і неперервність функції двох змінних. Графічне зображення функції двох змінних.

### **Тема 10. Диференціальне числення функції двох змінних.**

Частинний та повний природи функції. Частинні похідні функції. Геометричний зміст частинних похідних. Диференціал. Диференційованість функції двох змінних. Похідна за напрямом. Градієнт.

### **Тема 11. Екстремуми функції двох змінних.**

Екстремуми функції двох змінних. Необхідна і достатня умови екстремуму функції. Найбільше та найменше значення функції двох змінних у замкненій області.

### **Тема 12. Первісна і невизначений інтеграл. Методи інтегрування.**

Поняття первісної функції і невизначеного інтеграла. Властивості невизначеного інтеграла. Інтеграли від основних елементарних функцій. Таблиця невизначених інтегралів. Зв'язок з таблицею похідних функцій. Методи інтегрування. (безпосереднє інтегрування, інтегрування заміною змінної, інтегрування за частинами).

### **Тема 13. Інтегрування основних класів функцій.**

Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування деяких класів функцій, що містять ірраціональності. Підстановки Ейлера. Інтеграл, які не виражаються через елементарні функції.

### **Тема 14. Визначений інтеграл.**

Формула Ньютона–Лейбніця. Методи обчислення визначених інтегралів. Задача про обчислення площі криволінійної трапеції. Інтегральні суми. Поняття визначеного інтеграла Рімана. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Ознаки інтегрованості. Властивості визначеного інтеграла. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона—Лейбніця. Методи обчислення визначених інтегралів (інтегрування заміною змінної, інтегрування за частинами).

### **Тема 15. Застосування визначеного інтеграла.**

Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур, обчислення довжини лінії, обчислення об'ємів та площ поверхонь тіл обертання. Економічний зміст визначеного інтеграла.

### **Тема 16. Наближені обчислення визначеного інтеграла.**

Найпростіші методи наближеного обчислення визначених інтегралів. Метод трапецій. Формула Сімпсона.

**Тема 17. Невласні інтеграли. Інтеграл Ейлера—Пуассона.**

Невласні інтеграли з нескінченними межами інтегрування. Невласні інтеграли від необмежених функцій. Інтеграл Ейлера—Пуассона.

**Тема 18. Поняття подвійного інтеграла.**

Поняття подвійного та повторного інтегралів. Зведення подвійного інтеграла до повторного.

**Тема 19. Поняття потрійного інтеграла.**

Поняття потрійного інтегралів. Застосування потрійного інтеграла до обчислення об'єму та маси тіла, знаходження координат центра мас.

**Тема 20. Криволінійні інтеграли.**

Криволінійні інтеграли першого роду (по довжині дуги). Криволінійні інтеграли другого роду (по координатам). Застосування криволінійних інтегралів.

**Тема 21. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь.**

Теорема про існування та єдиність розв'язку. Поняття диференціального рівняння. Загальний і частинний розв'язок диференціального рівняння. Задача Коші. Теорема про існування та єдиність розв'язку диференціального рівняння. Використання диференціальних рівнянь.

**Тема 22. Основні види диференціальних рівнянь першого порядку.**

Звичайні диференціальні рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні та лінійні диференціальні рівняння першого порядку.

**Тема 23. Диференціальні рівняння другого порядку.**

Диференціальні рівняння другого порядку. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Системи диференціальних рівнянь.

**Тема 24. Поняття числового ряду. Збіжні та розбіжні числові ряди. Властивості збіжних рядів.**

Поняття числового ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Геометрична прогресія і гармонічний ряд. Необхідна умова збіжності числового ряду. Властивості збіжних рядів.

**Тема 25. Знакододатні ряди.**

Поняття знакододатного ряду. Ознаки збіжності знакододатних рядів (ознака порівняння, гранична ознака порівняння, ознака Д'Аламбера, ознака Коші, інтегральна ознака Коші).

### **Тема 26. Знакозмінні ряди.**

Знакозмінні та знакопочережні ряди. Ознака збіжності знакопочережного ряду (теорема Лейбніця). Абсолютно та умовно збіжні ряди. Їх властивості.

### **Тема 27. Функціональні і степеневі ряди.**

Поняття функціонального ряду. Область збіжності функціонального ряду. Поняття степеневого ряду. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Властивості степеневих рядів. Розклад функції у степеневі ряди. Ряди Маклорена та Тейлора.

## **3.3 ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА»**

### **Тема 1. Основні поняття і теореми теорії ймовірностей.**

Події і простір елементарних подій; операції над елементарними подіями; елементи комбінаторики: перестановки, розміщення, комбінації; класичне, статистичне і геометричне визначення ймовірності. Залежні та незалежні події. Сумісні та несумісні події. Теореми додавання і множення ймовірностей: сума подій і теорема додавання ймовірностей; умовна ймовірність і теорема множення ймовірностей; ймовірність протилежної події; ймовірність появи хоча б однієї події.

### **Тема 2. Формула повної ймовірності. Формули Байеса.**

Поняття умовної ймовірності. Обчислення умовних ймовірностей. Гіпотези. Формула повної ймовірності. Формули Байеса. Застосування формули повної ймовірності та формули Байеса.

### **Тема 3. Послідовність незалежних випробувань. Схема Бернуллі.**

Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Локальна теорема Пуассона. Поняття про закон великих чисел.

### **Тема 4. Випадкові величини. Дискретні випадкові величини.**

Поняття випадкової величини. Дискретні та неперервні випадкові величини. Способи задання дискретних випадкових величин. Функція розподілу дискретної випадкової величини. Деякі основні закони розподілу випадкових величин: розподіл Пуассона, геометричний розподіл, гіпергеометричний розподіл.

### **Тема 5. Неперервні випадкові величини. Деякі основні закони розподілу випадкових величин.**

Неперервні випадкові величини та способи їх задання. Функція розподілу та щільність розподілу неперервної випадкової величини. Деякі

основні закони розподілу неперервних випадкових величин: рівномірний розподіл та його властивості, нормальний розподіл та його властивості і роль.

**Тема 6. Числові характеристики дискретної та неперервної випадкової величини.**

Числові характеристики дискретної випадкової величини: математичне сподівання, дисперсія і середнє квадратичне відхилення; властивості числових характеристик дискретної випадкової величини; початкові і центральні моменти дискретної випадкової величини; асиметрія і ексцес дискретної випадкової величини. Числові характеристики неперервної випадкової величини та їх властивості.

**Тема 7 Основні види розподілів випадкових величин.**

Біномний, геометричний розподіли дискретної випадкової величини; рівномірний, нормальний, експонентний розподіли неперервної випадкової величини.

**Тема 8. Багатовимірні випадкові величини. Функції від випадкових величин.**

Система двох випадкових величин, її закон розподілу та числові характеристики складових; кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції та його властивості; умовні закони розподілу системи двох випадкових величин; функція розподілу ймовірностей системи двох випадкових величин та її властивості; густина (щільність) розподілу ймовірностей системи двох неперервних випадкових величин та її властивості; умовні закони розподілу ймовірностей складових системи двох неперервних випадкових величин; стохастична залежність між випадковими величинами; поняття функції випадкової величини; закон розподілу та числові характеристики функції випадкового аргументу.

**Тема 9. Закон великих чисел і центральна гранична теорема**

Поняття про закон великих чисел і центральну граничну теорему; теорема Чебишева і стійкість середніх; теорема Бернуллі і стійкість відносних частот; центральна гранична теорема.

**Тема 10. Предмет і задачі математичної статистики, основні поняття і означення.**

Первинна обробка емпіричних даних. Поняття генеральної сукупності та вибірки. Варіаційний ряд. Поняття статистичної сукупності. Полігон частот і відносних частот. Гістограма. Емпірична функція розподілу.

Числові характеристики варіаційного ряду: середні значення варіаційного ряду, мода, медіана, стандартне відхилення.

### **Тема 11. Статистичні точкові оцінки параметрів розподілу випадкової величини**

Визначення точкової оцінки параметрів; точкова оцінка математичного сподівання; точкова оцінка дисперсії; метод моментів оцінювання параметрів розподілу; метод максимальної правдоподібності оцінювання параметрів розподілу.

### **Тема 12. Інтервальне оцінювання параметрів розподілу випадкової величини**

Розподіли точкових оцінок параметрів нормально розподіленої випадкової величини; інтервальні оцінки математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини; інтервальні оцінки дисперсії нормально розподіленої випадкової величини.

### **Тема 13. Статистична перевірка гіпотез (статистичні критерії)**

Поняття статистичної гіпотези. Нульова та конкуруюча гіпотези. Помилки першого та другого роду. Статистичний критерій перевірки статистичної гіпотези.

Критичні області та їх види. Алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Перевірка конкретних статистичних гіпотез: гіпотеза про середнє значення нормального розподілу при відомому  $\sigma$ ; гіпотеза про середнє значення нормального розподілу при невідомому  $\sigma$ ; гіпотеза про дисперсію нормального розподілу; гіпотеза про рівність двох середніх значень; гіпотеза про рівність двох дисперсій; Гіпотеза про нормальний розподіл генеральної сукупності.

### **Тема 14. Визначення наявності та щільності взаємозв'язків між показниками.**

Визначення наявності та щільності взаємозв'язків між показниками. Лінійні та нелінійні взаємозв'язки. Лінійний коефіцієнт кореляції, обчислення та властивості. Кореляційне відношення.

### **Тема 15. Елементи регресійного аналізу**

Способи задання та числові характеристики багатовимірної вибірки. Регресійні моделі. Лінія регресії. Лінійна вибіркова регресійна модель та розрахунок її параметрів. Перевірка лінійної вибіркової регресійної моделі на адекватність. Узагальнена лінійна регресійна модель та її параметри. Перевірка на адекватність узагальненої лінійної регресійної моделі. Гіпотеза про статистичну значимість параметрів узагальненої лінійної регресійної моделі. Поняття про нелінійні регресійні моделі.

### **Тема 16. Елементи дисперсійного аналізу .**

Однофакторний дисперсійний аналіз для зв'язних вибірок.  
Двофакторний дисперсійний аналіз для незв'язних вибірок. Двофакторний  
дисперсійний аналіз для зв'язних вибірок.

#### 4. ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ

##### 4.1 ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ»

1. Визначники другого та третього порядку. Визначники  $n$ -го порядку та їх властивості.
2. Мінори та алгебраїчні доповнення елементів матриці. Розклад визначників за елементами рядка або стовпця.
3. Поняття матриці. Види матриць. Дії з матрицями. Властивості операції над матрицями.
4. Поняття одиничної та оберненої матриці. Алгоритм обчислення оберненої матриці.
5. Класифікація систем алгебраїчних лінійних рівнянь.
6. Ранг матриці.
7. Метод Гауса розв'язання систем лінійних рівнянь.
8. Метод Крамера розв'язання систем лінійних рівнянь
9. Матричний метод розв'язання систем лінійних рівнянь.
10. Однорідні системи лінійних рівнянь.
11. Поняття вектора на площині та в просторі.
12. Лінійні операції над векторами.
13. Скалярний добуток векторів та його властивості.
14. Векторний добуток векторів та його властивості.
15. Мішаний добуток векторів та його властивості.
16. Умови перпендикулярності, колінеарності та компланарності векторів.
17. Різні типи рівнянь прямої на площині.
18. Рівняння пучка прямих. Відхилення та відстань точки від прямої.
19. Кут між прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих на площині.
20. Канонічні рівняння кола, еліпса.
21. Гіпербола і парабола, їх означення, канонічні рівнянь.
22. Різні типи рівнянь площини.
23. Рівняння пучка площин. Відхилення та відстань точки від площини.
24. Кут між площинами. Умови паралельності та перпендикулярності площин.
25. Поняття прямої у просторі. Пряма як перетин двох площин.
26. Кут між двома прямими у просторі, умова паралельності та перпендикулярності, умова перетину двох прямих. Мимобіжні прямі.

27. Кут між прямою і площиною у просторі, умови паралельності та перпендикулярності.
28. Канонічне рівняння еліпсоїда.
29. Канонічне рівняння гіперболоїда.
30. Канонічне рівняння параболоїда

## 4.2 ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ

### З ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ»

1. Функція. Область визначення і область значень функції. Способи задання функції. Основні елементарні функції.
2. Границя послідовності. Основні теореми про границі послідовностей.
3. Границя функції в точці. Основні теореми про границі. Розкриття невизначеностей. Важливі границі.
4. Неперервність основних елементарних функцій. Точки розриву функцій та їх класифікація.
5. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної.
6. Правила диференціювання. Похідні вищих порядків. Застосування похідної.
7. Зростання і спадання функції. Точки екстремуму і екстремуми функції.
8. Опуклість і вгнутість функції. Точки перегину.
9. Асимптоти графіка функції.
10. Функції багатьох змінних. Границя і неперервність функції двох змінних.
11. Частинні похідні функції. Геометричний зміст частинних похідних.
12. Похідна за напрямом. Градієнт.
13. Екстремуми функції двох змінних. Необхідна і достатня умови екстремуму функції.
14. Найбільше та найменше значення функції двох змінних у замкненій області.
15. Поняття первісної функції і невизначеного інтеграла. Властивості невизначеного інтеграла.
16. Методи інтегрування. (безпосереднє інтегрування, інтегрування заміною змінної, інтегрування за частинами).
17. Інтегрування раціональних функцій.
18. Інтегрування тригонометричних функцій.
19. Формула Ньютона–Лейбніца. Методи обчислення визначених інтегралів.
20. Задача про обчислення площі криволінійної трапеції. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Властивості визначеного інтеграла.

21. Поняття диференціального рівняння. Загальний і частинний розв'язок диференціального рівняння. Задача Коші.
22. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку.
23. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.
24. Однорідні та лінійні диференціальні рівняння першого порядку.
25. Диференціальні рівняння другого порядку.
26. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.
27. Системи диференціальних рівнянь.
28. Поняття числового ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Геометрична прогресія і гармонічний ряд. Необхідна умова збіжності числового ряду. Властивості збіжних рядів.
29. Поняття знакододатного ряду. Ознаки збіжності знакододатних рядів (ознака порівняння, гранична ознака порівняння, ознака Д'Аламбера, ознака Коші, інтегральна ознака Коші).
30. Знакозмінні та знакопозначені ряди. Ознака збіжності знакопозначеного ряду (теорема Лейбніца). Абсолютно та умовно збіжні ряди. Їх властивості.

#### **4.3 ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА»**

1. Події і простір елементарних подій. Операції над елементарними подіями.
2. Елементи комбінаторики: перестановки, розміщення, комбінації.
3. Класичне, статистичне і геометричне визначення ймовірності.
4. Теореми додавання і множення ймовірностей: сума подій і теорема додавання ймовірностей; умовна ймовірність і теорема множення ймовірностей.
5. Ймовірність протилежної події; ймовірність появи хоча б однієї події.
6. Поняття умовної ймовірності. Обчислення умовних ймовірностей.
7. Гіпотези. Формула повної ймовірності. Формула Байеса.
8. Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі.
9. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа.
10. Локальна теорема Пуассона.
11. Поняття випадкової величини. Дискретні та неперервні випадкові величини. Способи задання дискретних випадкових величин.
12. Функція розподілу дискретної випадкової величини.

13. Неперервні випадкові величини та способи їх задання.
14. Функція розподілу та щільність розподілу неперервної випадкової величини.
15. Числові характеристики дискретної випадкової величини: математичне сподівання, дисперсія і середнє квадратичне відхилення та їх властивості.
16. Числові характеристики неперервної випадкової величини та їх властивості.
17. Система двох випадкових величин, її закон розподілу та числові характеристики складових; кореляційний момент.
18. Коефіцієнт кореляції та його властивості; умовні закони розподілу системи двох випадкових величин; функція розподілу ймовірностей системи двох випадкових величин та її властивості.
19. Густина (щільність) розподілу ймовірностей системи двох неперервних випадкових величин та її властивості.
20. Первинна обробка емпіричних даних.
21. Поняття генеральної сукупності та вибірки.
22. Варіаційний ряд. Поняття статистичної сукупності.
23. Полігон частот і відносних частот. Гістограма.
24. Емпірична функція розподілу.
25. Числові характеристики варіаційного ряду: середні значення варіаційного ряду, мода, медіана, стандартне відхилення.
26. Поняття статистичної гіпотези.
27. Лінійний коефіцієнт кореляції, обчислення та властивості.
28. Способи задання та числові характеристики багатовимірної вибірки.
29. Регресійні моделі.
30. Лінія регресії.

## 5. ПРИКЛАДИ ЗАДАЧ

1. Знайти матрицю  $3A - 2B$ , якщо  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ .

2. Для матриць  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  знайти  $AB + 3C$ .

3. Знайти добуток  $AB$  та  $BA$  матриць  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}$ .

4. Знайти многочлен  $P(A)$ , якщо  $P(x) = x^2 - 3x + 5$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ .

5. Обчислити визначники

1)  $\begin{vmatrix} 1 + \sqrt{2} & 2 - \sqrt{3} \\ 2 + \sqrt{3} & 1 - \sqrt{2} \end{vmatrix}$

2)  $\begin{vmatrix} x - 1 & 1 \\ x^3 & x^2 + x + 1 \end{vmatrix}$

3)  $\begin{vmatrix} 1 & \ln 10 \\ \lg e & 1 \end{vmatrix}$

6. Знайти матрицю, обернену до матриці  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 10 \\ 15 & 6 & 20 \end{pmatrix}$ .

7. Розв'язати систему рівнянь методом Гауса, методом Крамера, матричним методом

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4. \end{cases}$$

8. Дано трикутник  $ABC$ :  $A(4; 0; -2)$ ,  $B(-2; -6; 4)$ ,  $C(4; 3; 2)$ . Знайти кут між стороною  $AB$  та медіаною  $CD$ .

9. Обчислити площу трикутника  $ABC$ , якщо  $A(-1; 0; 2)$ ,  $B(1; -2; 5)$ ,  $C(3; 0; 4)$ . Скласти рівняння висоти, проведеної до  $AB$ . Знайти довжину цієї висоти.

10. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку перетину прямих  $2x - 3y + 5 = 0$  і  $3x + y - 7 = 0$  та паралельна прямій  $y = 4x + 1$ .

11. Дано трикутник із вершинами  $A(1; -2)$ ,  $B(5; 4)$ ,  $C(-2; 0)$ . Скласти

рівняння медіани  $CM$  та висоти  $BN$  трикутника. Знайти довжину висоти  $BN$ .

12. Обчислити об'єм трикутної піраміди з вершинами в точках  $A(3; -2; 5)$ ,  $B(1; 3; 1)$ ,  $C(-1; -1; 3)$ ,  $D(4; 3; 4)$ . Знайти відстань від точки  $D$  до грані  $ABC$ .

13. Чи компланарні вектори  $\vec{a} = (1; 4; 6)$ ,  $\vec{b} = (1; -1; 1)$ ,  $\vec{c} = (1; 1; 3)$ .

14. Чи колінеарні вектори  $\vec{a} = (1; 4; 6)$  і  $\vec{c} = (1; 1; 3)$ ?

15. При якому значенні  $m$  вектори  $\vec{a} = (1; m; 6)$  і  $\vec{b} = (1; -1; 1)$  перпендикулярні?

16. Скласти рівняння прямої, що проходить через точку  $M(3; -1)$  та

1) має вектор нормалі  $\vec{n} = (2; 5)$

2) має напрямний вектор  $\vec{a} = (1; -3)$

3) проходить через точку  $P(4; -2)$

4) має кутовий коефіцієнт  $k = \frac{5}{2}$

5) відтинає на осі абсцис відрізок  $a = -3$

6) відтинає на осях координат однакові відрізки

17. Скласти рівняння площини, що проходить через точки  $A(1; -2; 2)$  та  $B(2; 0; 1)$  паралельно вектору  $\vec{a} = (3; -1; 4)$

18. Скласти канонічне рівняння прямої  $\begin{cases} x - 2y + 3z + 1 = 0, \\ 2x + y - 4z - 8 = 0. \end{cases}$

19. Знайти кут між прямою  $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{1}$  та площиною  $x + y + z - 2 = 0$  та координати точки перетину.

20. Скласти рівняння площини, що проходить через точки  $A(1; -2; 2)$  та  $B(2; 0; 1)$  паралельно вектору  $\vec{a} = (3; -1; 4)$ .

21. Обчислити границі

1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n - 3}{6n^2 - 5n + 6}$

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$

4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$

5)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$

$$6) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}$$

$$7) \text{ д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4-2x}{1-2x} \right)^{x+1}$$

$$8) \text{ з) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$$

22. Обчислити похідну функції  $y = x^3 + 2^{\cos x}$ .

23. Обчислити похідну функції  $y = \ln(x + \sin x)$ .

24. Обчислити похідну функції  $y = \ln(x + \cos x) + x$ .

25. Обчислити похідну функції  $y = \ln(x^2 + \cos x)$

26. Обчислити похідну функції  $y = \sin(x + \ln x)$ .

27. Обчислити похідну функції  $y = \ln(x + \cos x)$ .

28. Знайти частинні похідні першого порядку  $z = \sin(x^2 - y)$

29. Обчислити інтеграл  $\int \sin(10x + 3) dx$

30. Обчислити інтеграл  $\int (x+1)^{100} dx$ .

31. Обчислити інтеграл  $\int \cos(100x + 1) dx$ .

32. Обчислити інтеграл  $\int (1 + \operatorname{ctg}^2 x) dx$ .

33. Обчислити інтеграл  $\int (\sin^2 x + \cos^2 x + x^3) dx$ .

34. Обчислити інтеграл  $\int \cos(2x + 1) dx$ .

35. Обчислити інтеграл  $\int (x + 100)^{10} dx$ .

36. Обчислити похідну функції  $y = (1 + x^2) \operatorname{arctg} x$ .

37. Перевірити, що функція  $y = \ln x$  є розв'язком диференціального

$$\text{рівняння } xy' = \frac{y}{\ln x}.$$

38. Перевірити, що функція  $y = x^4$  є розв'язком диференціального рівняння

$$y' = \frac{4y}{x}.$$

39. Три студенти складають на сесії іспит з математики. Ймовірність того, що перший складе іспит, дорівнює 0,9, для другого та третього студентів ця ймовірність становить відповідно 0,8 та 0,7. Обчислити ймовірність того, що іспит складе хоча б один студент.

40. До складального цеху надходять деталі від трьох цехів. Від першого надходить 45% усіх деталей, від другого – 35% і від третього – 20%. Перший цех допускає в середньому 6% браку, другий – 2% і третій – 8%. Яка ймовірність того, що до складального цеху надійде стандартна деталь.
41. Швидкість вітру в районі аеропорту – нормально розподілена величина  $X$  з  $a = 16$  км/год. і  $\sigma = 5$  км/год. Знайти ймовірності того, що швидкість вітру виявиться : а) менше 12 км/год.; б) більше 25 км/год.
42. Студент прийшов на залік, знаючи тільки 24 питання із 30. Яка ймовірність здати залік, якщо після відмови відповіді на питання викладач задає ще одне питання?
43. У групі спортсменів 20 лижників, 6 велосипедистів, 4 бігуни. Ймовірність виконати кваліфіковану норму така: для лижника 0,9; для велосипедиста - 0,8; для бігуна - 0,75. Знайти ймовірність того, що навмання вибраний спортсмен виконає норму.
44. Скільки парних п'ятизначних чисел можна утворити з цифр 0, 1, 2, 3, 4 так, щоб усі цифри числа були різними?
45. Студенти одного з курсів вивчають 8 навчальних дисциплін. Скількома способами можна розклад занять на понеділок, якщо в цей день треба запланувати три лекції з різних предметів?
46. Для прийому вступних іспитів кафедра математики повинна виділити 6 викладачів. Скількома способами можна скласти предметну комісію з математики, якщо на кафедрі працює 8 викладачів та один з членів комісії має бути головою предметної комісії?
47. Ймовірність виграшу по одному лотерейному білету дорівнює 0,05. Яка ймовірність, маючи 5 білетів, виграти: а) по всім білетам; б) не виграти по жодному з білетів; в) виграти хоча б по одному з білетів?
48. Для даної випадкової величини  $X$  скласти закон розподілу, знайти математичне сподівання  $M(X)$ , дисперсію  $D(X)$  та середнє квадратичне відхилення  $\sigma(X)$ . Баскетболіст кидає м'яч в кільце тричі. Ймовірність влучення в кільце при одному кидку – 0.8. Тут  $X = \{\text{число промахів баскетболіста в трьох кидках}\}$
49. В ящику 15 білих і 10 чорних кульок. Навмання виймають дві кульки. Знайти ймовірність того, що серед них: а) обидві кульки білі; б) обидві кульки чорні; в) обидві кульки однакового кольору; г) дістали кульки різних кольорі; д) хоча б одна кулька біла.

50. По каналу зв'язку передається повідомлення з десяти знаків. Ймовірність помилки при передачі одного знаку дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що повідомлення: а) не містить помилок; б) містить рівно три помилки; в) містить не більше трьох помилок.

51. Випадкова величина  $X$  може набувати тільки два значення:  $x_1$  та  $x_2$ , причому  $x_1 < x_2$ . Скласти закон розподілу випадкової величини  $X$ , якщо відомо значення ймовірності  $p_1 = P(X = x_1)$  можливого значення  $x_1$ , значення математичного сподівання  $M(X)$  та дисперсії  $D(X)$ :  
 $p_1 = 0,1$   $M(X) = 3,9$   $D(X) = 0,09$ .

52. Знайти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$  функцію розподілу  $F(x)$ .

$X$	-10	20	25	30	40
$P$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1

53. Випадкова величина  $X$  може набувати тільки два значення:  $x_1$  та  $x_2$ , причому  $x_1 < x_2$ . Скласти закон розподілу випадкової величини  $X$ , якщо відомо значення ймовірності  $p_1 = P(X = x_1)$  можливого значення  $x_1$ , значення  $M(X)$  та  $D(X)$ :  $p_1 = 0,9$   $M(X) = 2,2$   $D(X) = 0,36$ .

54. Дискретна випадкова величина задана розподілом:

$X$	-1	0	1	2	3	4
$P$	0,05	0,1	0,15	0,2	0,35	0,15

Знайти розподіл функції  $Y = X^2 + 2$ , математичне сподівання і дисперсію функції  $Y$ .

## 6. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Рибицька О.М., Білонога Д.М., Каленюк П.І. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Львів: Львівська політехніка, 2013
2. Булдигін В.В., Алексеєва І.В. та ін. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Навчальний посібник. К.: ТВіМС, 2011.
3. Травкін Ю. І. Лінійна алгебра і аналітична геометрія: Навчальний посібник Х.: Майдан, 2009.
4. Гриньов, Б. В. Кириченко Б.В. Аналітична геометрія: Підручник для вищих техн. навч. закладів Харків: Гімназія, 2008..
5. Гриньов, Б. В. Кириченко Б.В. Векторна алгебра : Підручник Харків: Гімназія, 2008.
6. Нерух О. Г., Ружицька Н. М. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Навчальний посібник. В: Кондор, 2008.

7. Литвинюк В.П., Клочко В.І. Лінійна алгебра. Аналітична геометрія Навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2006.
8. Овчинникова П.П. Вища математика: Збірник задач: У 2ч. Ч.1: К.: Техніка, 2004.
9. Лиман Ф.М., Власенко В.Ф., Петренко С.В. та ін. Вища математика: навчальний посібник: у 2 ч. Суми: Університетська книга, 2016
10. Краєвський, В. О Спецкурс математичного аналізу : навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2009
11. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навчальний посібник. У трьох частинах Х.: Веста, 2008.
12. Рудавський Ю.К. та ін. Збірник задач з математичного аналізу. Львів: НУ "Львівська політехніка", 2008.
13. Свердан П. Вища математика. Математичний аналіз і теорія ймовірностей. Підручник. К.: Знання, 2008
14. Шкіль М.І. Математичний аналіз у 2-х томах. Підручник К.: Вища шк., 2005.
15. Овчинникова П.П. Вища математика: Збірник задач К.: Техніка, 2004. - 279 с
16. Рудавський Ю.К. та ін. Збірник задач з математичного аналізу. Львів: НУ "Львівська політехніка", 2003
17. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я. та інші. Математичний аналіз у задачах і прикладах: У 2 ч.: К.: Вища школа, 2003.
18. Копась. І. М. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник. К.: КП, 2018.
19. Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник Івано-Франківськ: Сімик, 2012
20. Бугрій О.М., Бугрій Н.В. Диференціальні рівняння. Навчально-методичний посібник. Львів: ЛНУ, 2018
21. Бондаренко З. В., Клочко В. І. Курс вищої математики з комп'ютерною підтримкою. Диференціальні рівняння : Навчальний посібник. Рекомендовано МОН України Вінниця: ВНТУ, 2004
22. Самойленко А.М., Престюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. Підручник. К.: Либідь, 2003
23. Рудавський Ю.К. Збірник задач з диференціальних рівнянь Львів: НУ "Львівська політехніка", 2001
24. Рудоміно-Дусятська І.А., Козубцова Л.М., Пояркова О.Ю., Соловійова Т.В., Сновида В.Є., Цитрицька Л.М. Теорія ймовірностей, теорія випадкових процесів та математична статистика. Навчальний посібник. К.: ВІТІ, 2018.
25. Барковський В.В. Теорія ймовірності та математична статистика. Навчальний посібник К.: ЦУЛ, 2017.

26. Голомозий В.В., Карташов М.В., Ральченко К.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики. К.: ВПЦ 'Київський університет', 2015
27. Жильцов О.Б.; за ред. Михаліна Г. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. К.: Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015.
28. Кушлик-Дивульська О. І., Поліщук Н. В., Орел Б. П., Штабалюк П. І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Навчальний посібник. К: НТУУ «КПІ», 2014
29. Кліндухова В.М., Вяла Ю.Е. Теорія ймовірностей: методичні рекомендації до контрольної роботи К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2014
30. Зайцев Є.П. Теорія ймовірностей і математична статистика. Базовий курс з індивідуальними завданнями і розв'язком типових варіантів: навч. посібн. К.: Алерта, 2013.

Декан **ФУТ**

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІНФРАСТРУКТУРИ ТА ТЕХНОЛОГІЙ КИЇВСЬКИЙ ІНСТИТУТ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ ІМЕНІ ГЕТЬМАНА ПЕТРА КОНАШЕВИЧА-САГАЙДАЧНОГО ФАКУЛЬТЕТ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ НА ВОДНОМУ ТРАНСПОРТІ	
Декан	 О.А. Сьомін
" "	" 20__ р.

О.А. Сьомін


Укладачі:

к.ф.-м.н, доцент, завідувач кафедри  
Вищої та прикладної математики

к.ф.-м.н, доцент кафедри Вищої та  
прикладної математики

старший викладач кафедри Вищої  
та прикладної математики

к.п.н, доцент, доцент кафедри  
Вищої та прикладної математики


О.В. Ляшко

Л.М. Чабак



Ю.Е. Вяла



В.М.Кліндухова